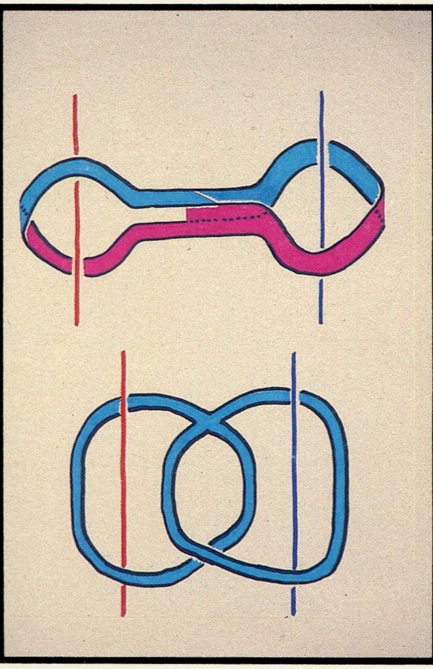
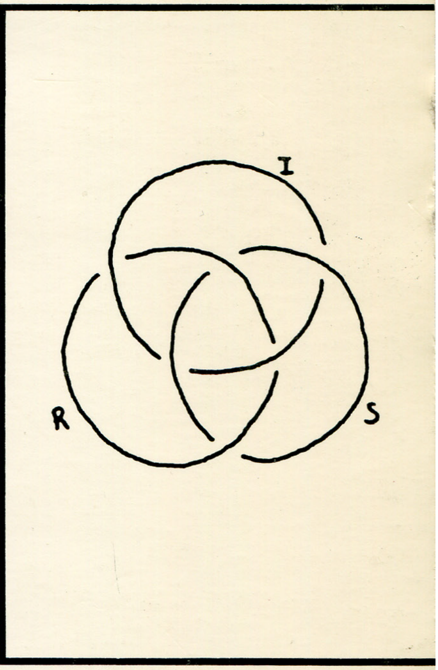
Pierre SOURY

CHAINES ET NOEUDS

PREMIERE PARTIE





suivi de:

— Documents faisant contexte et début de portrait (I)

Edité par Michel Thomé et Christian Léger

Pierre SOURY

CHAINES ET NOEUDS

PREMIERE PARTIE

Pierre SOURY à Saint Hippolyte du Fort, Cévennes, été 1975 (photo M.Thomé)	**Tore troué** et ses deux axes (présentation en perspective et présentation à plat) grand dessin par Pierre SOURY (1977)	***Le noeud boroméen*** tel que Lacan le présentait dans son séminaire

suivi de:

– Documents faisant contexte et début de portrait (I)

Edité par Michel Thomé et Christian Léger

Présentation de "CHAINES ET NOEUDS première partie"

Avec la publication de la première et de la deuxième parties de "Chaines et Noeuds" (la troisième ayant été publiée en 1986) la trilogie des oeuvres topologiques de Pierre Soury est désormais complète.

En le comparant à ses contemporains et aux savants et penseurs qui l'ont précédé, il est aisé de voir que Pierre Soury prendra place dans l'histoire et sera considéré d'ici peu comme un géant de la culture occidentale. L'ensemble de son oeuvre scientifique et philosophique est de l'importance actuelle de celle de Wittgenstein.

Soury est un esprit universel, comme le XXème siècle a toujours prétendu qu'il n'y en aurait plus, un génie des "Lumières" comme Lacan avait souhaité qu'il en vienne. Sa vie fut brève et étincelante. Il s'est suicidé en 1981, à l'âge de 39 ans (voir volume 3).

Soury n'est connu pour l'instant, que du millier de personnes qui assistaient au séminaire de Lacan, à Paris, de 1975 à 1980, *parce que Lacan l'y nomma une bonne trentaine de fois et le fit parler à sa place à deux ou trois reprises*, d'une centaine de mathématiciens, en France et à l'étranger, d'une cinquantaine de linguistes, d'une douzaine d'informaticiens, d'une poignée de logiciens et de quelques autres, alors que son oeuvre commence tout juste à être publiée.

Après la trilogie de "Chaines et Noeuds", viendront six ou sept volumes dans d'autres domaines qui vont de la linguistique à la logique, en passant par : la physique, la programmation, la philosophie des sciences et d'autres encore.

Les textes de "Chaines et Noeuds" correspondent à l'âge d'or de la topologie de Lacan, moment de rencontre entre ses saisissantes élaborations, au grand jour (devant l'assistance comble du grand amphithéatre de la Faculté de Droit du Panthéon à Paris), et l'intense production qu'elles suscitaient chez Soury et Thomé, dans l'ombre (devant un tableau noir de la Maison de Sciences de l'Homme).

Un maître parlait, *un* auditoire, très nombreux, écoutait. Et Lacan, ce maître, trouvait pour *une* fois, de façon régulière et prolongée, matière, relance et accompagnement de sa problématique, dans la correspondance et les rencontres avec Soury et Thomé. Nul doute que la fertilité de cette rencontre a beaucoup compté dans le long développement de sa propre topologie par Lacan, parce que le reste de l'auditoire de son séminaire, *c'est un fait*, était très embarassé par les nouveautés qu'il apportait et, bien qu'assidu, se montrait sourd à le suivre dans la pratique des noeuds.

Voici ce "noeud boroméen" qui a donné tant de fil à retordre - on peut le dire - aux lacaniens : noeud fait de trois ronds, ayant la propriété (qu'on peut étendre à un nombre quelconque de ronds) de se défaire quand on coupe n'importe lequel d'entre eux.

En l'absence d'édition des séminaires topologiques de Lacan, les textes de Soury, rassemblés dans les trois volumes de "Chaines et Noeuds" restent à l'heure actuelle, le seul corpus de référence disponible, sur la topologie de Lacan. La présentation matérielle que nous avons adoptée (voir Présentation de "Chaines et Noeuds troisième partie") et la présence d'un inventaire récapitulatif du contenu des trois volumes, en tête de chaque section, sont conçus pour faciliter la reprise pas à pas des dessins et des textes. *La première partie concerne, surtout, les tresses, les noeuds, les chaines.*

Nous avons ajouté, en abondance, à la fin de chaque volume, des documents et des textes non topologiques, pour montrer un éventail de la production de Soury dans son ensemble, pour faire contexte, et permettre que s'ébauche le portrait d'un personnage, en tous points remarquable.

(Suite au dos du 2ème volume)

Note biographique sur les 3 bonshommes:

- *collaboration SOURY-THOME: les chaines, les noeuds et le tore, de 1972 à 1979.*
- *" SOURY-LEGER: les maths, à partir de 1960, les surfaces, de 1979 à 1981.*
- *cohabitation SOURY-THOME, de 1972 à 1977, 5 rue du Dahomey, Paris 11ème.*
- *" SOURY-LEGER-THOME, de 1977 à 1980, 5 rue du Dahomey, Paris 11ème.*

Thomé et Léger, novembre 1988

Exemple de commentaires manuscrits sur la page même d'un texte imprimé : page 276 de "ECRITS", Jacques LACAN, Editions du Seuil, Paris, 1966, commentaires manuscrits de Pierre SOURY, 1966-1967.

Note des éditeurs.

cette fabuleuse histoire image de notre histoire
l'épopée de ______

qui, en gobant le poisson symbolique au bec béant des autres hirondelles, inaugurât cette exploitation de l'hirondelle par l'hirondelle dont nous nous plûmes un jour à filer la fantaisie, ceci ne suffirait point à reproduire parmi elles cette fabuleuse histoire, FLOU image de la nôtre, dont l'épopée ailée nous tint captifs en l'île ? des pingouins, et il s'en faudrait de quelque chose pour faire un univers « hirundinisé ».

Ce « quelque chose » achève le symbole pour en faire le langage. Pour que l'objet symbolique libéré de son usage devienne le mot libéré de l'*hic et nunc*, la différence n'est pas de la qualité, sonore, de sa matière, mais de son être évanouissant où le symbole trouve la permanence du concept.

Par le mot qui est déjà une présence faite d'absence, l'absence même vient à se nommer en un moment original dont le génie de Freud a saisi dans le jeu de l'enfant la recréation perpétuelle. Et de ce couple modulé de la présence et de l'absence, qu'aussi bien suffit à constituer la trace sur le sable du trait simple et du trait rompu des *koua* mantiques de la Chine, naît l'univers de sens d'une langue où l'univers des choses viendra à se ranger.

l'ordre conceptuel engendré dans le temps Sur prédication ne fait pas confiance à la prédication, il en rajoute raccroche des morceaux, suspend ce qu'il dit

Par ce qui ne prend corps que d'être la trace d'un néant et dont le support dès lors ne peut s'altérer, le concept, sauvant la durée de ce qui passe, engendre la chose.

Car ce n'est pas encore assez dire que de dire que le concept est la chose même, ce qu'un enfant peut démontrer contre l'école. C'est le monde des mots qui crée le monde des choses, d'abord confondues dans l'*hic et nunc* du tout en devenir, en donnant son être concret à leur essence, et sa place partout à ce qui est de toujours : κτῆμα ἐς ἀεί.

la merde pour la mouche est une chose

singulier

L'homme parle donc, mais c'est parce que le symbole l'a fait homme. Si en effet des dons surabondants accueillent l'étranger qui s'est fait connaître, la vie des groupes naturels qui constituent la communauté est soumise aux règles de l'alliance, ordonnant ? le sens dans lequel s'opère l'échange des femmes, et aux prestations réciproques que l'alliance détermine : comme le dit le proverbe Sironga, un parent par alliance est une cuisse d'éléphant. A l'alliance préside un ordre préférentiel dont la loi impliquant les noms de parenté est pour le groupe, comme le langage, impérative en ses formes, mais inconsciente en sa structure. Or dans

les règles de l'alliance

ordonne →
détermine →
← est soumis à

règle →
préside à →
implique →
fait →

la loi cachée
la loi apparente

CHAINES ET NOEUDS

INVENTAIRE

PREMIERE PARTIE

Oméga

Milnor

DEUXIEME PARTIE

Retournement et cercle spécial

Enlacement et notation fikéenne

Divers

Trèfles

Tétraèdres

70 -- DEUX CHAINES DE TETRAEDRES APLATIES 1 page
71 -- CHAINE DE TROIS TETRAEDRES PORTEE PAR UN RESEAU TETRAEDRIQUE 1 page
72 -- UNE CHAINE BOROMEENNE DE TROIS TETRAEDRES 6 pages
73 -- LA CHAINE DE TROIS TETRAEDRES CONTENUE DANS DEUX TETRAEDRES ENLACES 1 page
74 -- UNE CHAINE DE QUATRE TETRAEDRES, CONSTRUITE PAR ENLACEMENT 1 page
75 -- ANALOGIE ENTRE CHAINE DE TETRAEDRES ET CHAINE DE RONDS 3 pages

Tricots

76 -- TRICOT A DEUX MAILLES 1 page
77 -- TRICOTS CYLINDRIQUES ET CHAINES CORDEENNES 3 pages
78 -- LES TRICOTS TORIQUES A PEU DE RANGEES ET PEU DE MAILLES 4 pages
79 -- DEUX PRESENTATIONS PLANES D'UN TRICOT TORIQUE 1 page
80 -- UN TRICOT TORIQUE 5 pages
81 -- BINAIRES POUR LES TRICOTS TORIQUES 5 pages
82 -- RECENSEMENTS DE PRESENTATIONS PLANES DE TRICOTS TORIQUES 3 pages

Boroméens généralisés

83 -- UN BOROMEEN GENERALISE 6 - 3 1 page
84 -- CHAINE BOROMEENNE GENERALISEE 4 - 2 1 page
85 -- CHAINE BOROMEENNE GENERALISEE 6 - 4 1 page
86 -- UNE TRESSE BOROMEENNE GENERALISEE 4 - 2 3 pages

Surfaces

87 -- TROIS OPERATIONS SUR LES SURFACES 1 page
88 -- SURFACES 1 page
89 -- TORE TROUE 1 page
90 -- DOUBLE TORE TROUE 1 page
91 -- RETOURNEMENT D'UNE ANSE 1 page
92 -- DEFORMATION D'UNE SPHERE 6 pages
93 -- CHAINES DE SURFACES ET CHAINES DE BORDS 5 pages
94 -- TOUTES LES CONFIGURATIONS DE CERCLES SUR LE TRIPLE TORE 6 pages
95 -- TOUTES LES CONFIGURATIONS A NOMBRE MAXIMUM DE CERCLES SUR LE QUADRUPLE TORE 3 pages
96 -- COMMENT DESSINER LE PLAN PROJECTIF 5 pages
97 -- DOUBLURE DU PLAN PROJECTIF IMMERGE (TROUE) 6 pages
98 -- LA SURFACE DE BOY 7 pages.

Commentaires

99 -- LA CHAINE "SYMBOLE,SYMBOLIQUE,SYMPTOME" 1 page
100 -- TERMES AUXQUELS M. LACAN DONNE UN STATUT TOPOLOGIQUE 10 pages
101 -- A PARTIR DE "IL N'Y A PAS DE REPRESENTATION EN TOPOLOGIE" 1 page
102 -- LES OBJETS TOPOLOGIQUES ET L'ETAT ACTUEL DES MATHEMATIQUES 4 pages
103 -- LE STATUT TOPOLOGIQUE DONNE PAR M. LACAN AU TERME "INCONSCIENT" 2 pages

Comptes rendus

104 -- UNE ANNEE EN COMPAGNIE DES NOEUDS. PROBLEMES. 2 pages
105 -- PROJET DE COURS 1 page
106 -- A PROPOS D'OBJETS TOPOLOGIQUES PRESENTES PAR M. LACAN AU COURS DE L'ANNEE 76-77 6 pages
107 -- COURS "CHAINES ET NOEUDS", PENDANT L'ANNEE SCOLAIRE 78-79 3 pages

Bibliographie

108 -- BIBLIOGRAPHIE POUR LES CHAINES BOROMEENNES 1 page
109 -- BIBLIOGRAPHIE POUR LA TOPOLOGIE 1 page
110 -- CALCULS ALGEBRIQUES EN TOPOLOGIE EN BASSES DIMENSIONS 1 page
111 -- INVENTAIRE 3 pages

TROISIEME PARTIE (Inventaire fait par les éditeurs)

112 -- CHAINES, NOEUDS, ET COUPLES, AUXQUELS M. LACAN S'EST INTERESSE 3 pages

Tresses

113 -- LE GROUPE DES 4-TRESSES PURES ET LE GROUPE DES 4-TRESSETTES PURES 2ème version 18 pages

Oméga

114 -- OMEGA A SIX RONDS (fait par LACAN) 1 page

Milnor

115 -- LES HUIT GENERATEURS ET LES HUIT COORDONNEES DANS LE GROUPE DES 4-ENTRELACETS 6 pages
116 -- LES 2-CHAINES, LE NOMBRE DE TOURS, ET L'HOMOTOPIE 8 pages
117 -- QUEL ROLE JOUE LA CHAINE BOROMEENNE GENERALISEE 5 pages
118 -- DES CAS PURS DANS LA CLASSIFICATION MILNORIENNE DES CHAINES 5 pages
119 -- LES PREMIERS GROUPES DE BOROMEENS SYMETRIQUES DANS LA CLASSIFICATION MILNORIENNE DES CHAINES 1 page
120 -- LES PREMIERS GROUPES DE LA HIERARCHIE DE COMMUTATION ET LA FORMULE DE WITT 2 pages
121 -- DES CAS PURS ET GENERATEURS DANS LA CLASSIFICATION MILNORIENNE DES CHAINES 3 pages
122 -- CLASSIFICATION MILNORIENNE DE LA CHAINE BOROMEE-WHITEHEAD 2 pages
123 -- LE GROUPE $BOR(A^2, B^2, C^2) = \mathbb{Z}^4$ 1 page
124 -- CALCULS DE MAGNUS ET CALCULS DE MILNOR, AVEC UN ALPHABET DE TROIS LETTRES, DES MOTS CIRCULAIRES DE LONGUEUR QUATRE, DES TROIS-COMMUTATEURS, MODULO LA QUATRE-COMMUTATION 4 pages
125 -- QUELQUES CALCULS DE MAGNUS 3 pages

Groupe fondamental

126 -- UNE CHAINE ET SON GROUPE FONDAMENTAL 6 pages
127 -- UNE CHAINE ET SON GROUPE FONDAMENTAL 5 pages

Problèmes algébriques

128 -- PROBLEMES ALGEBRIQUES 13 pages

Divers

129 -- LA TOPOLOGISATION EULERIENNE DE L'ENSEMBLE DES PARTIES DE L'ENSEMBLE A CINQ ELEMENTS 2 pages

Trèfles et mise en continuité

130 -- UNE MISE EN CONTINUITE DE LA CHAINE A QUATRE 6 pages

Boroméens généralisés

131 -- DEUX PRESENTATIONS DE LA CHAINE BOROMEENNE GENERALISEE 7 pages
132 -- DEMULTIPLICATION DE LA CHAINE BOROMEENNE GENERALISEE 7 pages

Surfaces

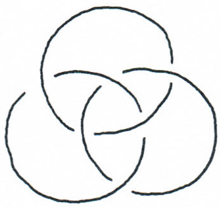
133 -- SURFACE DE BOY (fait par Françoise Gonon) 9 pages
134 -- UN REPASSAGE DE LA SURFACE DE BOY 3 pages
135 -- DEUX REPASSAGES DE LA SURFACE DE BOY 1 page
136 -- LES SINGULARITES ET LEURS DOUBLURES 5 pages

texte 0

Le noeud boroméen de M. Lacan

M. Lacan, psychanalyste, fait un cours public sur la psychanalyse depuis plusieurs dizaines d'années. Dans ses formulations, depuis longtemps, il y a trois notions qui jouent un rôle important, ce sont: "symbolique", "imaginaire", "réel".

En février 1972, M. Lacan rencontre, par l'intermédiaire d'un cours sur les noeuds de M. Guilbaud, un noeud formé de trois ficelles se tenant les unes les autres. Ces trois ficelles sont disposées comme ceci:



Dans ces trois ficelles, M. Lacan reconnait ses trois notions: "symbolique", "imaginaire", "réel". Et ensuite il situe trois notions de Freud: "inhibition", "symptôme", "angoisse". Et encore d'autres notions, et le rôle du nombre 3 et du nombre 4 en psychanalyse.

LE TOUR DE SLADE

Dans le livre "Le paradoxe du pendu et autres divertissements mathématiques" de Martin Gardner (Dunod 1971), il y a le tour de Slade. Le tour de Slade est un tour de prestidigitation. Le tour consiste à faire une tresse régulière à six croisements à partir d'une tresse neutre.

Celà peut paraitre intéressant puisque la tresse régulière à six croisements est une tresse spéciale. C'est une tresse spéciale parceque, une fois raboutée, elle est un noeud boroméen.

Ce texte met en place et confirme le rapport entre -tresse, -noeud boroméen, -tour de Slade.

LE TOUR DE SLADE
Les figures 26 et 28 du livre "Le paradoxe du pendu et autres divertissements mathématiques" de Martin Gardner, Dunod(1971).

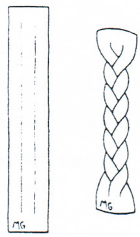


Figure 26. La bande de cuir de Slade tressée dans l'hyperespace.

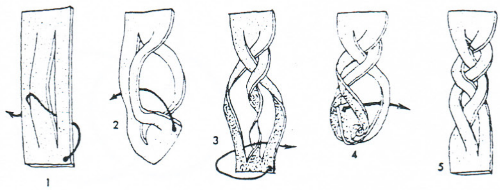


Figure 28. Le premier tour de Slade.

Le résultat:
La propriété de Slade: Les tresses qui, une fois raboutées, sont ou bien trois ronds indépendants ou bien un noeud boroméen sont ni plus ni moins que les tresses qui peuvent être obtenues -par tressage à bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins- à partir de la tresse neutre.

Commentaires sur le résultat:

Points de comparaison
Voici deux propriétés analogues de la propriété de Slade.
La propriété de Shepperd: Les tresses qui, une fois raboutées, sont un noeud à trois ronds sont ni plus ni moins que les tresses qui peuvent être obtenues -par tressage à bouts liés- à partir de la tresse neutre.
La propriété de neutralité (non démontrée): La tresse neutre est la seule tresse qui, une fois raboutée, est trois ronds indépendants.

Ce que ce texte explicite, c'est la condition (ou bien trois ronds indépendants ou bien un noeud boroméen) non pas directement mais par l'intermédiaire de la condition (les tresses qui, une fois raboutées, sont ou bien trois ronds indépendants ou bien un noeud boroméen).

Ce que ce texte n'explicite pas, c'est la condition (les tresses qui, une fois raboutées, sont un noeud boroméen). Cette condition peut être explicitée par différence entre la propriété de Slade et la propriété de neutralité (non démontrée).

Le tour de Slade deuxième page

Commentaires sur le résultat (suite)

Comment réagit la tresse? Qu'est ce que l'objet tresse?

La tresse est un objet susceptible de transformation. La tresse a des bouts. Les brins sont susceptibles de torsion.

Ca n'implique ni que les brins ont de la torsion ni que les brins n'ont pas de torsion. La torsion des brins est un intermédiaire. Elle peut n'exister ni au départ ni à l'arrivée d'un tressage à bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins.

Si les brins ont une résistance à la torsion, on peut constater que:
- au cours des opérations de tressage à bouts liés en général, la tresse résiste au tressage à bouts liés, la tresse se débat.
- quand la tresse ne se débat plus, c'est qu'on a fait un tressage à bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins.

Trois versions de la propriété de Slade

La propriété de Slade assure engendrement,équivalence,limitation, ce qui apparait dans les trois propriétés suivantes:
-La propriété de Slade (engendrement): C'est la propriété donnée précédement.
-La propriété de Slade (équivalence): Soit deux tresses qui, une fois raboutées, sont ou bien trois ronds indépendants ou bien un noeud boroméen. Il y a un tressage à bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins qui fait passer de l'une à l'autre.
-La propriété de Slade (limitation): Soit une tresse qui, une fois raboutée, est ou bien trois ronds indépendants ou bien un noeud boroméen. Soit un tressage à bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins à partir de cette tresse. La tresse d'arrivée est une tresse qui, une fois raboutée, est ou bien trois ronds indépendants ou bien un noeud boroméen.

La performance

Il y a une performance ou encore un tour de prestidigitation ou encore un procédé de fabrication, c'est le passage de la tresse neutre à une tresse qui, une fois raboutée, est un noeud boroméen.

On appellera "bonne tresse" une tresse qui, une fois raboutée, est un noeud boroméen.

La performance, c'est le passage de la tresse neutre à une bonne tresse.

Il y a une nuance entre la propriété de Slade et la performance.

Pour le montrer avec des flèches, il y a:

la performance:
la tresse neutre $\longrightarrow$ une bonne tresse
l'engendrement:
la tresse neutre $\longrightarrow$ (ou bien la tresse neutre ou bien une bonne tresse)
l'équivalence et la limitation:
(ou bien la tresse neutre ou bien une bonne tresse) $\longrightarrow$ (ou bien la tresse neutre ou bien une bonne tresse)

La nuance, c'est: la performance s'appuie sur une équivalence, la performance laisse méconnaitre l'équivalence.

La nuance, c'est: il n'est pas plus facile de passer d'une bonne tresse à la tresse neutre que de passer de la tresse neutre à une bonne tresse.

Intéret du tour de Slade

Le tour de Slade prend de l'intéret en fonction de l'intéret des objets suivants:
-Les tresses: au sens de les tresses à trois brins, et pas seulement les tresses régulières, et pas forçément les tresses au sens large d'Artin.
-Les noeuds boroméens: au sens de les noeuds à trois ronds tels que -les ronds ne sont pas noués sur eux mêmes, -deux à deux les ronds ne tiennent pas ensemble, -les trois ronds tiennent ensemble. Et pas seulement le noeud boroméen, le plus simple, l'unique.
-Trois ronds indépendants.

Termes utilisés: tresse, noeud, raboutage, tresse neutre, tresse régulière, tresse régulière-à six croisements, tresse au sens d'Artin, trois ronds indépendants, noeud à trois ronds, noeud boroméen, le noeud boroméen, brin, rond, tenir ensemble, noué sur soi même.
Termes utilisés introduits et définis dans ce texte: tressage à bouts liés, tressage à-bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins, bonne tresse.

Fin des commentaires sur le résultat.

Références et plan

Référence:
Lacan a donné de l'importance au noeud boroméen à partir de l'année 1972.

Contexte de ce texte:
Quelques auditeurs du cours Lacan et d'autres personnes. Le rapport entre les écritures l'intuition l'association verbale est délicat éventuellement dramatique.

Références mathématiques:
M.GARDNER.1971.Dunod."Le paradoxe du pendu et autres divertissements mathématiques".
Le tour de Slade y est introduit, pages 63-66.
J.A.H.SHEPPERD.1962.Proceedings of the royal society.A,vol.265,(1962),pp229-244,
"Braids which can be plaited with their threads tied together at each end".
Le tressage à bouts liés y est introduit et précisé.
BUREAU,W.1933.Abh.Math.Sem.Univ.Hamburg.9,117-124.
C'est une référence donnée par Shepperd. Le groupe des tresses avec permutation identique ses générateurs et ses relations génératrices y sont précisés.
ARTIN."The collected papers of Emil Artin"Addison-Wesley plubishing company.1965.pp416-498.
C'est une référence générale pour les tresses.

TTAPI: Les tresses et les torsades avec permutation identique

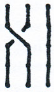
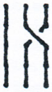
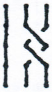
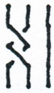
Ce paragraphe n'est pas introductif et peu explicatif. Ce sont des notions et des propriétés algébriques.

Les torsades

Voici la torsade neutre  la torsade A  la torsade T 

N'importe quelle torsade est une puissance de A et celà d'une seule façon.
On appelle degré-en-A cette unique puissance. Le degré est un entier positif négatif ou nul. La torsade neutre est A^0 , $A = A^1$, $T = A^2$.
Propriété: Une torsade est caractérisée par son degré-en-A.

Les tresses

Voici
la tresse neutre  A  B  U  V  W 

Propriété: Les tresses sont engendrées par A et B .
Propriété: WVU = VUW = UWV .

Permutation d'une tresse ou d'une torsade

A une torsade est associée une permutation de deux choses à deux places. Cette permutation est ou n'est pas la permutation identique.
A une tresse est associée une permutation de trois choses à trois places. Cette permutation est ou n'est pas la permutation identique.
On note P la fonction "permutation d'une tresse". Si z est une tresse, P(z) est une permutation de trois choses à trois places.

Les torsades avec permutation identique

N'importe quelle torsade avec permutation identique est une puissance de T et celà d'une seule façon. On appelle degré-en-T cette unique puissance. Le degré est un entier positif négatif ou nul. La torsade neutre est T^0 , $T = T^1$,
Propriété: Une torsade avec permutation identique est caractérisée par son degré-en-T.

Les tresses avec permutation identique

Propriété: Les tresses avec permutation identique sont un sous groupe normal du groupe des tresses. Soit p une tresse avec permutation identique. Soit z une tresse. Alors la tresse zpz' est une tresse avec permutation identique.
Propriété: Les tresses U V W sont des tresses avec permutation identique. Elles satisfont aux deux relations WVU = VUW = UWV .
Propriété de Bureau: Les trois tresses avec permutation identique U V W engendrent dans le groupe des tresses le sous groupe des tresses avec permutation identique. Les trois tresses avec permutation identique U V W et les deux relations WVU = VUW = UWV définissent le groupe des tresses avec permutation identique.
Cette propriété de Bureau va être expliquée.
N'importe quelle tresse avec permutation identique est un composé de U V W .
Exemple: Voici une tresse régulière à six croisements. C'est une tresse avec permutation identique. Elle est égale à WUW'U'.

W

U

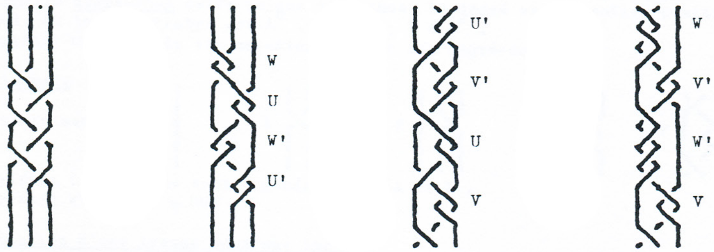
W'

U'

TTAPI: Les tresses et les torsades avec permutation identique deuxième page

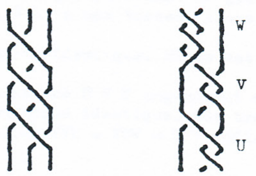
Les tresses avec permutation identique (suite)
La propriété de Bureau (suite)

Une tresse avec permutation identique n'a pas une seule décomposition en U V W. Deux décompositions peuvent se déduire l'une de l'autre par les deux relations WVU=VUW=UWV. Exemple: La tresse régulière à six croisements peut se décomposer selon WUW'U' ou selon U'V'UV ou selon WV'W'V ou d'autres façons.



La décomposition U'V'UV peut se déduire de la décomposition WUW'U' par:
WUW'U' → WUW'U'(V'V) → WU(W'U'V')V → WU(VUW)'V → WU(WVU)'V → WU(U'V'W')V →
→ W(UU')V'W'V → WV'W'V → WV'W'(U'U)V → W(V'W'U')UV → W(UWV)'UV → W(VUW)'UV →
→ W(W'U'V')UV → (WW')U'V'UV → U'V'UV

<u>Le-tridegré-en-(U V W)</u>: Une décomposition en U V W a un degré-en-U un degré-en-V et un degré-en-W. Le degré est un entier positif négatif ou nul. Puisque les deux relations WVU = VUW = UWV respectent les degrés, deux décompositions d'une même tresse avec permutation identique ont même degrés.
Propriété: Le degré-en-U le degré-en-V et le degré-en-W sont des caractéristiques d'une tresse avec permutation identique. Le degré est un entier positif négatif ou nul. On appelle tridegré-en-(U V W) le triplet(degré-en-U,degré-en-V,degré-en-W).
Notation: Soit p une tresse avec permutation identique, soit i son degré-en-U, soit j son degré-en-V, soit k son degré-en-W. On notera: (i,j,k)=tridegré-en-(U V W)(p).
Exemple: La tresse régulière à six croisements a pour tridegré (0,0,0).
Exemple: La tresse "torsion élémentaire positive" est une tresse avec permutation identique. Elle a pour tridegré (1,1,1).



<u>Calcul du tridegré-en-(U V W) de (zpz') en fonction du tridegré-en-(U V W) de (p)</u>
Soit p une tresse avec permutation identique. Soit z une tresse. La tresse (zpz') est une tresse avec permutation identique. Y a t il un rapport entre tridegré-en-(U V W)(p) et tridegré-en-(U V W)(zpz')?
Propriété: Soit p une tresse avec permutation identique. Soit z une tresse. Soit P la fonction "permutation d'une tresse". Alors:
tridegré-en-(U V W)(zpz') = P(z)(tridegré-en-(U V W)(p))
Démonstration: C'est une récurrence sur des ensembles de couples (p,z) qui oui ou non ont la propriété que tous leurs éléments satisfont à la formule.
-Base de la récurrence: La formule est satisfaite dans l'ensemble des six cas suivants: (z est A ou B et p est U ou V ou W).
-Première récurrence: Si la formule est satisfait dens les cas (p1,z) et (p2,z) , alors la formule est satisfaite dans le cas (p1p2,z).
-Deuxième récurrence: Si la formule est satisfaite dans l'ensemble des cas ((p,z);pour tous les p) , alors elle est satisfaite dans l'ensemble des cas ((p,z');pour tous les p).
Si la formule est satisfaite dans l'ensemble des cas ((p,z1);pour tous les p) et dans l'ensemble des cas ((p,z2);pour tous les p), alors elle est satisfaite dans l'ensemble des cas ((p,z1z2);pour tous les p).

TTAPI: Les tresses et les torsades avec permutation identique troisième page

L'opération du brin en moins

Propriété: Pour une tresse, les deux conditions suivantes sont équivalentes:
- elle a une permutation identique.
- par n'importe laquelle des trois opérations du brin en moins, elle devient une torsade avec permutation identique.

Propriété: Parmi les tresses avec permutation identique, l'opération du brin en moins est compatible avec la composition:

$$\begin{tikzcd}
\text{une tresse avec permutation identique} \arrow[d, "\text{opération du premier brin en moins}"] & \text{une succession de plusieurs tresses avec permutation identique} \arrow[l, "\text{composition}"'] \arrow[d, "\text{opération du premier brin en moins}"] \\
\text{une torsade avec permutation identique} & \text{une succession de plusieurs torsades avec permutation identique} \arrow[l, "\text{composition}"']
\end{tikzcd}$$

Caractérisation des trois torsades obtenues par les trois opérations du brin en moins à partir d'une tresse avec permutation identique:

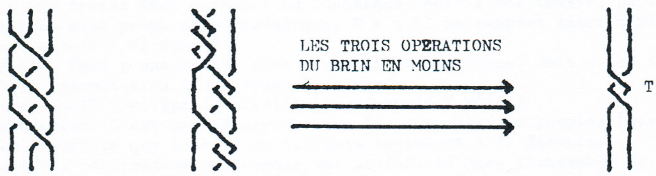
Les tresses ci dessous deviennent les torsades ci dessous par les opérations du (premier brin, deuxième brin, troisième brin) en moins.

U	T^1	T^0	T^0
V	T^0	T^1	T^0
W	T^0	T^0	T^1

L'opération du brin en moins parmi les tresses avec permutation identique est compatible avec la composition. Elle est donc compatible avec les degrés. Les degrés en U V W deviennent des degrés en T^0 et T^1. Et comme une torsade est caractérisée par son degré, les torsades obtenues par les opérations du brin en moins à partir d'une tresse avec permutation identique, ne dépendent que de et sont caractérisées par le tridegré-en-(U V W).

Propriété: Soit une tresse avec permutation identique. Elle a un degré-en-U, un degré-en-V, et un degré-en-W. Alors:
La torsade obtenue par l'opération du premier brin en moins est la torsade avec permutation identique ayant pour degré-en-T le degré-en-U.
La torsade obtenue par l'opération du deuxième brin en moins est la torsade avec permutation identique ayant pour degré-en-T le degré-en-V.
La torsade obtenue par l'opération du troisième brin en moins est la torsade avec permutation identique ayant pour degré-en-T le degré-en-W.

Exemple: Par n'importe laquelle des trois opérations du brin en moins, la tresse "torsion élémentaire positive" devient la torsade "torsion élémentaire positive" T .

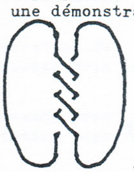


Propriété: Pour une tresse avec permutation identique, les deux conditions sont équivalentes:
- son tridegré-en-(U V W) est nul.
- par n'importe laquelle des trois opérations du brin en moins, elle devient la torsade neutre.

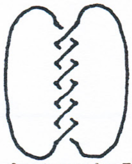
Le raboutage des tresses et des torsades avec permutation identique

Les torsades qui, une fois raboutées, sont un noeud à deux ronds sont ni plus ni moins que les torsades avec permutation identique.
Une torsade avec permutation identique, une fois raboutée, est un noeud dont les ronds ne sont pas noués sur eux mêmes.

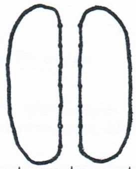
Propriété: Soit une torsade avec permutation identique. Soit le noeud à deux ronds obtenu par raboutage. Alors:
Si le degré-en-T est strictement positif ou strictement négatif, les deux ronds tiennent ensemble.
Si le degré-en-T est nul, les deux ronds ne tiennent pas ensemble.
Cette propriété n'est démontrée que par les dessins ci dessous. Je ne sais pas s'il existe une démonstration plus forte.



la torsade T^2
degré-en-T strictement positif
les deux ronds
tiennent ensemble



la torsade T^{-3}
degré-en-T strictement négatif
les deux ronds
tiennent ensemble



la torsade neutre T^0
degré-en-T nul
les deux ronds
ne tiennent pas ensemble

Ainsi:
- Parmi les torsades, seules les torsades avec permutation identique, une fois raboutées, sont un noeud à deux ronds.
- Une torsade avec permutation identique, une fois raboutée, est un noeud à deux ronds tel que n'importe lequel des deux ronds n'est pas noué sur lui même.
- Parmi les torsades avec permutation identique, seule la torsade neutre, une fois raboutée, est un noeud à deux ronds qui ne tiennent pas ensemble.

Comme:
Deux ronds indépendants est le seul noeud à deux ronds tel que -les ronds ne sont pas noués sur eux mêmes, -les deux ronds ne tiennent pas ensemble.
Donc:

Propriété de neutralité à deux brins: La torsade neutre est la seule torsade qui, une fois raboutée, est deux ronds indépendants.

Les tresses qui, une fois raboutées, sont un noeud à trois ronds sont ni plus ni moins que les tresses avec permutation identique.
Une tresse avec permutation identique, une fois raboutée, est un noeud dont les ronds ne sont pas noués sur eux mêmes.

La compatibilité des opérations du brin en moins et des opérations du rond en moins
Pour une tresse avec permutation identique, il y a correspondance entre les trois brins et les trois ronds, il y a correspondance entre les trois opérations du brin en moins et les trois opérations du rond en moins.

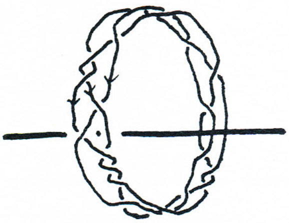
$$
\begin{tikzcd}
\text{une tresse avec permutation identique} \arrow[r, "\text{raboutage}"] \arrow[d, "\text{les trois opérations du brin en moins}"] & \text{un noeud à trois ronds} \arrow[d, "\text{les trois opérations du rond en moins}"] \\
\text{une torsade avec permutation identique} \arrow[r, "\text{raboutage}"] & \text{un noeud à deux ronds}
\end{tikzcd}
$$

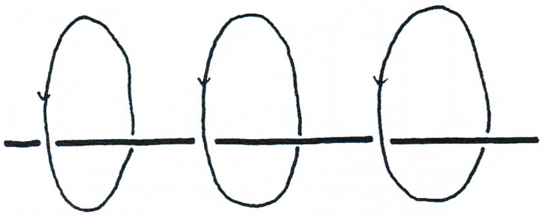
Le raboutage des tresses et des torsades avec permutation identique deuxième page

Propriété de neutralité à trois brins(non démontrée): La tresse neutre est la seule tresse qui, une fois raboutée, est trois ronds indépendants.

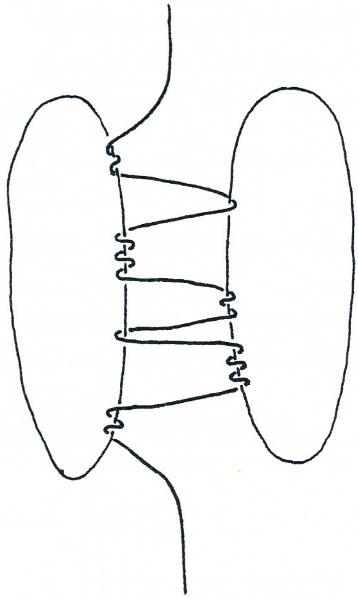
Cette propriété n'est ni démontrée ni utilisée dans ce texte. Il serait utile d'en avoir une démonstration.

En utilisant la notion de ceinture ou tresse fermée au sens d'Artin, la propriété de neutralité à trois brins se décompose en:
- Propriété démontrée: La tresse neutre est la seule tresse qui, une fois raboutée, est la ceinture neutre à trois brins.
- Propriété non démontrée: La ceinture neutre à trois brins est la seule ceinture à trois brins qui, une fois désaxée et désorientée, est trois ronds indépendants.

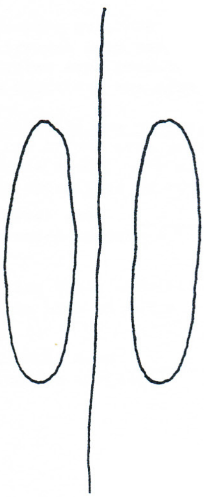




Propriété non démontrée: Si les trois ronds de la ceinture sont idépendants, on peut les séparer sans les désaxer.



Propriété non démontrée:
Compte tenu de la propriété "le vrillage total sur le rond de gauche est nul et le vrillage total sur le rond de droite est nul",
le rond de gauche et le rond de droite ne peuvent être séparés que si il n'y a aucun vrillage.



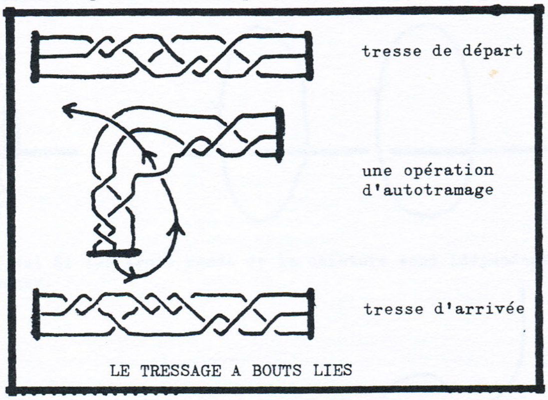
Le tressage à bouts liés

Shepperd a précisé ce qu'est le "tressage à bouts liés". C'est dans le texte: "Braids which can be plaited with their threads tied together at each end"1962. Proceedings of the royal society.A,vol.265,pp229-244.

Il précise que c'est un procédé industriel de fabrication des tresses.

Il précise le tressage à bouts liés pour les "tresses au sens d'Artin à n brins". Comme dans tout ce texte, je n'en retiens que ce qui concerne les tresses, c'est à dire les "tresses au sens d'Artin à trois brins".

Qu'est ce que le "tressage à bouts liés"? C'est n'importe quelle succession d'opérations d'"autotramage". Qu'est ce que c'est qu'une opération d'autotramage? C'est dessiné dessous. C'est une opération dans le plan à double épaisseur qui fait passer d'une tresse à une autre tresse.



LE TRESSAGE A BOUTS LIES

Shepperd démontre que:
Propriété: Les tresses avec permutation identique sont ni plus ni moins que les tresses qui peuvent être obtenues par tressage à bouts liés à partir de la tresse neutre.
Propriété: Soit deux tresses avec permutation identique. On peut passer de l'une à l'autre par un tressage à bouts liés.
(Attention: ceci est pour trois brins).

Donc:
Propriété de Shepperd: Les tresses qui, une fois raboutées, sont un noeud à trois ronds sont ni plus ni moins que les tresses qui peuvent être obtenues par tressage à bouts liés à partir de la tresse neutre.
Propriété: Soit deux tresses qui, une fois raboutées, sont un noeud à trois ronds. On peut passer de l'une à l'autre par un tressage à bouts liés.

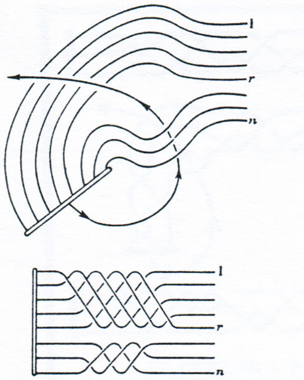
Ainsi: Conclusions:
La limitation "les tresses qui, une fois raboutées, sont un noeud à trois ronds" se trouve interprétée par: un engendrement, une équivalence, une représentation physique:
- La limitation "les tresses qui, une fois raboutées, sont un noeud à trois ronds" est équivalente à la limitation par engendrement "les tresses qui sont obtenues par tressage à bouts liés à partir de la tresse neutre".
- Deux telles tresses sont équivalentes par transformabilité mutuelle: il existe un tressage à bouts liés qui fait passer de l'une à l'autre.
- Il y a une représentation physique: la tresse est devenue un objet susceptible de transformations.

Page suivante, il y a les figures de tressage à bouts liés du texte de Shepperd.

Le tressage à bouts liés deuxième page

LE TRESSAGE A BOUTS LIES

Les figures 1 et 6 de l'article "Braids which can be plaited together with their threads tied together at each end"J.A.H.Shepperd.1962.Proceedings of the royal society.A,vol.265,pp229-244.



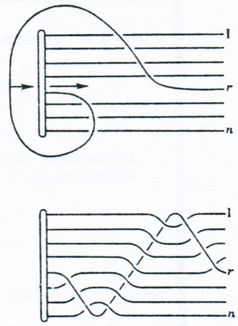


Figure 6. Method of formation of the braid a_r.

Figure 1. Method of formation of the braid $b_r = c_{1r}c^{-1}_{(r+1)n}$.

Tenir compte de la torsion des brins

Il va être introduit ici une représentation des tresses. Les tresses, objets pauvres, vont être représentées par des objets riches.

Pourquoi cette complication? La justification de cette complication est dans le paradoxe suivant: "on introduit la torsion des brins pour pouvoir s'assurer qu'on n'introduit pas de torsion des brins". Plus précisément, il faut pouvoir "tenir compte de la torsion des brins"pour pouvoir "s'assurer que une transformation n'introduit pas de torsion des brins".

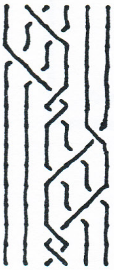
Les tresses, objets pauvres, vont être représentées par des objets riches. Il y a deux versions de cette représentation: les tresses de torsades et les tresses de bandes.
- La tresse de torsades a l'avantage d'être une "tresse de tresse au sens d'Artin", d'être un objet déjà repéré, écrivable, dans les écritures de Artin Bureau Shepperd.
- La tresse de bandes a l'avantage d'être commode pour la manipulation et pour le dessin. Sur un dessin de tresses de torsades, on n'y voit rien. Il suffit -par du grisé- de transformer un dessin de tresses de torsades en un dessin de tresse de bandes pour y voir quelquechose.

-- La tresse de torsades est un objet plat à six brins.
-- La tresse de bandes est un objet "semi-plat": il y a le "gros tressage" qui est plat comme n'importe quelle tresse, et il y a la "petite torsion" -la torsion des bandes- qui n'est pas plate mais qui ne concerne que les bandes prises isolément sans affecter le tressage. Cet objet semi-plat peut être plat, ssi il n'y a pas de petite torsion.

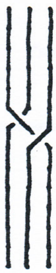
Dans la suite, on utilidera la tresse de torsades puisque c'est commode dans les écritures et on lui appliquera le langage de la tresse de bandes: la tresse de torsades est un objet semi-plat , il y a le gros tressage et le petit torsadage, elle est plate ssi il n'y a pas de petit torsadage.

A une tresse de torsades est associée une tresse, c'est la tresse sous jacente.

Exemple de l'objet semi-plat,


une tresse de torsades


une tresse de bandes


la tresse sous jacente

La tresse de torsades est une représentation de la tresse. Le petit torsadage est la torsion des brins. Une tresse de torsades, c'est une tresse dont la torsion des brins est définie. Une tresse a une torsion des brins indéfinie. Une tresse de torsades a une tresse sous jacente.

Ce qui ne veut pas dire que une tresse serait représentée canoniquement par une tresse de torsades, que une tresse n'aurait pas de torsion des brins.

Tenir compte de la torsion des brins deuxième page

Les tressages: C'est un sous groupe du groupe des "tresses au sens d'Artin à six brins". Il est isomorphe au groupe des tresses.

Les torsadages: C'est un sous groupe du groupe des "tresses au sens d'Artin à six brins". Il est isomorphe au groupe des torsades à la puissance trois.

Ces deux sous groupes sont orthogonaux. Ces deux sous groupes ont un groupe composé.

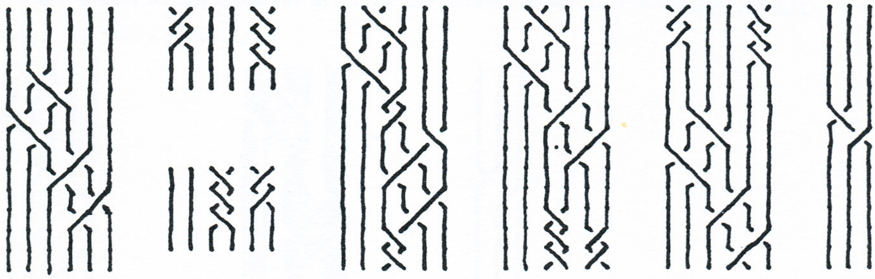
Les tresses de torsades: C'est un sous groupe du groupe des "tresses au sens d'Artin à six brins". C'est le composé des deux sous groupes précédents.

Les torsadages sont un sous groupe normal du groupe des tresses de torsades.
Les tresses sont le groupe quotient correspondant et par la fonction"tresse sous jacente à une tresse de torsades".

Les tressages sont un sous groupe du groupe des tresses de torsades. C'est un sous groupe orthogonal au sous groupe des torsadages. Il est isomorphe au groupe des tresses. Ce n'est pas un sous groupe normal. Ce n'est pas une représentation canonique des tresses dans les tresses de torsades.

Une tresse de torsades peut se décomposer d'une seule façon en un tressage et un torsadage ou se décomposer d'une seule façon en un torsadage et un tressage.

Exemple: tressage,torsadage,tresse de torsades,décompositions,tresse sous jacente:



Tenir compte de la torsion des brins troisième page

Il n'y a pas de décomposition canonique d'une tresse de torsades en tressage d'une part et torsadage d'autre part. Néanmoins il y a des cas spéciaux où il y a décomposition canonique. Néanmoins dans le cas général à défaut d'une décomposition canonique, il y a des décompositions.

Les tressages

Propriété: Un tressage est caractérisé par sa tresse sous jacente.

Les torsadages

Propriété: Deux torsadages commutent.
Soit A1 A2 A3 les trois torsadages:

 A1  A2  A3

Soit un composé de A1 A2 A3 . Le composé ne dépend que du degré de A1 du degré de A2 et du degré de A3 dans la composition. Le composé est caractérisé par les trois degrés.
Propriété: N'importe quel torsadage est un composé de A1 A2 A3. Un torsadage est caractérisé par son degré-en-A1 son degré-en-A2 et son degré-en-A3 ou encore par son tridegré-en-(A1 A2 A3).
Soit T1 T2 T3 les trois torsadages avec permutation identique:

 T1  T2  T3

tridegré-en-(A1 A2 A3)(T1)=(2,0,0) tridegré-en-(A1 A2 A3)(T2)=(0,2,0)
tridegré-en-(A1 A2 A3)(T3)=(0,0,2)
Propriété: N'importe quel torsadage avec permutation identique est un composé de T1 T2 T3. Un torsadage avec permutation identique est caractérisé par son degré-en-T1 son degré-en-T2 et son degré-en-T3 ou encore par son tridegré-en-(T1 T2 T3).

Les tresses avec permutation identique de torsades

Propriété: Le sous groupe des torsadages commute avec le sous groupe des tresses avec permutation identique de torsades.
Propriété: Une tresse avec permutation identique de torsades a une décomposition unique en tressage et torsadage.
Définition: On appelle composante de tressage et composante de torsadage d'une tresse avec permutation identique de torsades, ces deux composants.
Propriété: Une tressa avec permutation identique de torsades est caractérisée par sa composante de tressage et sa composante de torsadage. Sa composante de tressage est caractérisée par sa tresse sous jacente.

Les tresses avec permutation identique de torsades avec permutation identique

Propriété: Une tresse avec permutation identique de torsades avec permutation identique est caractérisée par sa tresse sous jacente et son tridegré-en-(T1 T2 T3).

Les tresses de torsades

Propriété: Une tresse de torsades a une décomposition unique en un tressage d'abord et un torsadage ensuite.
Définition: On appelle composante de tressage d'abord et composante de torsadage ensuite d'une tresse de torsade, ces deux composants.
Propriété: Une tresse de torsades est caractérisée par sa tresse sous jacente et le tridegré-en-(A1 A2 A3) de sa composante de torsadage ensuite.
Définition: On notera une tresse de torsades par un couple, la tresse sous jacente comme premier élément et le tridegré-en-(A1 A2 A3) de sa composante de torsadage ensuite comme deuxième élément.

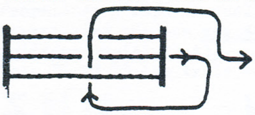
Composition des tresses de torsades. Soit P la fonction "permutation d'une tresse".
La tresse de torsades neutre est (tresse neutre,(0,0,0)). Soit (z,t) une tresse de torsades.
La tresse de torsades inverse (z,t)' est (z',-P(z)(t)). Soit (z1,t1) et (z2,t2) deux tresses de torsades. La tresse de torsades composée (z1,t1)(z2,t2) est (z1z2,P'(z2)(t1)+t2).

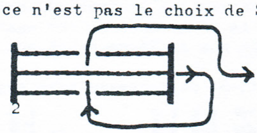
Deux représentations du tressage à bouts liés

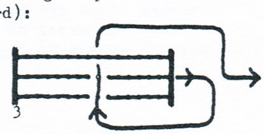
Quelles sont les opérations d'autotramage à partir de la tresse neutre?
Quelles sont les arrivées des opérations d'autotramage à partir de la tresse neutre?
Quelles sont les arrivées des tressages à bouts liés à partir de la tresse neutre?
Quels sont les arrivées des tressages à bouts liés à partir d'une tresse?

Shepperd montre que:
- L'arrivée d'un tressage à bouts liés à partir d'une tresse est le composé de cette tresse et de l'arrivée d'un tressage à bouts liés à partir de la tresse neutre.
- Les arrivées des tressages à bouts liés à partir de la tresse neutre sont le sous groupe du groupe des tresses engendré par les trois arrivées de trois opérations d'autotramage à partir de la tresse neutre.

Il y a plusieurs façons de choisir les trois opérations d'autotramage à partir de la tresse neutre. Voici un choix (ce n'est pas le choix de Shepperd):





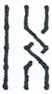


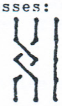
La démonstration de Shepperd s'appuie sur des propriétés topologiques qui se vérifient par manipulation ou par dessin, et sur une propriété algébrique:
- Le sous groupe du groupe des tresses,engendré par les trois arrivées des trois opérations d'autotramage à partir de la tresse neutre, est normal.
Il n'y a pas de démonstration topologique.

Les tressages à bouts liés sont représentés: Un tressage à bouts liés à partir d'une tresse est représenté par l'arrivée d'un tressage à bouts liés à partir de la tresse neutre. L'arrivée d'un tressage à bouts liés à partir d'une tresse est le composé de cette tresse et du représentant. Les représentants sont un sous groupe normal à trois générateurs du groupe des tresses. Les trois générateurs sont les trois arrivées de trois opérations d'autotramage à partir de la tresse neutre.

Cette représentation va être dédoublée, selon qu'on ne tient pas compte ou qu'on tient compte de la torsion des brins. La première représentation, c'est la représentation chez les tresses du tressage à bouts liés opérant sur la tresse. La deuxième représentation, c'est la représentation chez les tresses de torsades du tressage à bouts liés opérant sur la tresse de tarsades.

Les trois représentants générateurs chez les tresses:


[1]

[2]

[3]

Les trois représentants générateurs chez les tresses de torsades:


[1]

[2]

[3]

Deux représentations du tressage à bouts liés deuxième page

Explicitation du groupe des représentants chez les tresses
[1]=U [2]=V [3]=W . Le groupe des réprésentants chez les tresses est le sous groupe du groupe des tresses engendré par U V et W. C'est le groupe des tresses avec permutation identique. Ce groupe est généré par les trois générateurs U V W et les deux relations génératrices WVU = VUW = UWV. (Voir TTAPI).

Explicitation du groupe des représentants chez les tresses de torsades
[1] est la tresse de torsades ayant pour tresse sous jacente U et pour tridegré-en-(T1 T2 T3) (-1,1,1). [2] est la tresse de torsades ayant pour tresse sous jacente V et pour tridegré-en-(T1 T2 T3) (1,-1,1). [3] est la tresse de torsades ayant pour tresse sous jacente W et pour tridegré-en-(T1 T2 T3) (1,1,-1).
Le groupe des représentants chez les tresses de torsades est le sous groupe du groupe des tresses de torsades engendré par [1] [2] [3]. Ce sont des tresses avec permutation identique de torsades avec permutation identique puisque [1] [2] [3] le sont.
Dans une composition de [1] [2] [3], les tresses sous jacentes se composent, les composantes de tressage se composent, les composantes de torsadages se composent commutativement, les tridegrés-en-(T1 T2 T3) s'additionnent commutativement.
Propriété: Les représentants chez les tresses de torsades sont les tresses avec permutation identique de torsades avec permutation identique, de tresse sous jacente p, de tridegré-en-(T1 T2 T3) t, telles que:
p est une tresse avec permutation identique, et

$$t = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \text{tridegré-en-}(U\ V\ W)(p)$$

Le groupe des représentants chez les tresses de torsades est normal
Soit (p,2r) une tresse avec permutation identique de torsades avec permutation identique ~~xppx~~ qui est un représentant chez les tresses de torsades.
p est une tresse avec permutation identique.

$$r = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \text{tridegré-en-}(U\ V\ W)(p)$$

Soit (z,t) une tresse de torsades.
Est il vrai que (z,t)(p,2r)(z,t)' est un représentant?
(z,t)(p,2r)(z,t)'=(zpz',P(z)(2r))
zpz' est une tresse avec permutation identique.
tridegré-en-(U V W)(zpz')=P(z)(tridegré-en-(U V W)(p)).
(zpz',P(z)(2r))est un représentant ssi:

$$P(z)(2x(\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \text{tridegré-en-}(U\ V\ W)(p))) = 2\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}(P(z)(\text{tridegré-en-}(U\ V\ W)(p)))$$

Ce qui est vrai.
(zpz',P(z)(2r)) est un représentant.
Le groupe des représentants chez les tresses de torsades est un sous groupe normal du groupe des tresses de torsades.

Les deux représentations sont isomorphes: Le groupe des représentants chez les tresses est isomorphe au groupe des représentants chez les tresses de torsades.

Conclusions: Le fait que le groupe des représentants chez les tresses de torsades est un sous groupe normal du groupe des tresses de torsades, est la justification algébrique comme dans Shepperd. Le fait que les deux groupes de représentants soit isomorphes justifie de ne pas distinguer deux notions de tressage à bouts liés. Il y a le tressage à bouts liés qui peut s'appliquer soit aux tresses soit aux tresses de torsades.

Le tressage à bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins

Définition des tressages à bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins
Ce sont les tressages à bouts liés satisfaisant à l'une des conditions équivalentes suivantes:
- Une tresse de torsades plate est transformée en tresse de torsades plate.
- Un tressage est transformé en tressage.
- La composante-de-torsadage-ensuite de la tresse de torsades d'arrivée est égale à la composante-de-torsadage-ensuite de la tresse de torsades de départ.

Pour un tressage à bouts liés, les conditions précédentes sont équivalentes à la condition (le représentant chez les tresses de torsades est un tressage). Les représentants chez les tresses de torsades ont été caractérisés au paragraphe précédent. Soit (p,2r) un représentant chez les tresses de torsades. La condition ((p,2r) est un tressage) est équivalente à la condition (r=0) et est équivalente à la condition (tridegré-en-(U V W)(p)=0).

Caractérisation des tressages à bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins
Pour un tressage à bouts liés, les conditions suivantes sont équivalentes:
- C'est un tressage à bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins.
- Un tressage est transformé en tressage.
- Le représentant chez les tresses de torsades est un tressage.
- Le représentant chez les tresses est une tresse avec permutation identique dont le tridegré-en-(U V W) est nul.

Comment réagit la tresse?
Si la tresse est faite avec un matériau tel que les brins ont une résistance à la torsion, on peut constater que:
- au cours des opérations d'autotramage ou de tressage à bouts liés en général, la tresse résiste au tressage à bouts liés, la tresse se débat.
- quand la tresse ne se débat plus, c'est qu'on a fait un tressage à bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins.

Caractérisation des tresses de torsades obtenues -par tressage à bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins- à partir de la tresse de torsades neutre: Ce sont les tressages dont la tresse sous jacente est une tresse avec permutation identique de tridegré-en-(U V W) nul.

Caractérisation des tresses obtenues -par tressage à bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins- à partir de la tresse neutre: Ce sont les tresses avec permutation identique de tridegré-en-(U V W) nul.

La propriété de Slade

La propriété de Slade: Pour une tresse, les conditions suivantes sont équivalentes:
- une fois raboutée, elle est ou bien le noeud neutre ou bien un noeud boroméen.
- par n'importe laquelle des trois opérations du brin en moins, elle devient la torsade neutre.
- elle a une permutation identique et le tridegré-en-(U V W) est nul.
- elle peut être obtenue -par tressage à bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins- à partir de la tresse neutre.

La propriété de Slade donne le droit d'appeller "tresses de Slade" de telles tresses et "tressages de Slade" les tressages à bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins.

La propriété de Slade va être démontrée par:
Propriété: Pour une tresse, les conditions suivantes sont équivalentes:
- une fois raboutée, elle est ou bien le noeud neutre ou bien un noeud boroméen.
- une fois raboutée, elle est un noeud à trois ronds qui, par n'importe laquelle des trois opérations du rond en moins, devient deux ronds indépendants.
- par n'importe laquelle des trois opérations du brin en moins, elle devient une torsade qui, une fois raboutée, est deux ronds indépendants.
- par n'importe laquelle des trois opérations du brin en moins, elle devient la torsade neutre.
- elle a une permutation identique et le tridegré-en-(U V W) est nul.
- elle peut être obtenue -par tressage à bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins- à partir de la tresse neutre.

L'équivalence de ces six conditions va être démontrée en allant de la première à la deuxième, de la deuxième à la troisième, et ainsi de suite jusqu'à la sixième.

La deuxième condition est équivalente à la première: Parceque pour un noeud, la condition (être ou bien le noeud neutre ou bien un noeud boroméen) est équivalente à la condition (par n'importe laquelle des trois opérations du rond en moins, il devient deux ronds indépendants).

La troisième condition est équivalente à la deuxième condition: Parceque (Voir le paragraphe "Le raboutage des tresses et des torsades avec permutation identique"):
-Il y a compatibilité des opérations du brin en moins et des opérations du rond en moins.
-Pour une tresse, les trois conditions suivantes sont équivalentes:
+elle a une permutation identique.
+une fois raboutée, elle est un noeud à trois ronds.
+par n'importe laquelle des trois opérations du brin en moins, elle devient une torsade avec permutation identique.

La quatrième condition est équivalente à la troisième condition: Parceque (Voir le paragraphe "Le raboutage des tresses et des torsades avec permutation identique"): il y a la propriété de neutralité à deux brins.

La cinquième condition est équivalente à la quatrième condition: C'est démontré dans le paragraphe "Les tresses et les torsades avec permutation identique".

La sixième condition est équivalente à la cinquième condition: C'est démontré dans le paragraphe "Les tressages à bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins".

Exemple: Voici une tresse qui n'est pas une tresse régulière, et qui, une fois raboutée, est le noeud boroméen.

Quelle démonstrativité?

Algèbre des tresses et topologie des noeuds

Ce texte est à cheval entre les tresses et les noeuds, entre l'algèbre et la topologie. Il y a des passages entre l'algèbre et la topologie qui sont faits, il y en a qui ne sont pas faits. Lesquels?

- La propriété "La torsade neutre est la seule torsade avec permutation identique qui, une fois raboutée, est un noeud dont les deux ronds ne tiennent pas ensemble" se trouve dans le paragraphe "Le raboutage des tresses et des torsades avec permutation identique". Elle sert à démontrer la propriété de neutralité à deux brins. Elle est considérée comme évidente mais n'est pas démontrée.
- L'introduction du tressage à bouts liés et des représentants générateurs, pour les tresses de torsades et pour le passage des tresses aux tresses de torsades, est justifiée algébriquement mais n'est pas justifiée topologiquement.

Il y a un fossé entre algèbre et topologie.

Shepperd, dans son introduction du tressage à bouts liés et des représentants générateurs, fait une justification algébrique et pas de justification topologique.

Artin a justifié topologiquement en 1947 ce qu'il avait justifié algébriquement en 1925, et il a l'air de trouver ça insuffisant. Voir la préface de Artin "Theory of braids"(1947).

Le fossé en lui même est intéressant. Il y a fossé si il y a une seule topologie. Plutot que le fossé, il y a le problème: "Quelle topologie?".

La propriété de Slade caractérise des noeuds qui sont ou bien trois ronds indépendants ou bien un noeud boroméen. Elle permettrait de caractériser des noeuds boroméens par l'intermédiaire de la propriété de neutralité à trois brins. Il serait utile de démontrer d'une façon ou d'une autre la propriété de neutralité à trois brins.

La propriété de Slade caractérise des noeuds qui sont ou bien trois ronds indépendants ou bien un noeud boroméen. Ca pourrait laisser croire que ça caractérise tous les noeuds qui sont ou bien trois ronds indépendants ou bien un noeud boroméen. Ce n'est pas vrai, ça ne caractérise que ceux qui peuvent être obtenus par raboutage à partir d'une tresse. Il serait utile d'avoir un contre exemple, un noeud boroméen qui ne peut pas être obtenu par raboutage à partir d'une tresse.

Une tresse de slade à cinq brins

Dans les pages suivantes, il y a des dessins d'une certaine tresse à cinq brins. Elle est dessinée répétée deux fois de suite dans les trois pages suivantes, et non répétée à la dernière page.

C'est une tresse de slade, c'est à dire que c'est une tresse qui peut être obtenue par "tressage à bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins". Autrement dit ça peut se fabriquer comme "ceinture tressée". C'est un objet artisanal qui se trouve dans le commerce.

La dernière page de dessins indique comment il faut contorsionner une bande de cuir fendue pour obtenir ce tressage.

Les quatre dessins de la dernière page sont quatre présentations d'une même surface: le disque à quatre trous ou la sphère à cinq trous.

La deuxième page de dessins montre le réseau de cette tresse. Cette tresse est une tresse régulière. Shepperd appelle cette tresse "common sennit" ou "english sennit".

La troisième page de dessins montre ce qui reste quand deux brins disparaissent.

Quand trois brins disparaissent, les deux brins qui restent sont libres. Cette tresse est une tresse boroméenne généralisée 5-3 . C'est à dire que quand trois brins (parmi les cinq) disparaissent, alors les deux brins qui restent sont libres.

D'une façon générale, une tresse de slade à n brins est boroméenne généralisée n, (n-2). C'est à dire que quand (n-2) brins disparaissent alors les deux brins qui restent sont libres.

Il y a un article de Shepperd sur le tressage à bouts liés: "Braids which can be plaited with their threads tied together at each end". La tresse ici présentée y figure.

Une tresse de slade à cinq brins

Dans les pages suivantes, il y a des dessins d'une certaine tresse à cinq brins. Elle est dessinée répétée deux fois de suite dans les trois pages suivantes, et non répétée à la dernière page.

C'est une tresse de slade, c'est à dire que c'est une tresse qui peut être obtenue par "tressage à bouts liés n'introduisant pas de torsion des brins". Autrement dit ça peut se fabriquer comme "ceinture tressée". C'est un objet artisanal qui se trouve dans le commerce.

La dernière page de dessins indique comment il faut contorsionner une bande de cuir fendue pour obtenir ce tressage.

Les quatre dessins de la dernière page sont quatre présentations d'une même surface: le disque à quatre trous ou la sphère à cinq trous.

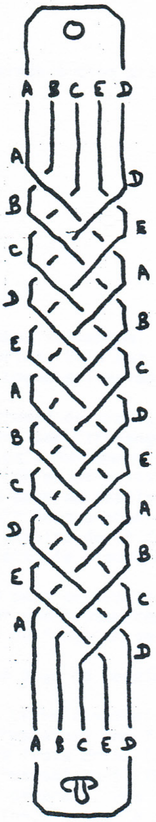
La deuxième page de dessins montre le réseau de cette tresse. Cette tresse est une tresse régulière. Shepperd appelle cette tresse "common sennit" ou "english sennit".

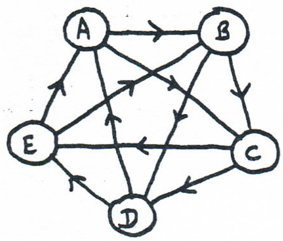
La troisième page de dessins montre ce qui reste quand deux brins disparaissent.

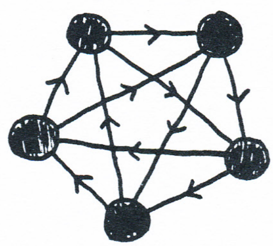
Quand trois brins disparaissent, les deux brins qui restent sont libres. Cette tresse est une tresse boroméenne généralisée 5-3 . C'est à dire que quand trois brins (parmi les cinq) disparaissent, alors les deux brins qui restent sont libres.

D'une façon générale, une tresse de slade à n brins est boroméenne généralisée n, (n-2). C'est à dire que quand (n-2) brins disparaissent alors les deux brins qui restent sont libres.

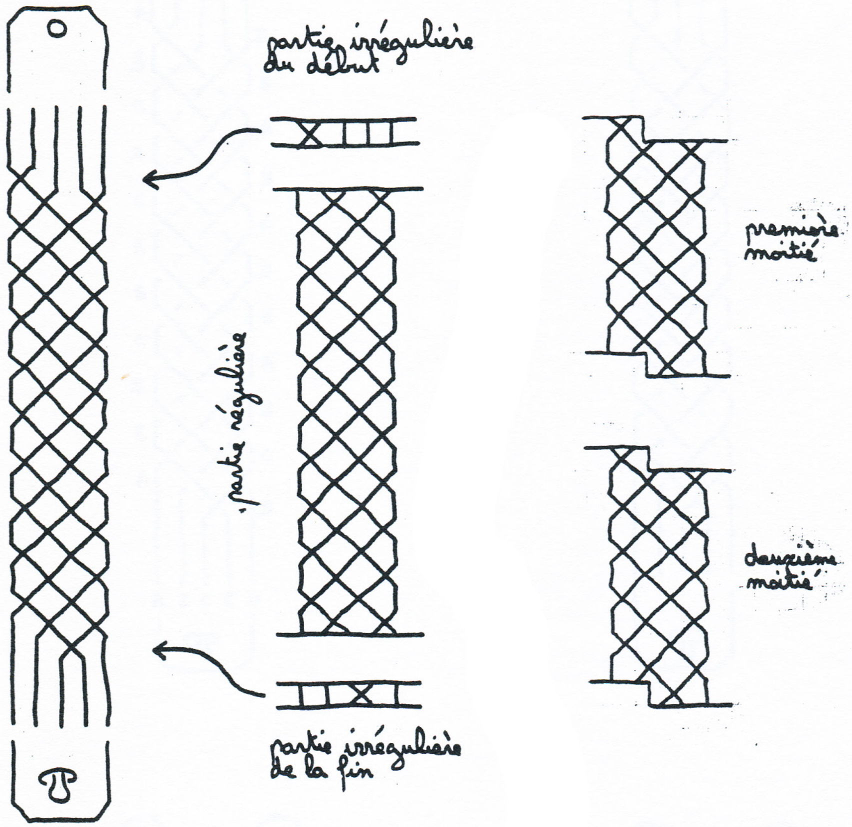
Il y a un article de Shepperd sur le tressage à bouts liés: "Braids which can be plaited with their threads tied together at each end". La tresse ici présentée y figure.

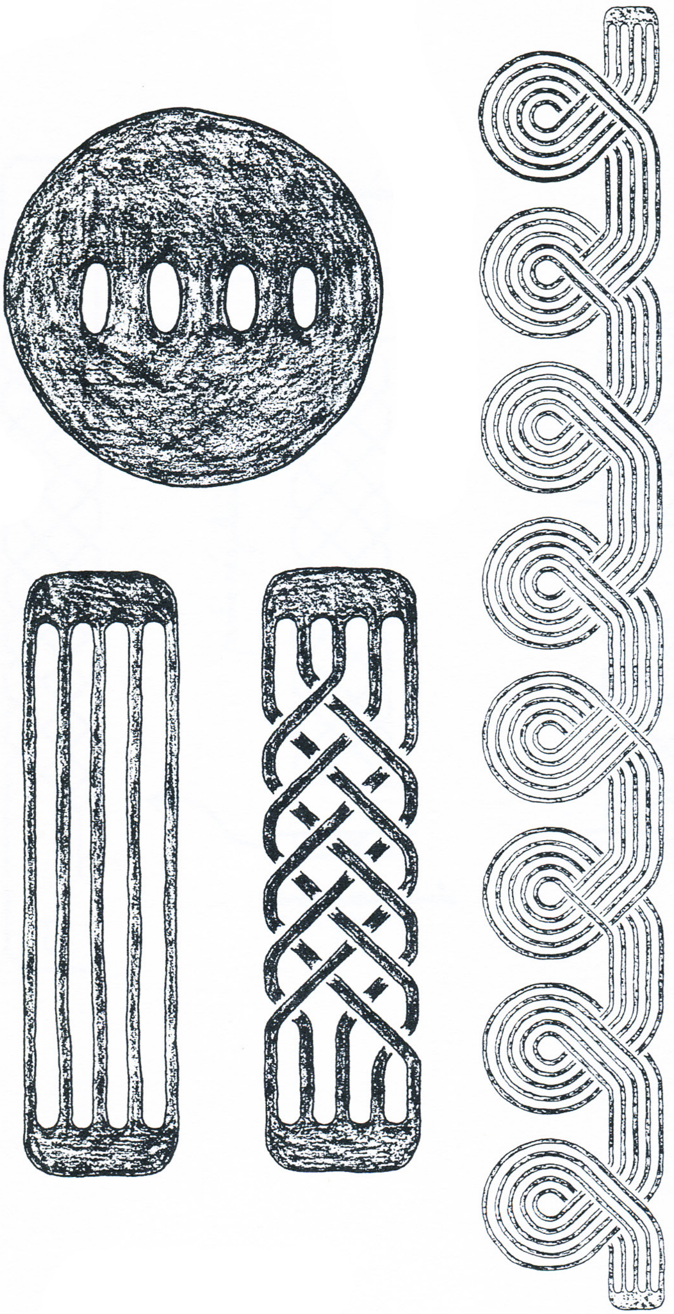






A → B veut dire que A est au dessus de B

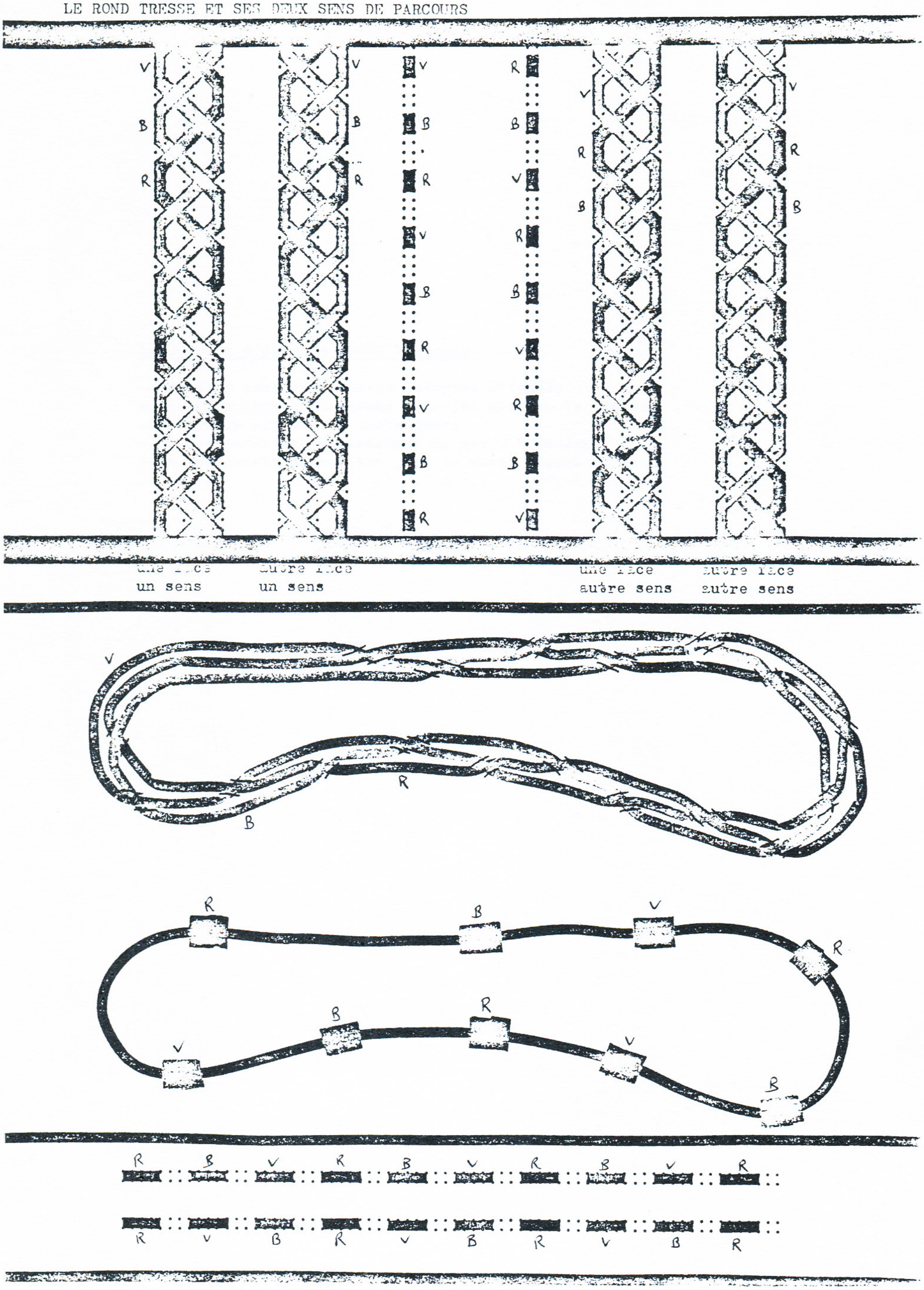

partie irrégulière
du début
partie régulière
partie irrégulière
de la fin
première
moitié
deuxième
moitié



<u>Le 3 et le 4 dans le noeud boroméen</u>

- Les deux noeuds boroméens coloriés orientés.
- Les deux noeuds boroméens coloriés mis sur la sphère avec nombre minimum de croisements.
- La présentation tétraédrique du noeud boroméen.
- La présentation en tissu plan du noeud boroméen.

LE ROND TRESSE ET SES DEUX SENS DE PARCOURS



LE ROND TRESSE ET SES DEUX SENS DE PARCOURS

Définition: Un <u>rond tressé</u>, c'est un écheveau à trois brins, à trois ronds, à trois couleurs, obtenu par raboutage d'une tresse régulière coloriée.

Un rond tressé a 12 automorphismes.

Définition: Un <u>rond tressé orienté</u>, c'est un écheveau orienté à trois brins, à trois ronds, à trois couleurs, obtenu par raboutage d'une tresse régulière coloriée.

Un rond tressé orienté a 24 automorphismes.

Propriété: Une tresse régulière coloriée a 48 automorphismes, 2 invariances, 24 exemplaires automorphes.
Propriété: En "ne tenant pas compte de la coupure de début et de la coupure de fin", une tresse régulière coloriée a 48 automorphismes, 12 invariances, 4 exemplaires automorphes. Voir dessin. Ou encore, il y a quatre sortes de tresses régulières coloriées.

Propriété: Un rond tressé orienté a 24 automorphismes, 12 invariances, 2 exemplaires automorphes. Deux exemplaires automorphes s'échangent par inversion, s'échangent par permutation de deux couleurs. Deux exemplaires automorphes sont caractérisés par les deux circulations des trois couleurs. Ils sont invariants par permutation circulaire des couleurs, par symétrie, par (inversion et permutation de deux couleurs).

Les deux ronds tressés orientés, inverses l'un de l'autre, distinguent et caractérisent les deux sens de parcours d'un même rond tressé. Ainsi un rond tressé est "intrinsèquement orientable comme ligne".
Un rond tressé ressemble à un chapelet à trois couleurs. Voir dessin. Ses deux sens de parcours sont les deux sens de parcours du chapelet à trois couleurs, c'est à dire les deux circulations des trois couleurs.

Conclusion:
- Un rond tressé est comme un chapelet à trois couleurs. Voir dessin.
- Un rond tressé est "intrinsèquement orientable comme ligne".
- Les deux sens de parcours d'un rond tressé sont les deux circulations des trois couleurs.

Problème: Qu'est ce qui est démontré et qu'est ce qui ne l'est pas? Il est démontré (non rédigé) que le rond tressé orienté a 12 invariances et 2 exemplaires automorphes. Il n'est pas démontré que les deux exemplaires automorphes sont caractérisés par les deux circulations des trois couleurs.

Problème: Un rond tressé orienté est un écheveau à trois brins, à trois ronds, à trois couleurs, invariant par symétrie, invariant par permutation circulaire des couleurs, invariant par (inversion et permutation de deux couleurs). La réciproque est elle vraie?

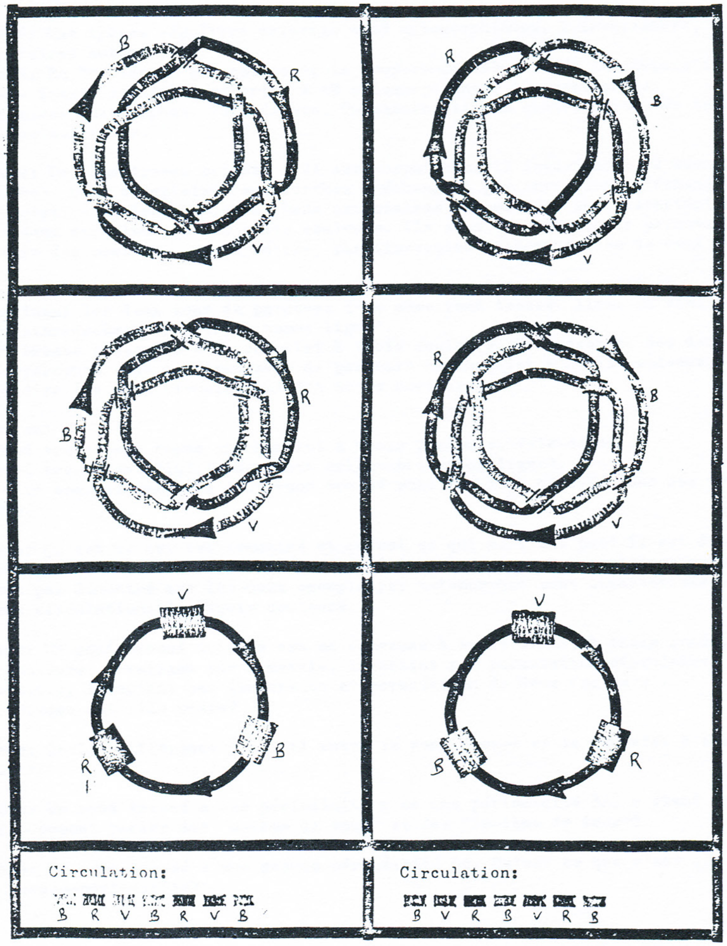
Problème: Quelle différence y a t il entre le rond tressé et le chapelet à trois couleurs?

Problème: Un rond tressé a une périodicité n et une périodicité 3n, n étant un entier. Comment parler des "n-ième de tour" et des "3n-ième de tour"?

Problème: Un rond tressé a une pseudo-périodicité 6n. Qu'est ce que c'est que cette pseudo-périodicité?

LES DEUX NOEUDS BOROMEENS COLORIES ORIENTES

Voici quatre écheveaux boroméens coloriés orientés, pour représenter les deux noeuds boroméens coloriés orientés. Et puis les deux chapelets orientés à trois boules de trois couleurs. Et puis les deux circulations des trois couleurs.



LES DEUX NOEUDS BOROMEENS COLORIES ORIENTES

Le noeud boroméen colorié orienté a 96 automorphismes. Les 96 automorphismes sont engendrés par les automorphismes suivants: symétrie, inversion des orientations de un ou deux ou trois ronds, permutation des couleurs.

Propriété: Un noeud boroméen colorié orienté est invariant par les "inversions paires" c'est à dire par les inversions d'orientation d'un nombre pair de ronds. (4 invariances).
Propriété: Un noeud boroméen orienté ne se met que d'une seule façon en écheveau boroméen orienté à nombre minimum de brins.
Propriété: Un écheveau boroméen colorié orienté à nombre minimum de brins est un rond tressé orienté.

Propriété: IL Y A DEUX NOEUDS BOROMEENS COLORIES ORIENTES. Ils s'échangent par permutation de deux couleurs, ils s'échangent par inversion c'est à dire par inversion des orientations des trois ronds, ils s'échangent par inversion de l'orientation d'un rond. Ils sont caractérisés par les deux circulations des trois couleurs. Ils ont 48 invariances. Ils sont invariants par symétrie, par permutation circulaire des couleurs, par inversion paire, par (inversion et permutation de deux couleurs).

Conclusion:
- Les deux noeuds boroméens coloriés orientés sont comme les deux écheveaux boroméens coloriés orientés.
- Les deux écheveaux boroméens coloriés orientés sont comme les deux chapelets orientés à trois boules de trois couleurs. Voir dessin.
- Les deux chapelets orientés à trois boules de trois couleurs sont comme les deux circulations des trois couleurs.
- Les deux noeuds boroméens coloriés orientés sont comme les deux circulations des trois couleurs.

Dans l'article "A pair of non-invertible links"(1969) Duke Mathematical Journal (36) pp 695-698, W.C.Whitten définit l'"inversibilité". C'est une invariance de noeuds coloriés orientés. C'est l'invariance par l'inversion des orientations de tous les ronds.

Propriété: Au sens de Whitten(1969), le noeud boroméen n'est pas inversible.

Cette dénomination n'est pas évidement bonne. Il y a beaucoup d'automorphismes qui peuvent s'appeller "inversion". Il y a beaucoup plus d'invariances qui peuvent s'appeller "inversibilité".

Problème: Qu'est ce qui est démontré et qu'est ce qui ne l'est pas? Ce qui est démontré (pas rédigé), ce sont les 12 invariances d'écheveau colorié orienté. Les 4 invariances par les inversions paires ne sont pas démontrées. L'existence de deux noeuds boroméens coloriés orientés distincts n'est pas démontrée. Autrement dit, la non-inversibilité au sens de Whitten(1969) n'est pas démontrée. La caractérisation par les deux circulations des trois couleurs n'est pas démontrée.

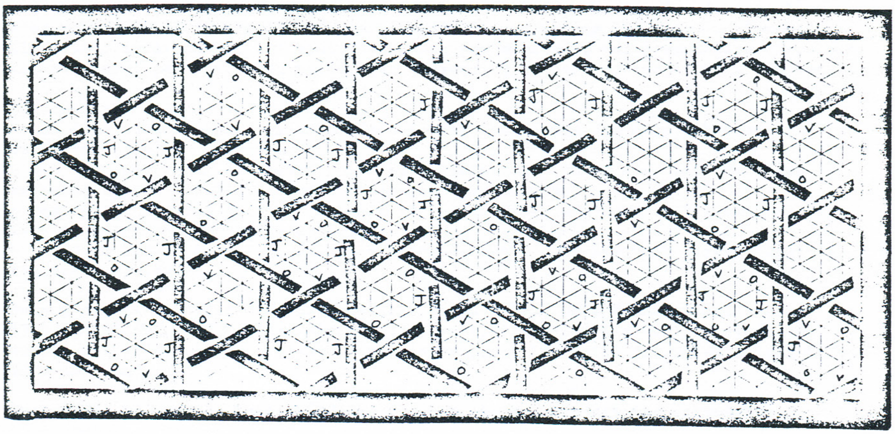
Le problème de la non-inversibilité a été posé par Fox en 1962 dans "Some problems of knot theory". La première démonstration de non-inversibilité a été faite par Trotter en 1964 dans "Non-invertible knots exist".

Problème: Il y a une version purement combinatoire du fait que (il y a deux noeuds boroméens coloriés orientés et ils sont caractérisés par les deux circulations des trois couleurs). C'est: (le 3-orienté est équivalent à (une circulation du 3 et un parmi 4)). Ceci a un sens lorsque le 3 et le 3-orienté ont été représentés dans le 4, selon: un parmi 3, c'est une involution sans points fixes du 4, un-orienté parmi 3, c'est une permutation circulaire du 4. Il faudrait faire le rapport entre la propriété purement combinatoire et la propriété de noeuds.

Problèmes déjà posés pour le rond tressé: Quelle différence y a t il entre le noeud boroméen colorié orienté et le chapelet orienté à trois boules de trois couleurs? Justifier la caractérisation des deux exemplaires par les deux circulations des trois couleurs. Comment parler du "tiers de tour"? Qu'est ce que c'est que la pseudo-périodicité par "sixième de tour"?

LES TISSUS TRAMES ET LEUR DEUX FACES

Voici un tissu plat, colorié à trois couleurs, tramé. Son tramage est: (vert au dessus du rouge, rouge au dessus du jaune, jaune au dessus du vert). Ou encore, son tramage est: (la circulation (vert,rouge,jaune,vert) est descendante et la circulation (vert,jaune,rouge,vert) est montante).



Un tissu plat colorié tramé

J o V J o V

Circulation montante: :

Circulation descendante: :

o J V o J V o J

LES TISSUS TRAMES ET LEUR DEUX FACES

Un tissu <u>tramé</u> est un tissu à trois couleurs ayant l'une des deux propriétés suivantes:
Soit i j k les trois couleurs.
Ou bien- Les fils de couleur i passent au dessus des fils de couleur j, et
les fils de couleur j passent au dessus des fils de couleur k, et
les fils de couleur k passent au dessus des fils de couleur i.
Ou bien- Les fils de couleur i passent au dessus des fils de couleur k, et
les fils de couleur j passent au dessus des fils de couleur i, et
les fils de couleur k passent au dessus des fils de couleur j.

Les deux propriétés précédentes sont appellées <u>les deux tramages</u>. Un tissu tramé est un tissu qui a un des deux tramages.
Si un tissu est tramé, les tissus obtenus par symétrie, par permutation circulaire des couleurs, par (retournement et permutation de deux couleurs), sont tramés et ont le même tramage.
Si un tissu est tramé, les tissus obtenus par retournement, par permutation de deux couleurs, sont tramés et ont le tramage inverse.
Autrement dit, le tramage a 24 automorphismes et 12 invariances. Le tramage est invariant par symétrie, par permutation circulaire des couleurs, par (retournement et permutation de deux couleurs). Le tramage s'inverse par retournement, par permutation de deux couleurs.

<u>Le tramage est un vrai trois</u>, au sens suivant: C'est une propriété du genre "les trois sont liés et sont deux à deux indépendants". Dans un tissu tramé, il y a trois sous-tissus, trois trames, qui sont deux à deux indépendants au sens de "l'un est dessous et l'autre est dessus".

Les deux tramages peuvent être caractérisés à partir des deux circulations des trois couleurs:

Soit une couleur, et soit une circulation, alors il y a une couleur d'avant et une couleur d'après. Soit P et Q les deux circulations.
Un tramage est caractérisé par: Selon la circulation P les fils d'une couleur passent au dessus des fils de la couleur d'après et au dessous des fils de la couleur d'avant, et selon la circulation Q les fils d'une couleur passent au dessous des fils de la couleur d'après et au dessus des fils de la couleur d'avant.
L'autre tramage est caractérisé par: Selon la circulation P les fils d'une couleur passent au dessous des fils de la couleur d'après et au dessus des fils de la couleur d'avant, et selon la circulation Q les fils d'une couleur passent au dessus des fils de la couleur d'après et au dessous des fils de la couleur d'avant.

Traduction:
(au dessus de celui d'après) = (au dessous de celui d'avant) = (descendre)
(au dessous de celui d'après) = (au dessus de celui d'avant) = (monter)

Un tramage est caractérisé par:
La circulation P est descendante et la circulation Q est montante.
L'autre tramage est caractérisé par:
La circulation P est montante et la circulation Q est descendante.

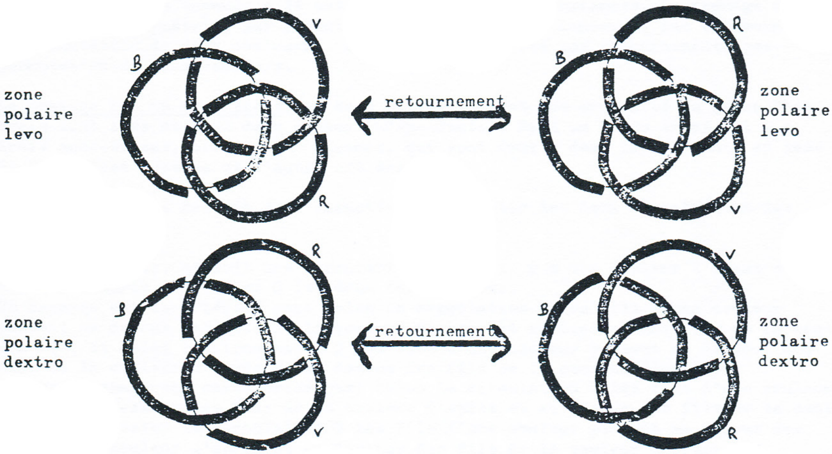
Cette caractérisation des deux tramages permet de dire que les deux circulations du 3 caractérisent indirectement les deux tramages, ou encore que les deux circulations du 3 caractérisent indirectement les deux faces d'un tissu tramé.

Ces choses là se formulent dans le langage des dimensions binaires.

Voici cinq dimensions binaires: Circulation=(P,Q) et Tramage et (avant,après) et (dessus, dessous) et (monter,descendre). Ces cinq dimensions binaires ne sont pas indépendantes: (monter,descendre)=(avant,après)*(dessus,dessous) et Tramage=Circulation*(monter,descendre). Les deux faces d'un tissu tramé sont caractérisées, non pas par la dimehsion binaire Circulation, mais par une dimension binaire dérivée: Circulation*(monter,descendre).

LES DEUX NOEUDS BOROMEENS COLORIES MIS SUR LA SPHERE AVEC NOMBRE MINIMUM DE CROISEMENTS

Voici les quatre noeuds boroméens coloriés aplatis avec nombre minimum de croisements, pour représenter les deux noeuds boroméens coloriés mis sur la sphère avec nombre minimum de croisements.
Ce sont des noeuds aplatis tramés, qui représentent des noeuds mis sur la sphère tramés.
Le rapport, entre noeud aplati et noeud sur la sphère, est la projection polaire.



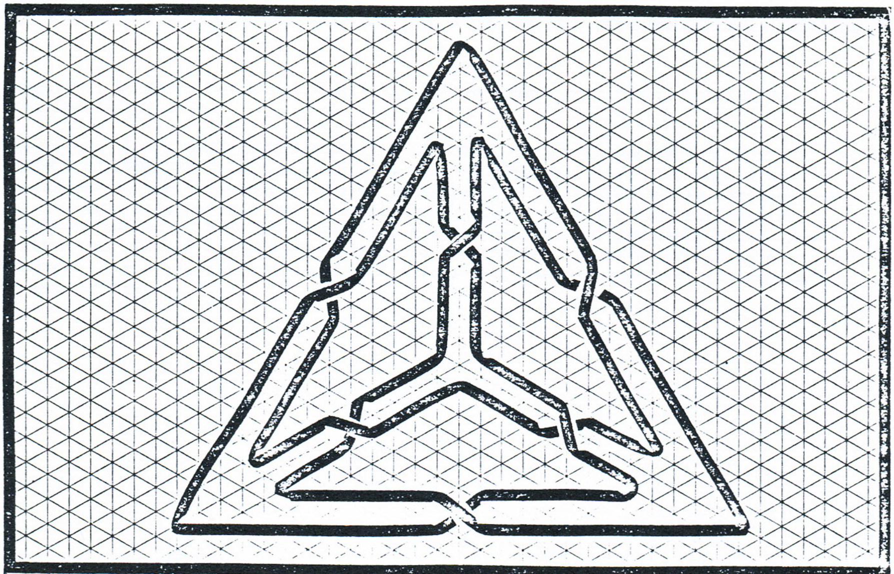
Tramage:
R V B R V
Circulation montante:
Circulation descendante:
R B V R B

Tramage:
R B V R B
Circulation montante:
Circulation descendante:
R V B R V

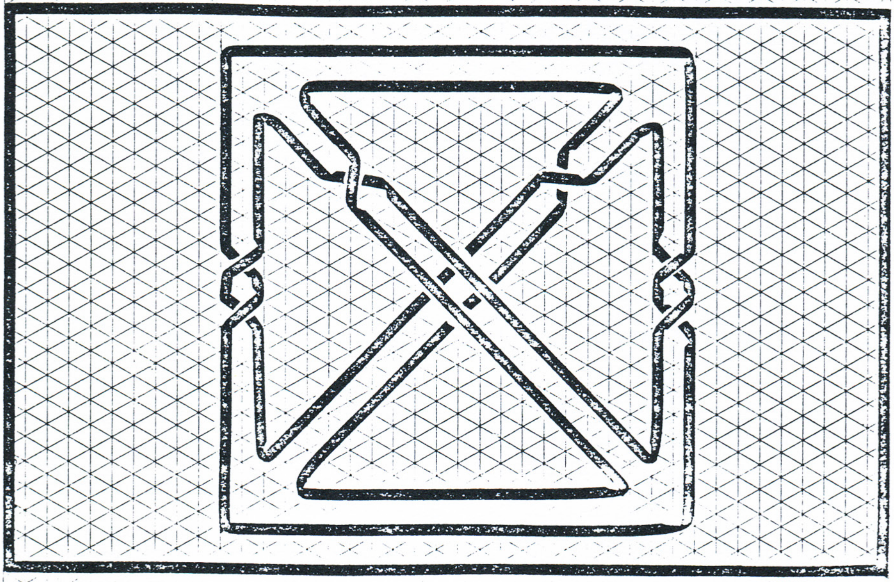
LES DEUX NOEUDS BOROMEENS COLORIES MIS SUR LA SPHERE AVEC NOMBRE MINIMUM DE CROISEMENTS

Propriété: Le noeud boroméen colorié mis sur la sphère avec nombre minimum de croisements est tramé.

Propriété: IL Y A DEUX NOEUDS BOROMEENS COLORIES MIS SUR LA SPHERE AVEC NOMBRE MINIMUM DE CROISEMENTS.(24 automorphismes,12 invariances). Ils s'échangent par retournement, par permutation de deux couleurs. Ils sont caractérisés indirectement par les deux circulations des trois couleurs. Soit P et Q les deux circulations des trois couleurs. Pour l'un des deux, P est montante et Q est descendante. Pour l'autre des deux, P est descendante et Q est montante. Ils sont invariants par symétrie, par permutation circulaire des couleurs, par (retournement et permutation de deux couleurs).



Le noeud boroméen. Aplati à six croisements.



Le noeud boroméen. Aplati à dix croisements.

LA PRESENTATION TETRAEDRIQUE DU NOEUD BOROMEEN

C'est une présentation du noeud borroméen qui fait spécialement apparaitre la combinatoire du 3 et du 4 dans le noeud boroméen. Cette présentation fait aussi spécialement apparaitre une surface dont le noeud boroméen est le bord.

Définition de la présentation tétraédrique du noeud boroméen

- La présentation tétraédrique est montrée par la page des deux dessins "Le noeud boroméen.Aplati à six croisements." et "Le noeud boroméen.Aplati à dix croisements.". Ces deux dessins font voir, mais ne sont pas des présentations satisfaisantes.
- La présentation tétraédrique peut être obtenue, à partir du noeud boroméen mis sur la sphère avec nombre minimum de croisements, en faisant "grossir" quatre zones et en faisant "maigrir" les quatre autres zones.
- La présentation tétraédrique n'est pas une présentation plane.

Comment avoir une présentation plane de la présentation tétraédrique? Comment avoir une présentation plane du tétraèdre? Celà sera précisé plus loin.

Propriété: Il y a deux présentations tétraédriques du noeud boroméen, et elles s'échangent par symétrie.
Autrement dit, le noeud boroméen est invariant par symétrie, mais la présentation tétrédrique du noeud boroméen n'est pas invariante par symétrie.

Les présentations planes du tétraèdre

Je connais cinq présentations planes du tétraèdre. Ces cinq présentations sont dessinées sur une page.
- perspective, privilégiant un parmi quatre.
- perspective, privilégiant un parmi trois.
- tissu plan, projection polaire d'un tissu sphérique, privilégiant un parmi quatre.
- tissu plan, projection polaire d'un tissu sphérique, privilégiant un parmi quatre.
- tissu plan, revêtement ou déroulement, ne représentant pas les sommets du tétraèdre.

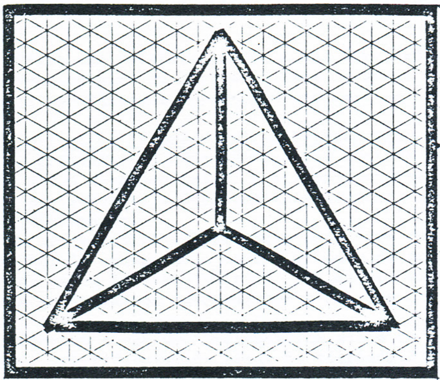
La cinquième présentation est la meilleure parceque elle ne privilégie ni un parmi trois ni un parmi quatre. Les sommets du tétraèdre ne sont pas représentés. Les arêtes et les faces sont représentés. Il n'y a pas correspondance biunivoque entre l'espace et le plan, une arête ou une face n'est pas représentée une fois mais répétitivement.

Cette cinquième présentation sera appelée "la présentation du tétraèdre en tissu plan" ou encore "la présentation du tétraèdre par un revêtement plan" ou encore "la présentation du tétraèdre par un déroulement plan".

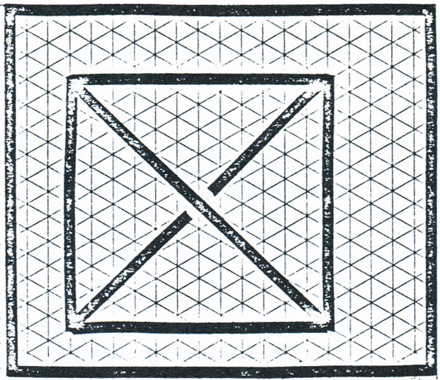
Il y a une page de dessins qui montrent le 3 et le 4 dans la présentation du tétraèdre en tissu plan.

Les deux dessins "Le noeud boroméen.Aplati à six croisements" et "Le noeud boroméen.Aplati à dix croisements", sont des présentations planes de la présentation tétraédrique du noeud boroméen, inspirées des deux présentations perspectives du tétraèdre. Ca ne permet pas de les qualifier de ""présentations perspectives de la présentation tétraédrique du noeud boroméen"". Ces deux dessins sont là pour faire voir que la présentation tétraédrique du noeud boroméen existe.

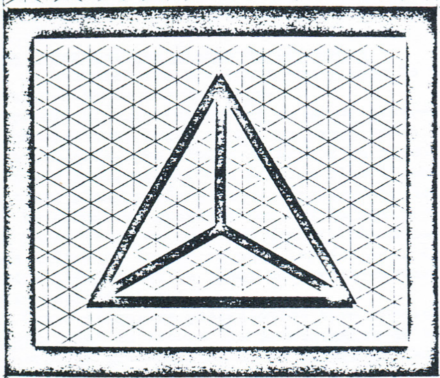
Comment avoir une présentation plane de la présentation tétraédrique du noeud boroméen? Par la cinquième présentation du tétraèdre, par la présentation en tissu plan de la présentation tétraédrique du noeud boroméen. Cette présentation sera appelée "présentation du noeud boroméen en tissu plan". Voir plus loin.



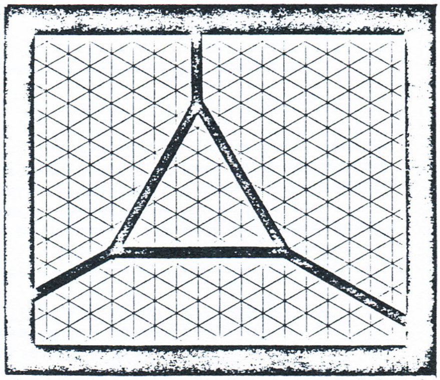
Tétraèdre. Perspective.



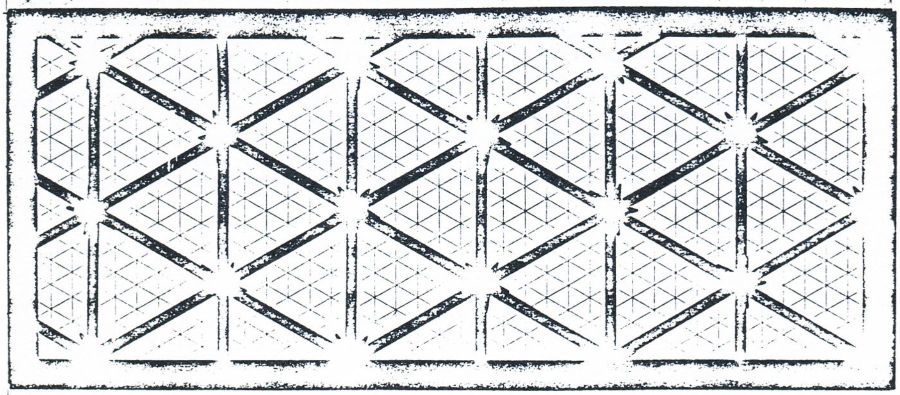
Tétraèdre. Perspective.



Tétraèdre. Tissu plan.

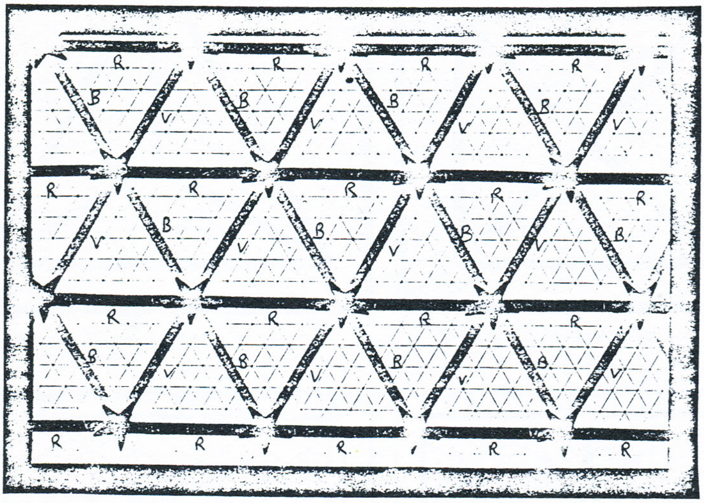


Tétraèdre. Tissu plan.

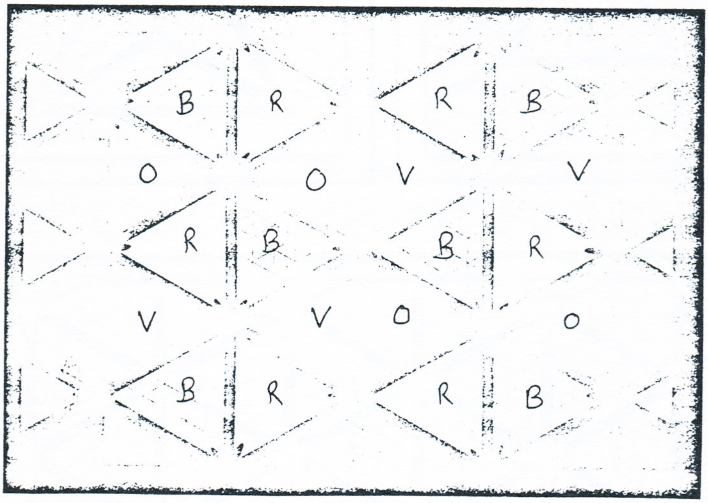


Tétraèdre. Tissu plan.

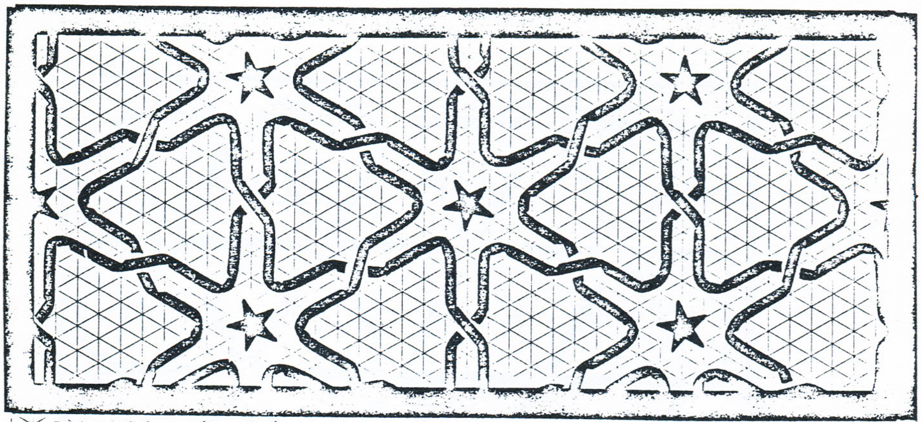
LES PRESENTATIONS DU TETRAEDRE



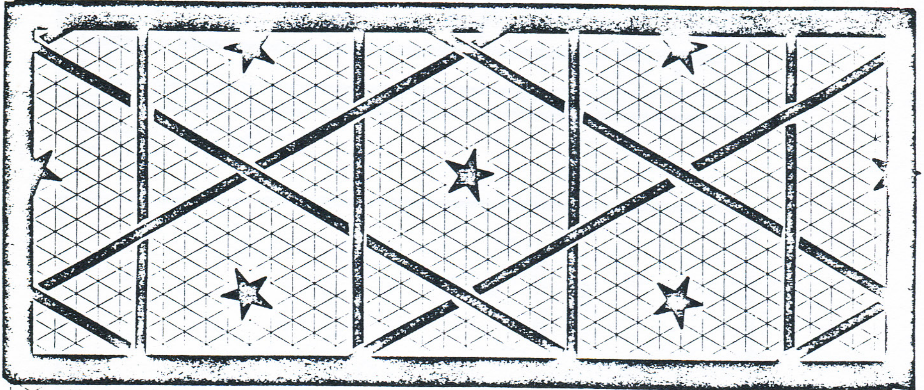
Tétraèdre.Tissu plan.
Le 3 dans le tétraèdre.



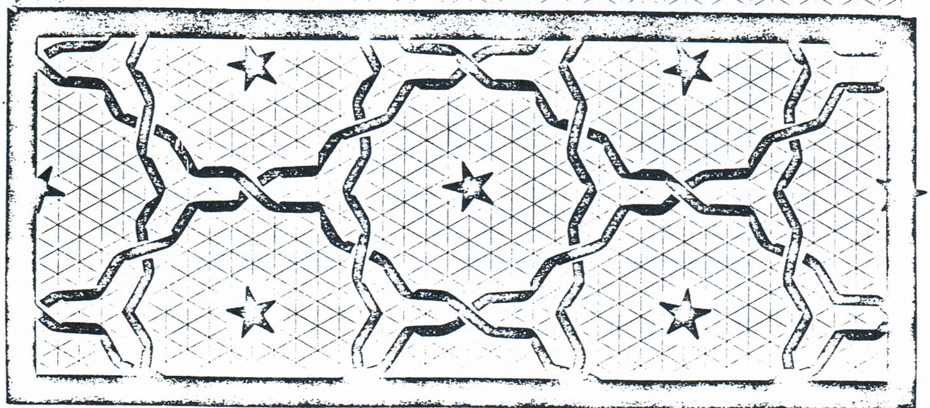
Tétraèdre.Tissu plan.
Le 4 dans le tétraèdre.



Le noeud boroméen. Présentation en tissu plan.



Le noeud boroméen. Présentation en tissu plan.



Le noeud boroméen. Présentation en tissu plan.

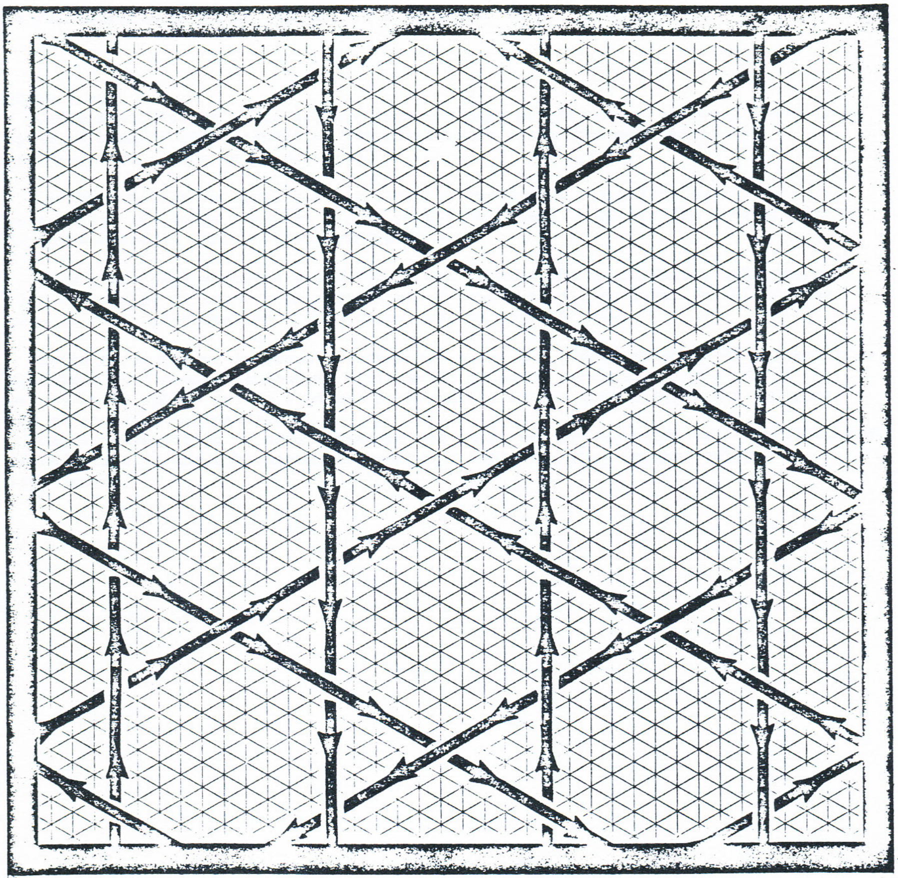
LA PRESENTATION EN TISSU PLAN DU NOEUD BOROMEEN

Définition:
Cette présentation a été définie dans une page précédente. C'est la présentation en tissu plan de la présentation tétraédrique du noeud boroméen. C'est un revêtement ou encore un déroulement.

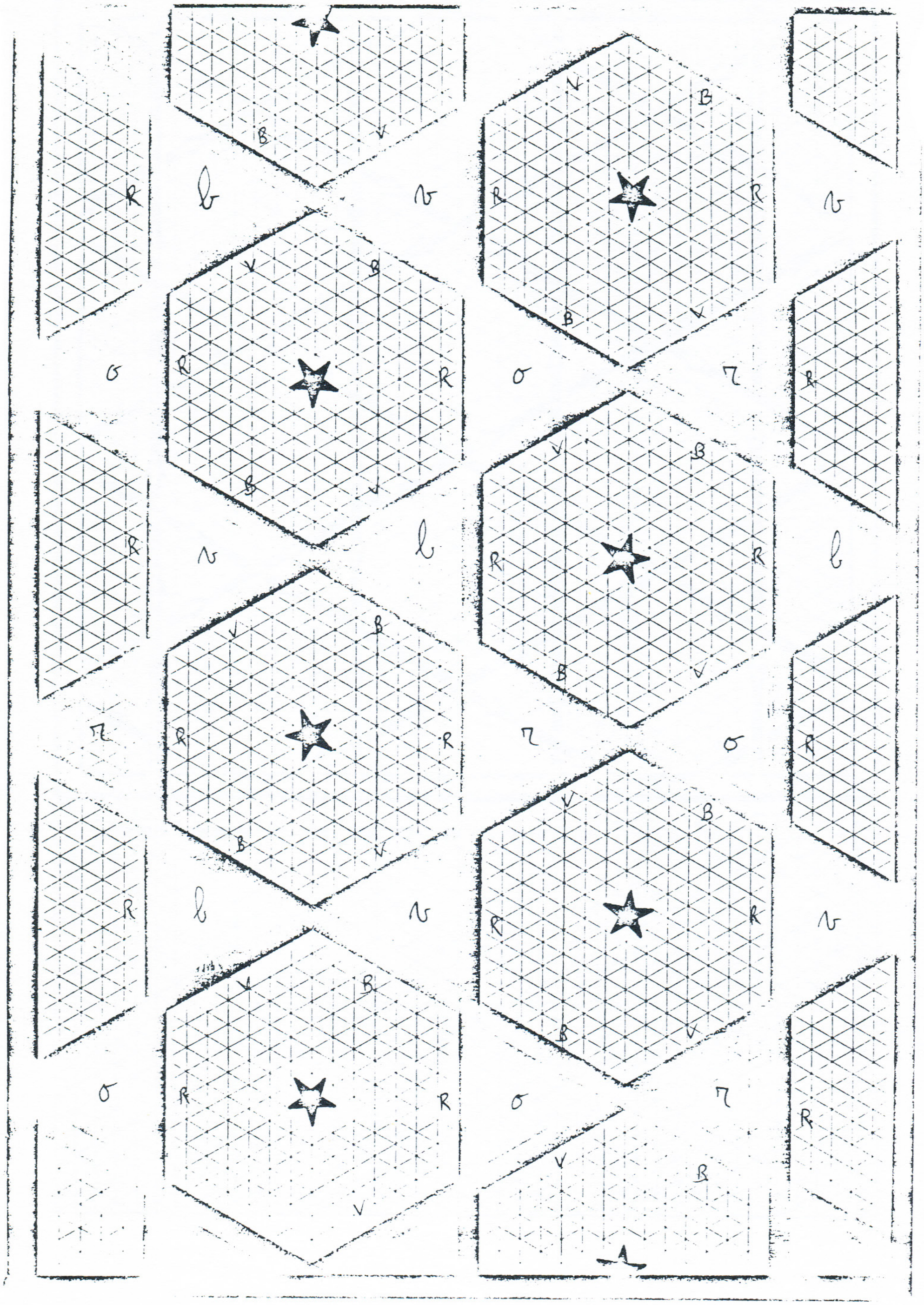
La présentation en tissu plan du noeud boroméen peut s'appeller aussi "la présentation du noeud boroméen par un revêtement plan" ou encore "la présentation du noeud boroméen par un déroulement plan".

Il y a une page où cette présentation est dessinée de trois façons différentes. Il y a une page où cette présentation est dessinée avec l'orientation. Il y a une page où cette présentation est dessinée avec et le 3 et le 4.

Cette présentation du noeud boroméen est aussi une présentation de la présentation sphérique avec nombre minimum de croisements du noeud boroméen. Il y a quatre points de la sphère qui ne sont pas représentés, il y a quatre zones sur la sphère qui ne sont pas représentées.
Cette présentation du noeud boroméen est aussi une présentation de la présentation tétraédrique du noeud boroméen. Les quatre sommets du tétraèdre ne sont pas représentés.



LE NOEUD BOROMEEN ORIENTE. PRESENTATION EN TISSU PLAN.



LA COMBINATOIRE DU 3 ET DU 4

La combinatoire du 3 et du 4 est purement combinatoire, purement algébrique, elle n'a pas besoin d'être spatialisée pour exister.

Indépendament des noeuds, voici deux spatialisations de la combinatoire du 3 et du 4:
- Le tétraèdre.
- "Le problème des quatre couleurs".

Voici un recensement de différentes réalisations, de différentes présentations du 3 et du 4, dans la combinatoire, dans l'espace cartésien, dans le tétraèdre, dans le "problème des quatre couleurs", dans le noeud boroméen.

Il y a 3 involutions sans points fixes dans le 4.
Il y a 3 façons de faire deux fois deux dans le 4.
Il y a 3 axes cartésiens.
Il y a 3 couples d'arêtes opposées dans le tétraèdre.
Il y a 3 axes (arête,arête) dans le tétraèdre.
Il y a 3 sortes de frontières dans le "problème des quatre couleurs".
Il y a 3 ronds dans le noeud boroméen.
Il y a 3 autres quand un est choisi parmi 4.
Il y a 3 cercles dans le 4.
Il y a 3 couples dans le 3.
Il y a 3 façons de ponctuer une circulation du 3.

Il y a 4 couples de cadrans opposés dans les axes cartésiens.
Il y a 4 diagonales du cube.
Il y a 4 sommets du tétraèdre.
Il y a 4 faces du tétraèdre.
Il y a 4 axes (face,sommet) dans le tétraèdre.
Il y a 4 sortes de pays dans le "problème des quatre couleurs".
Il y a 4 axes du noeud boroméen.
Il y a 4 mises en écheveau du noeud boroméen.
Il y a 4 "orientabilités" du noeud boroméen.
Il y a 4 "axes ternaires" du noeud boroméen.

Problème: La combinatoire du 3 et du 4 a l'air de s'étendre au 3-orienté.
Un-orienté parmi 3, c'est une circulation du 4.
Un 3-orienté est équivalent à (un parmi 4 et une circulation du 3).
Il y a 4 façons de "polariser" le 3.

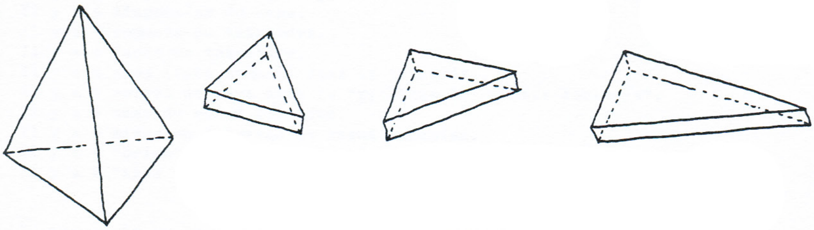
QUATRE FACONS DE DEROULER LA SPHERE SUR LE PLAN

Il s'agit de présenter quatre façons de dérouler la sphère sur le plan. C'est analogue au déroulement du cercle sur la droite, autrement dit au roulement (ou déroulement) d'une roue sur une route. La roue peut être considérée comme une roue imprimeuse: elle porte un motif, un dessin, et au cours de son roulement (ou déroulement), elle imprime la route. Le résultat, c'est une ornementation régulière, infinie, répétitive sur la route.

Le déroulement dont il s'agit ici est le déroulement d'une sphère "rigide par plaques" sur un plan rigide. Dans l'analogie avec le déroulement de la roue sur la route, c'est comme une roue carrée qui se déroule sur une route rigide. Le déroulement n'est pas continu, le déroulement se fait par "à-coups".

Description des quatre sphères rigides par plaques

Ces sphères rigides par plaques peuvent être réalisées en carton ou en papier. Il est indiqué dans les pages suivantes, comment les construire par découpage et collage.



La première sphère est un tétraèdre rigide, ou encore un prisme, ou encore une pyramide. Elle est formée de quatre plaques A B C D , ce sont ses quatre faces. Elle a quatre sommets 1 2 3 4 . Pourquoi appeller ça une sphère? Parceque topologiquement c'est une sphère.

La deuxième, la troisième et la quatrième sphères se ressemblent et sont très différentes de la première sphère. Elles sont formées de deux plaques superposées qui se joignent par leurs bords. Ca fait quelquechose qui a deux faces et trois sommets. Ca ne ressemble pas à une bulle, ça ressemble à une plaque triangulaire. C'est bien une plaque triangulaire, mais dédoublée, et les deux moitiés ne communiquent entre elles que par leurs bords. Au niveau "rigide par plaques", ça ne parait pas justifié d'appeller ça une sphère. Ca serait plus naturel d'appeller ça une plaque triangulaire, cette plaque ayant deux faces. C'est au niveau topologique qu'il est naturel d'appeller ça une sphère.

Les deuxième, troisième et quatrième sphères ne diffèrent que par la forme de la plaque triangulaire:
- équilatéral (60,60,60) degrés.
- rectangle isocèle (90,45,45) degrés.
- en équerre (90,60,30) degrés.

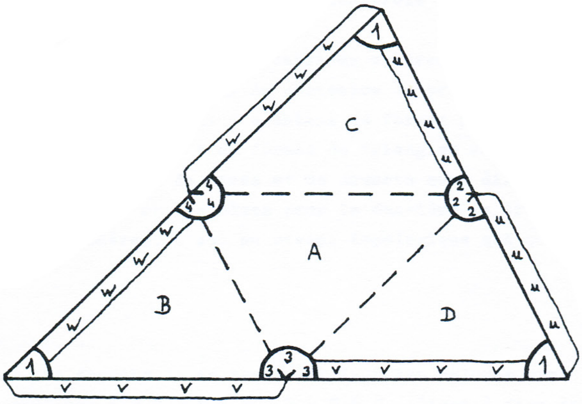
Les deux faces sont appellées E F , les trois sommets sont appellés 5 6 7 .

Les deuxième troisième et quatrième sphères n'ont chacune qu'une seule forme possible. Au contraire la première sphère n'a pas qu'une seule forme. Il y a autant de formes possibles pour la première sphère qu'il y a de formes de triangles sans angles obtus.

Pourquoi les noms de faces et de sommets sont différents pour la première sphère et les mêmes pour la deuxième la troisième et la quatrième sphères. C'est au niveau topologique que ça se justifie.

Pour les dessins de ce texte, il faut les colorer avec les treize couleurs A B C D E F 1 2 3 4 5 6 7 . C'est à dire qu'il faut utiliser treize couleurs correspondant à ces treize lettres.

Première sphère

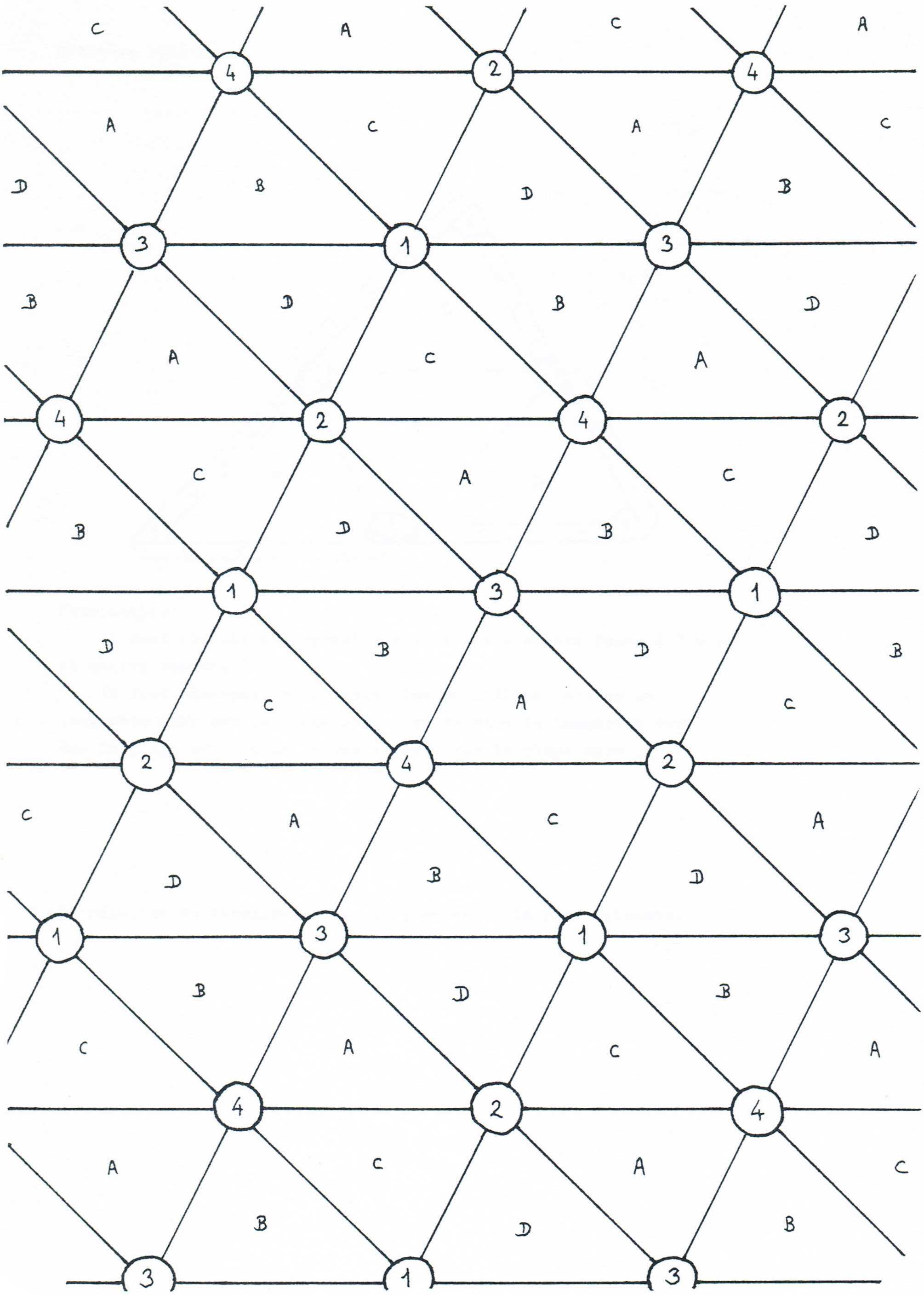


Fabrication:

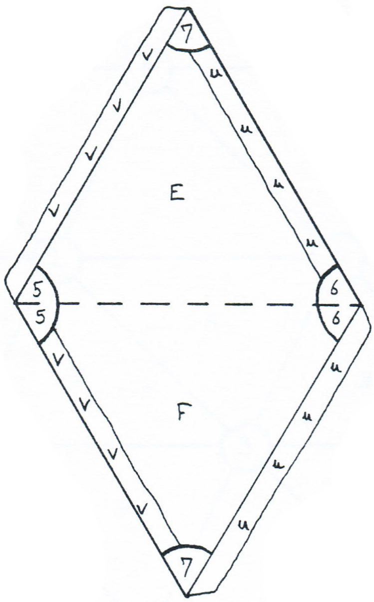
Il faut obtenir une pyramide rigide qui a quatre faces A B C D et quatre sommets 1 2 3 4 .

Il faut découper, plier selon les pointillés, coller la languette uuuu sur la plage uuuu , et de même la languette vvvv sur la plage vvvv et la languette wwww sur la plage wwww .

Le résultat du déroulement sur le plan est à la page suivante.


C A C A
4 2 4
A C A C
D B D B
3 1 3
B D B D
A C A
4 2 4 2
C A C
B D B D
1 3 1
D B D B
C A C
2 4 2
C A C A
D B D
1 3 1 3
B D B
C A C A
4 2 4
A C A C
B D B
3 1 3

Deuxième sphère

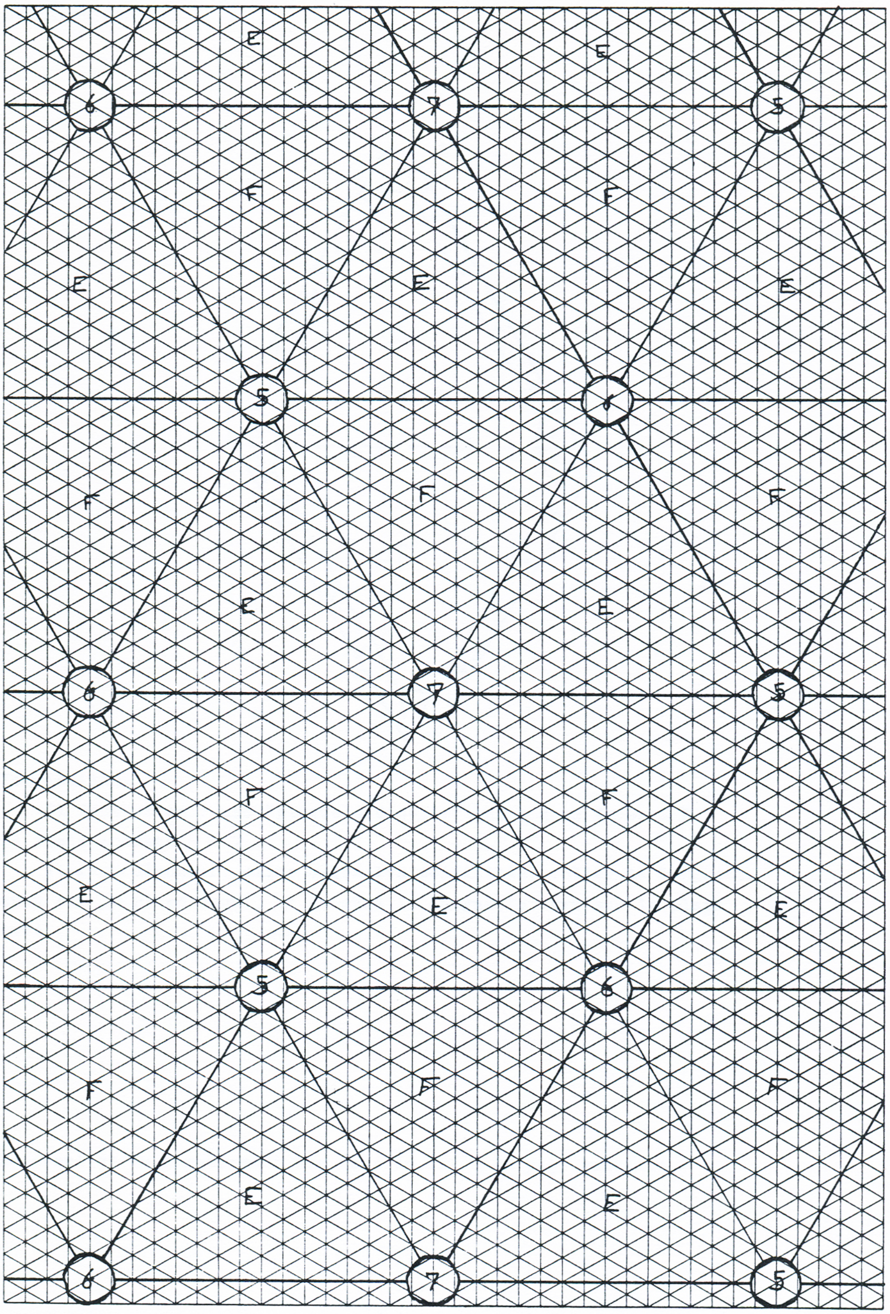


Fabrication:

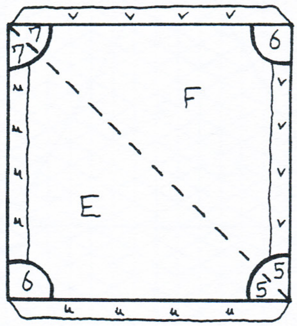
Il faut obtenir une "plaque dédoublée" qui a deux faces E F et trois sommets 5 6 7 .

Il faut découper, plier selon les pointillés, coller la languette uuuu sur la plage uuuu , et de même la languette vvvv sur la plage vvvv .

Le résultat du déroulement sur le plan est à la page suivante.


E E
6 7 5
F F
E E E
5 6
F F F
E E
6 7 5
F F
E E E
5 6
F F F
E E
6 7 5

Troisième sphère

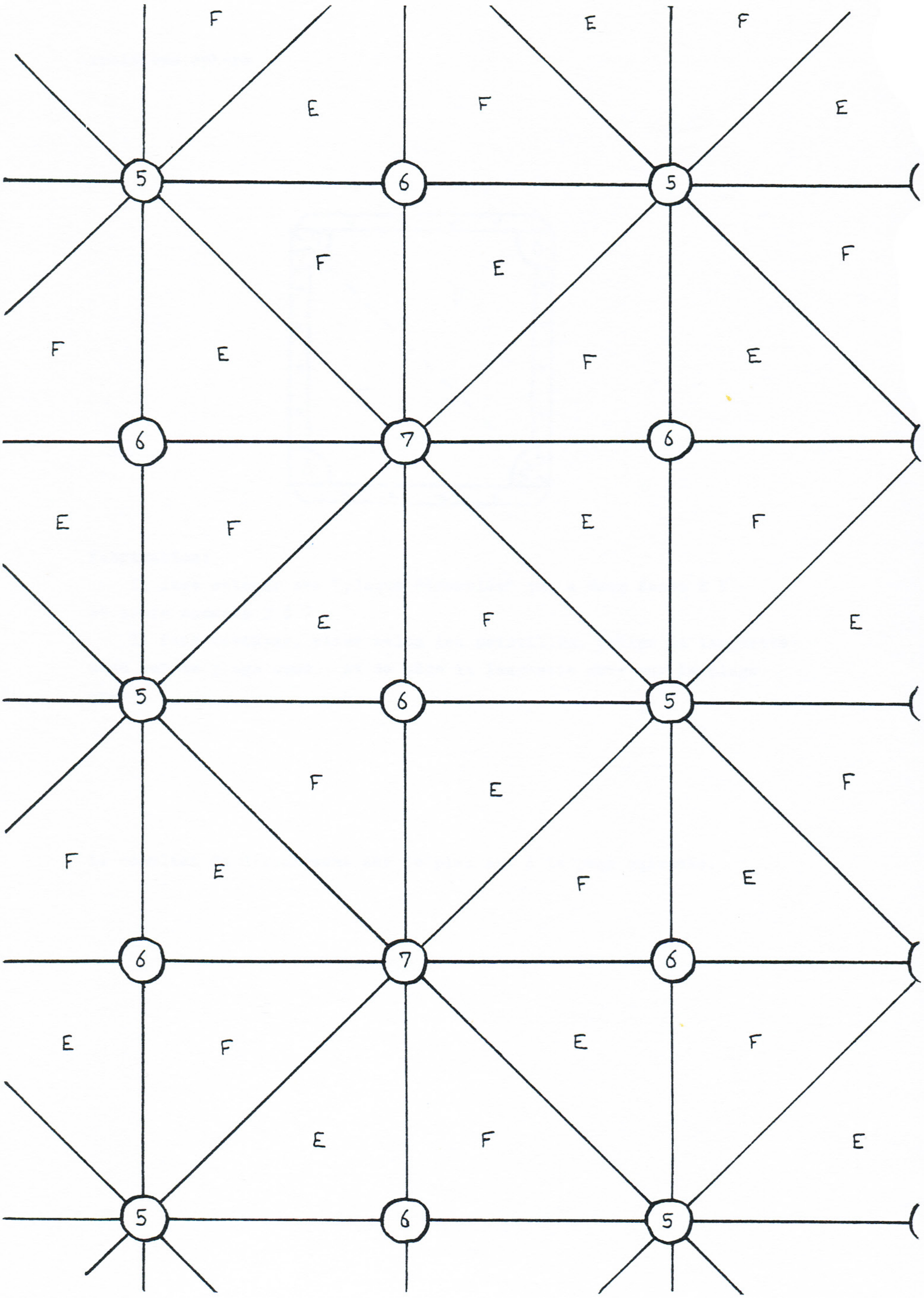


Fabrication:

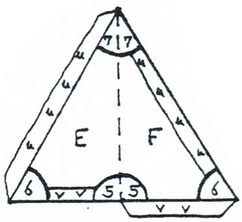
Il faut obtenir une "plaque dédoublée" qui a deux faces E F et trois sommets 5 6 7 .

Il faut découper, plier selon les pointillés, coller la languette uuuu sur la plage uuuu , et de même la languette vvvv sur la plage vvvv .

Le résultat du déroulement sur le plan est à la page suivante.


F
E
F
E
F
E
5
6
5
F
E
F
F
E
F
E
6
7
6
E
F
E
F
E
F
E
F
E
5
6
5
F
E
F
F
E
F
E
6
7
6
E
F
E
F
E
F
E
5
6
5

Quatrième sphère

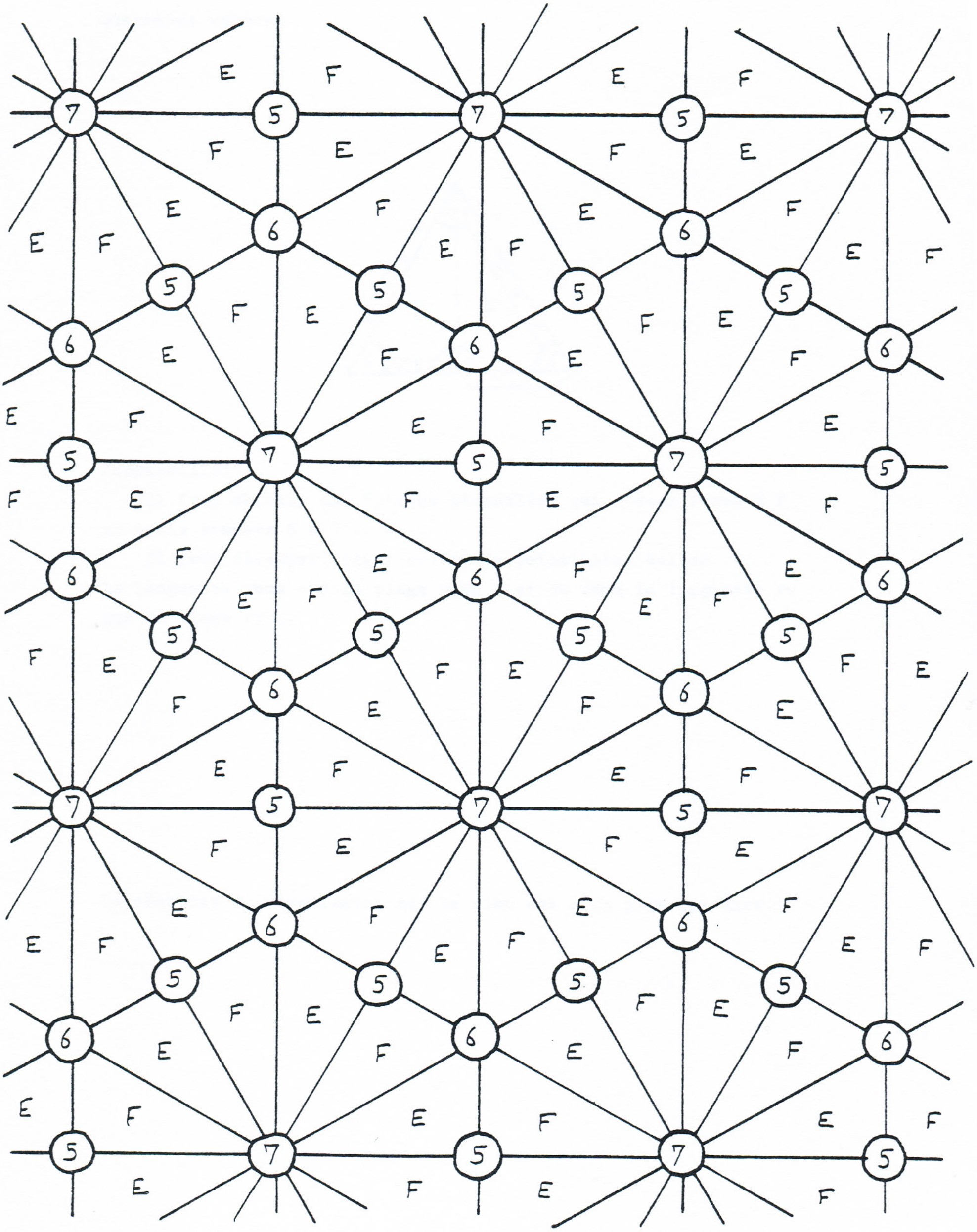


Fabrication:

Il faut obtenir une "plaque dédoublée" qui a deux faces E F et trois sommets 5 6 7 .

Il faut découper, plier selon les pointillés, coller la languette uuuu sur la plage uuuu , et de même la languette vv sur la plage vv .

Le résultat du déroulement sur le plan est à la page suivante.



Ornementation infinie du plan obtenues à partir d'un dessin sur la sphère.

Comme déjà dit, un dessin sur la sphère engendre, par déroulement, une ornementation régulière, infinie, répétitive du plan.

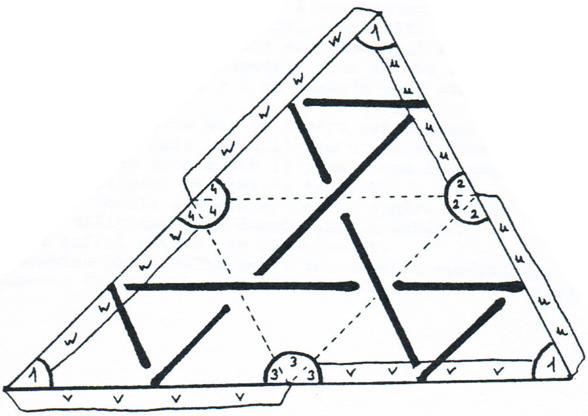
Dans les quatre exemples qui suivent, le dessin sur la sphère est un dessin de noeud ou de chaine. L'ornementation obtenue est un dessin d'un tissu régulier, infini, répétitif.

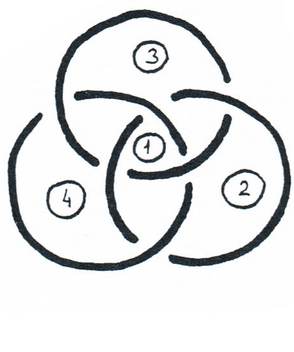
Les quatre exemples qui suivent correspondent aux quatre sphères rigides par plaques. Il y a un exemple pour chaque sphère rigide par plaques, autrement dit il y a un exemple pour chaque déroulement de la sphère.

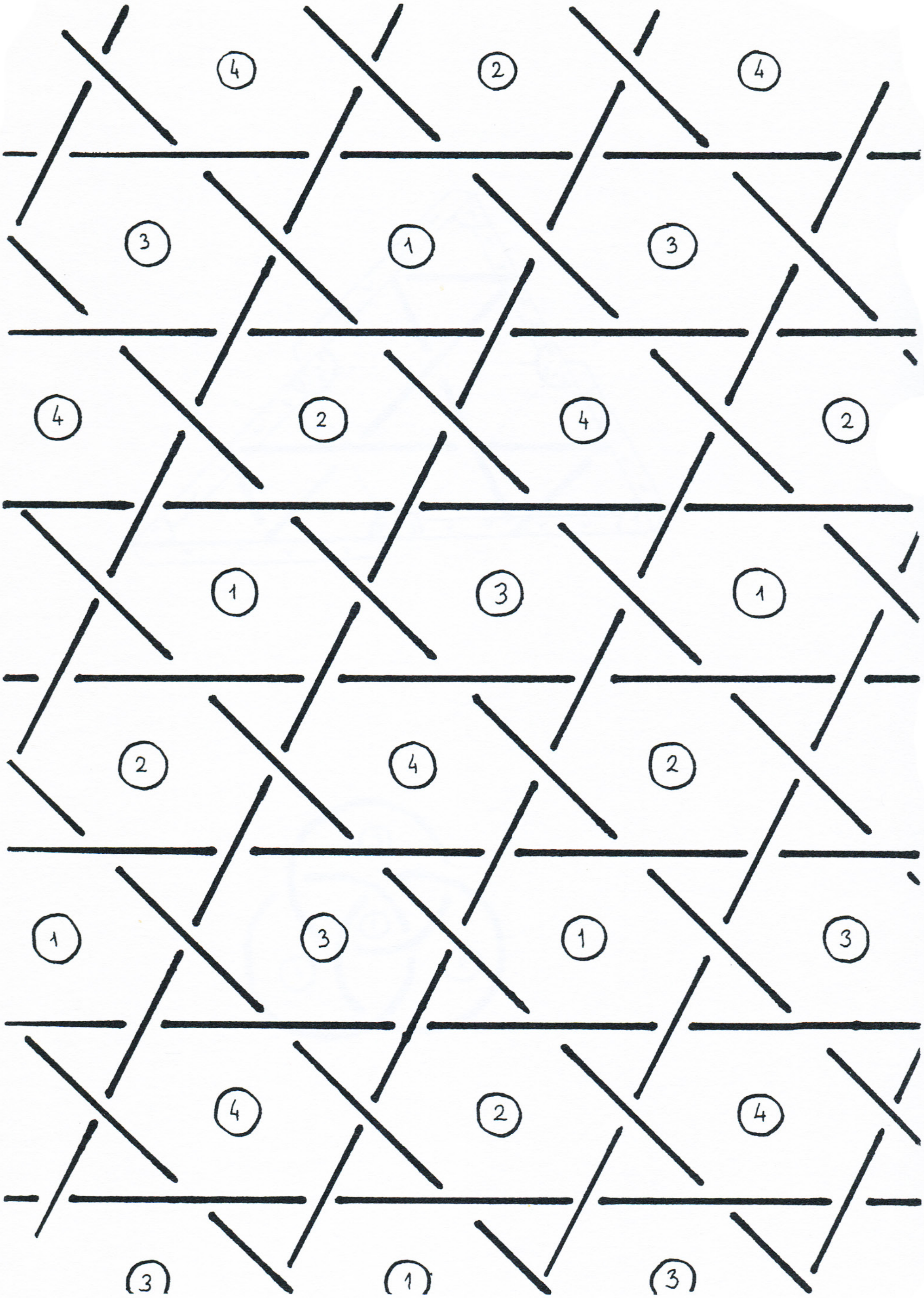
Il s'agit ici de dessins sur la sphère qui engendrent des ornementations du plan. Mais par ailleurs un dessin sur la sphère peut être défini par un dessin sur le plan. Dans les pages suivantes, il y a successivement pour les quatre exemples:

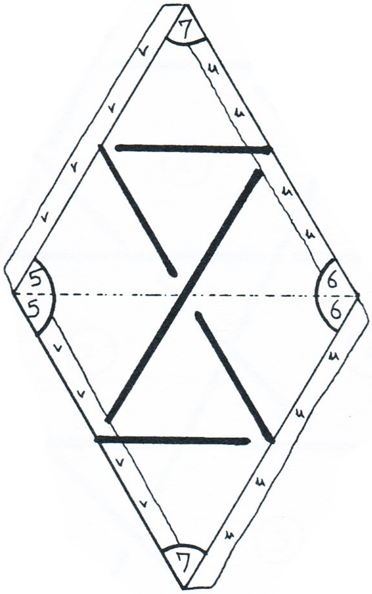
- le dessin sur le modèle à découper (de la sphère rigide par plaques),
- un dessin plan définissant le dessin sur la sphère,
- le tissu plan infini obtenu par déroulement.

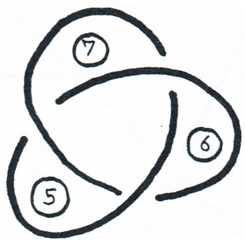
Sur les dessins plans définissant les dessins sphériques, la place des sommets de la sphère rigide par plaques, a été indiquée.

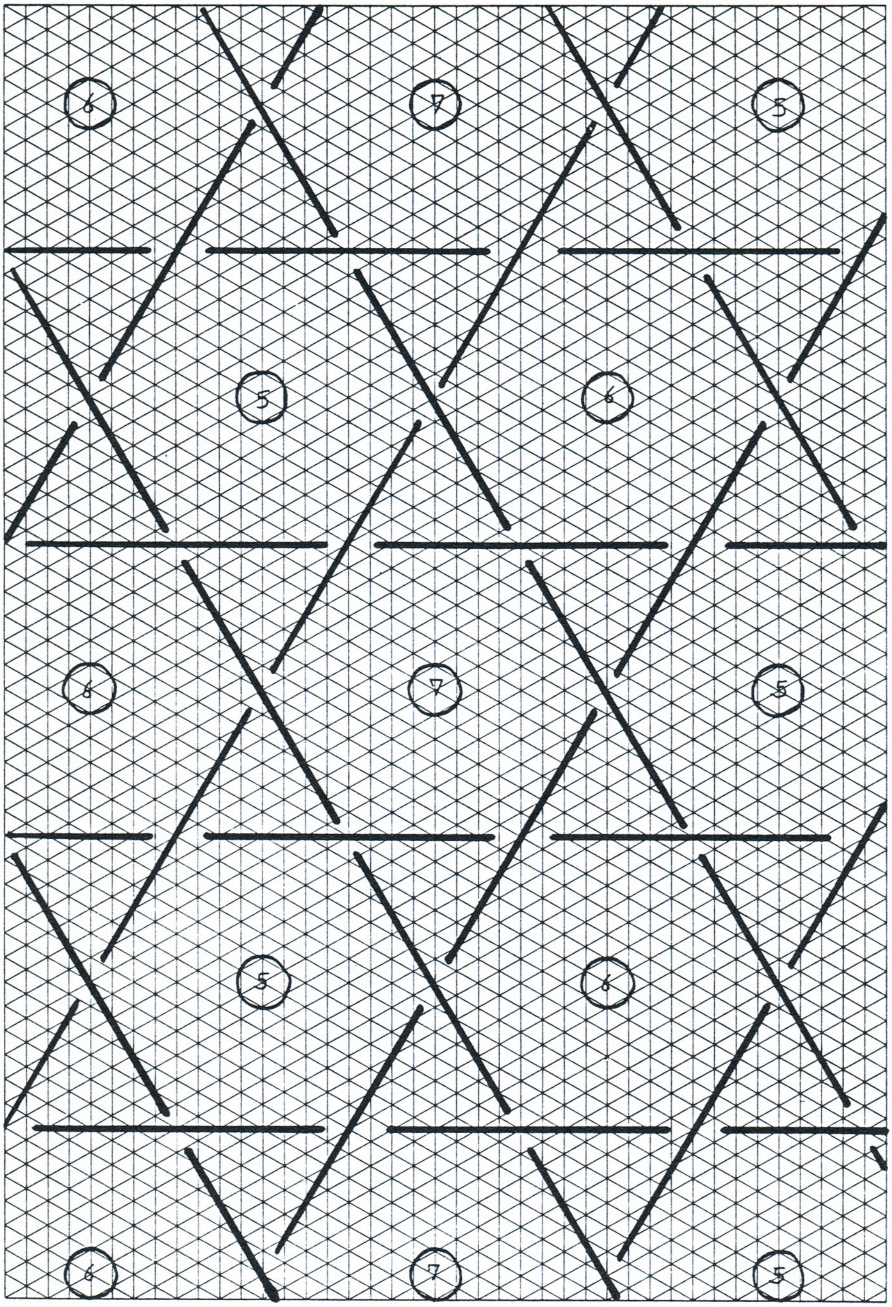

1
u
u
u
u
u
u
u
u
u
w
w
w
w
w
w
w
w
w
2
2
2
4
4
4
3
3
3
1
1
v
v
v
v
v
v
v
v

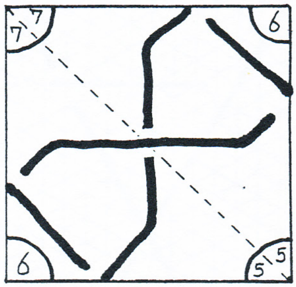

3
1
4
2

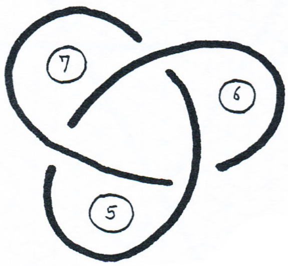

4 2 4
3 1 3
4 2 4 2
1 3 1
2 4 2
1 3 1 3
4 2 4
3 1 3

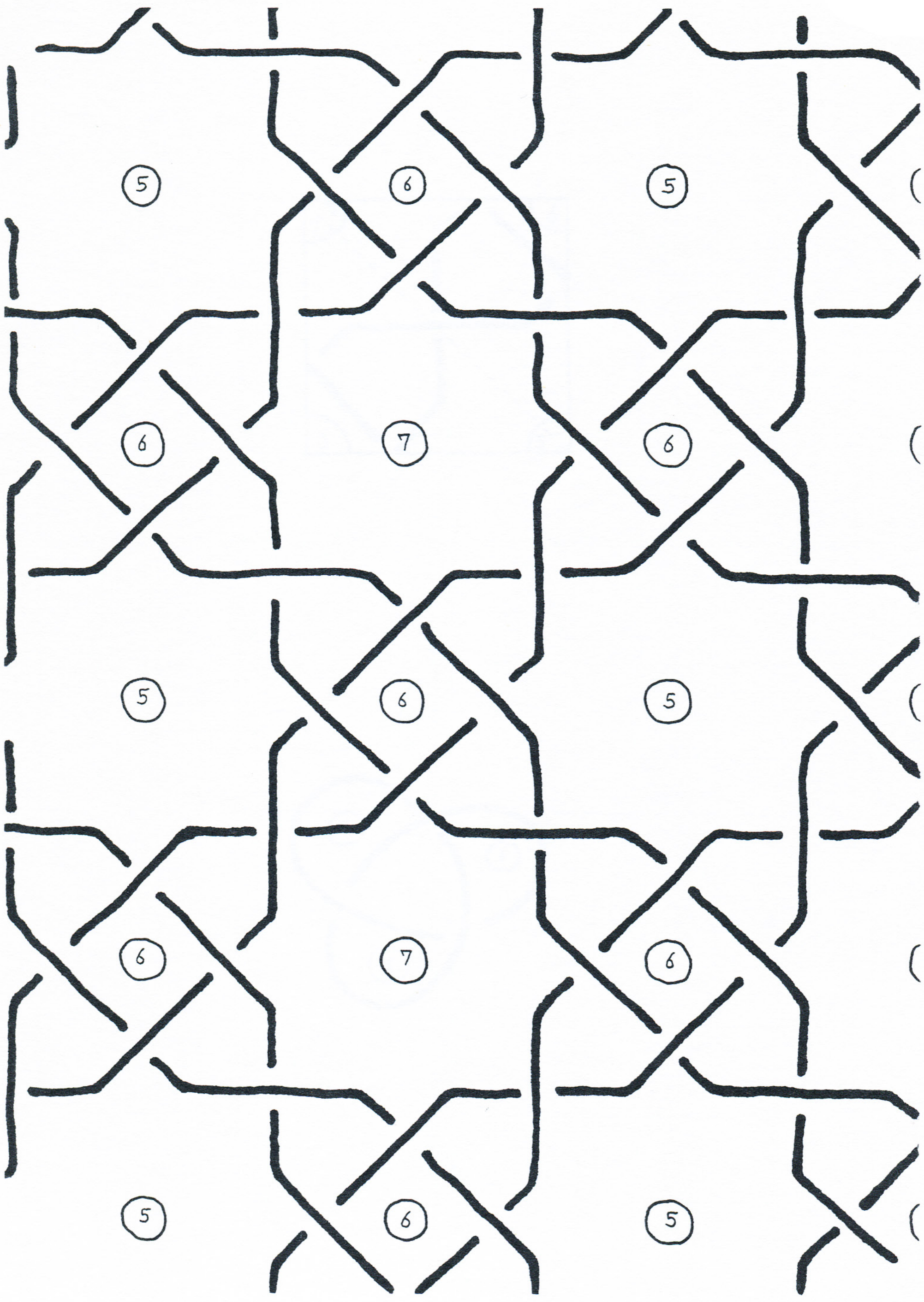

7
5
5
6
6
7

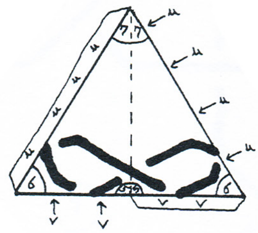

7
6
5

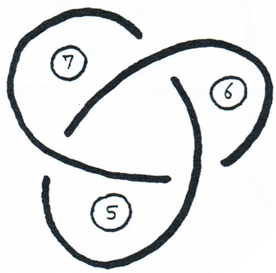

6
7
5
5
6
6
7
5
5
6
6
7
5

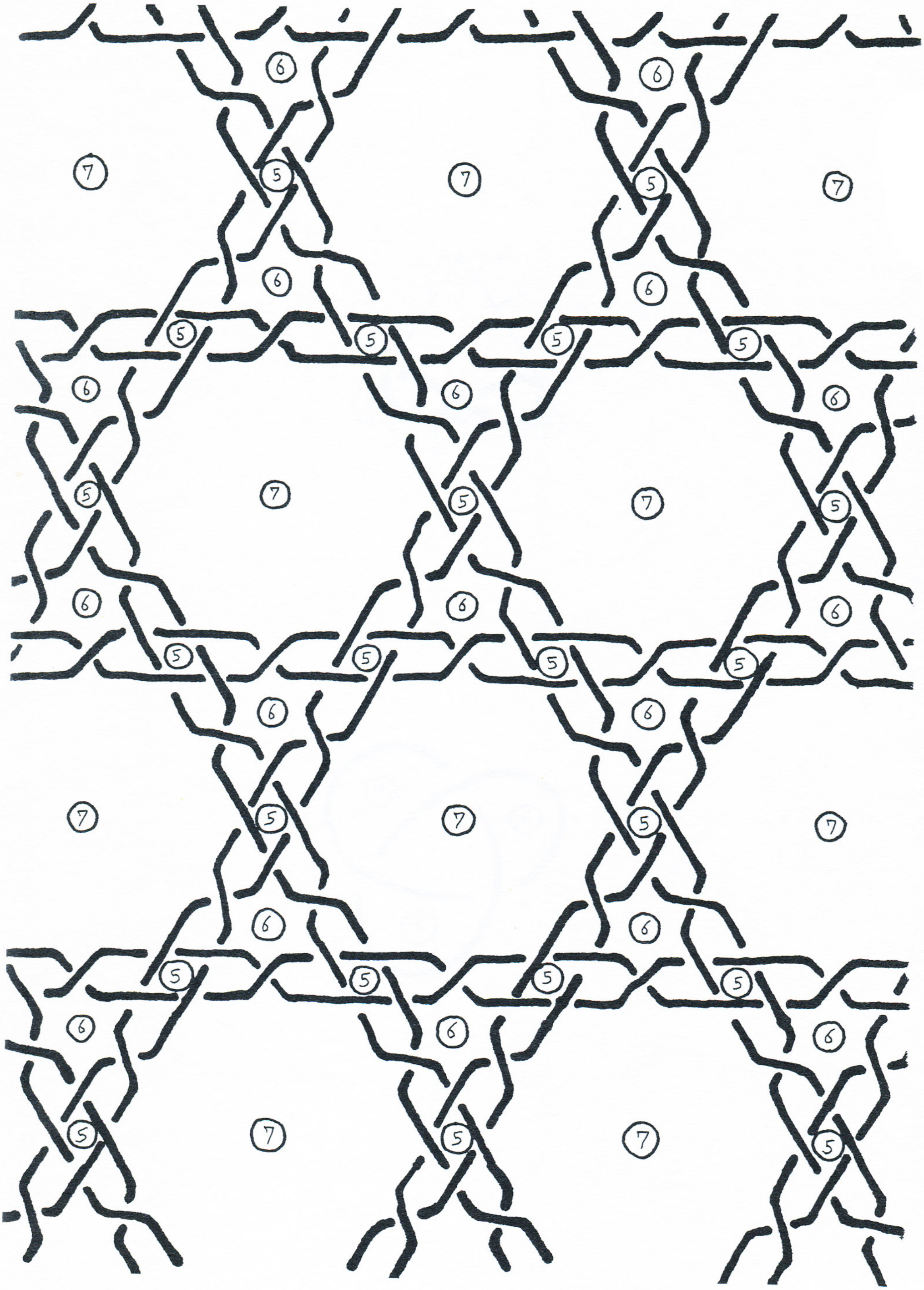

7
7
6
6
5
5


7
6
5


5
6
5
6
7
6
5
6
5
6
7
6
5
6
5




7
6
5


6
6
7
5
7
5
7
6
6
5
5
5
5
6
6
6
5
7
5
7
5
6
6
6
5
5
5
5
6
6
7
5
7
5
7
6
6
5
5
5
5
6
6
6
5
7
5
7
5

Les quatre exemples d'ornementations du plan

La première, la seconde, la troisième ornementations ne sont pas exemplaires au sens suivant: elles peuvent être obtenus par déroulement de dessins plus simples sur la sphère.

On peut le formuler autrement: le groupe des isométries invariantes est plus grand que le groupe du déroulement. Ou encore: il y a plus de points de symétrie que de points d'éclatement du déroulement.

Les exemples choisis n'ont pas été choisis en tant qu'ornementations exemplaires.

Les quatre déroulements de la sphère

Il n'y en a pas d'autres. Ca résulte du recensement de tous les types possibles d'ornementation du plan.

Niveau "rigide par plaques" et niveau topologique

Les déroulements ont été décrits au niveau "rigide par plaques". Ces déroulements peuvent aussi être décrits à un niveau moins riche.

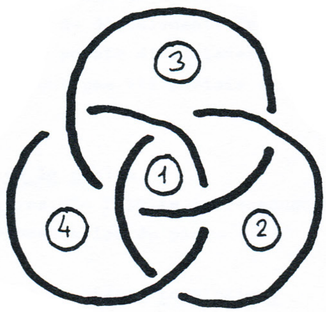
Il faut constater que les sommets des sphères rigides par plaques jouent un rôle spécial dans le déroulement. Ce sont les seuls points qui ne se recopient pas simplement de la sphère sur le plan à l'occasion du déroulement. Ce sont des points exceptionnels, ce sont des points d'éclatement.

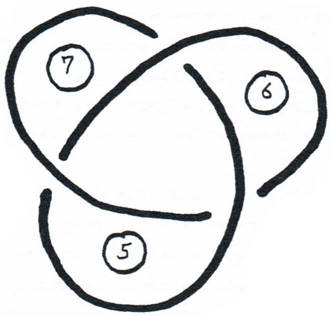
Une fois précisé et défini le rôle de ces points d'éclatement que sont les sommets, il apparait naturel de trouer le plan et la sphère en ces points.

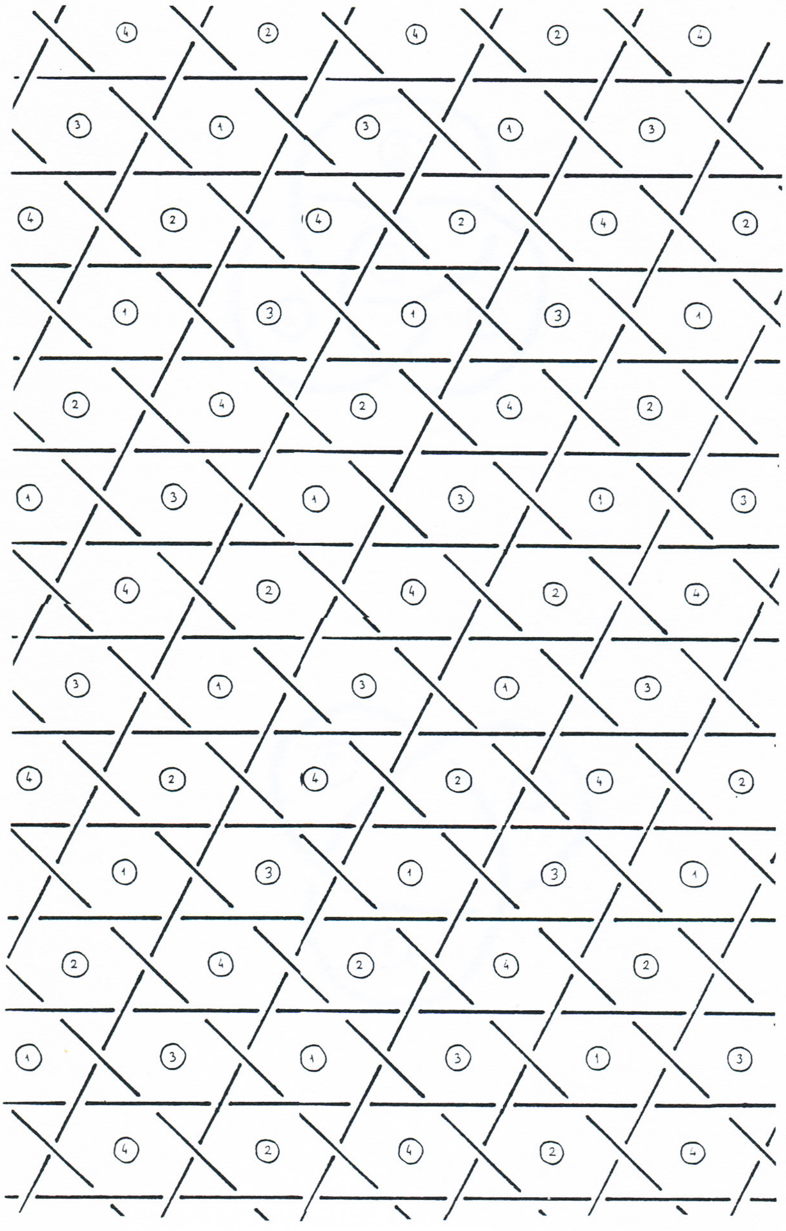
Il apparait alors, que du point de vue souple, du point de vue topologique, le résultat du déroulementne dépend que des positions respectives -des trouages ou points d'éclatement, et -du dessin sur la sphère. C'est pour ça que dans les exemples de dessins sur la sphère définis par un dessin plan, seuls l'emplacement des sommets était indiqué.

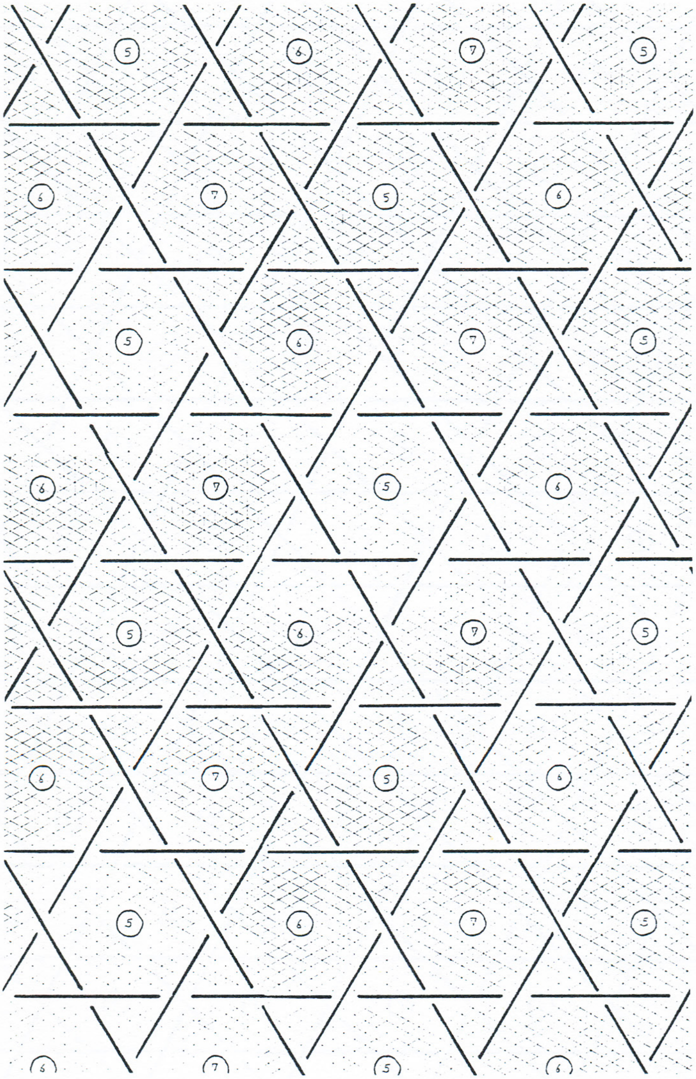
On peut le formuler autrement: La sphère quatre fois trouée peut se dérouler sur un plan homogène troué (premier déroulement). La sphère trois fois trouée peut se dérouler sur un plan homogène troué (deuxième, troisième, quatrième déroulements). Plan homogène est pris au sens de: plan topologique muni d'un groupe discret de transformations. Les déroulements s'appellent aussi revêtements.

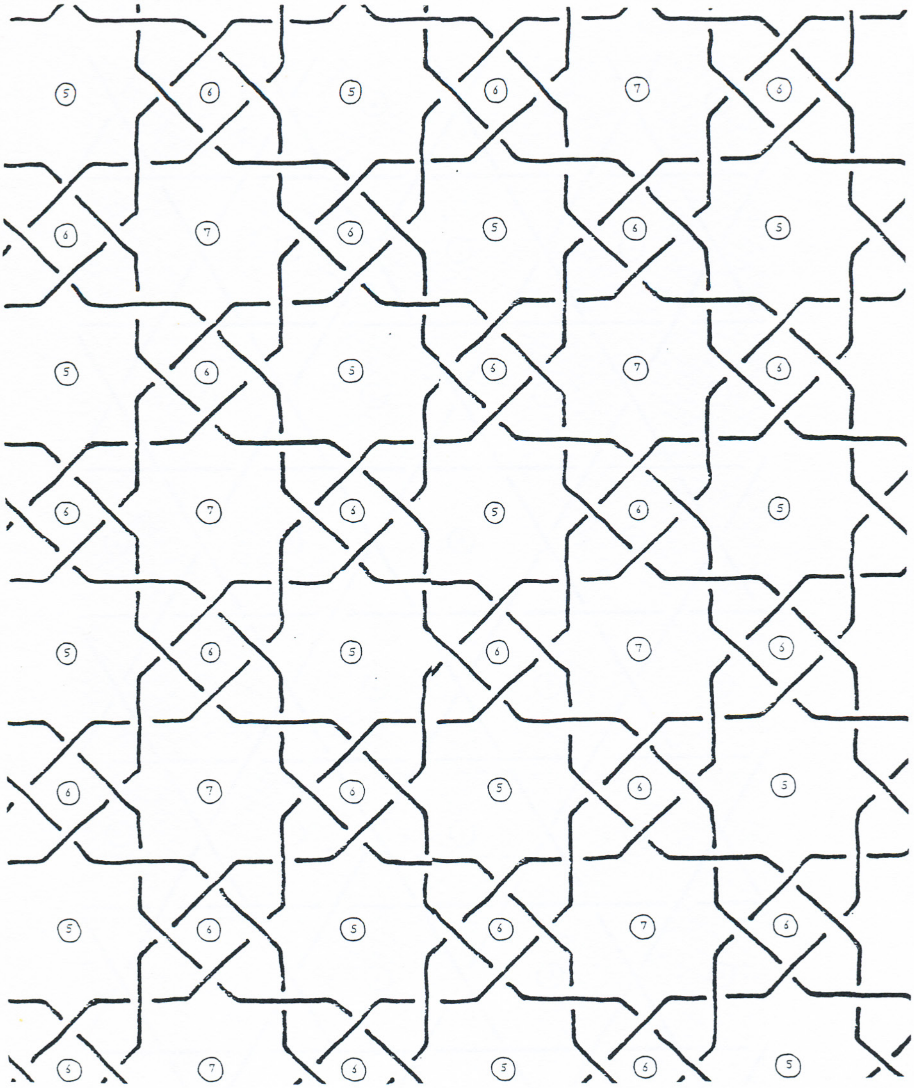
L'exemple du dessin du noeud de trêfle sur la sphère a été choisi parceque il y a une façon simple d'y plaçer trois trouages. L'exemple du dessin de la chaine boroméenne sur la sphère (présentation armilaire) a été choisi parceque il y a une façon simple d'y plaçer quatre trouages.

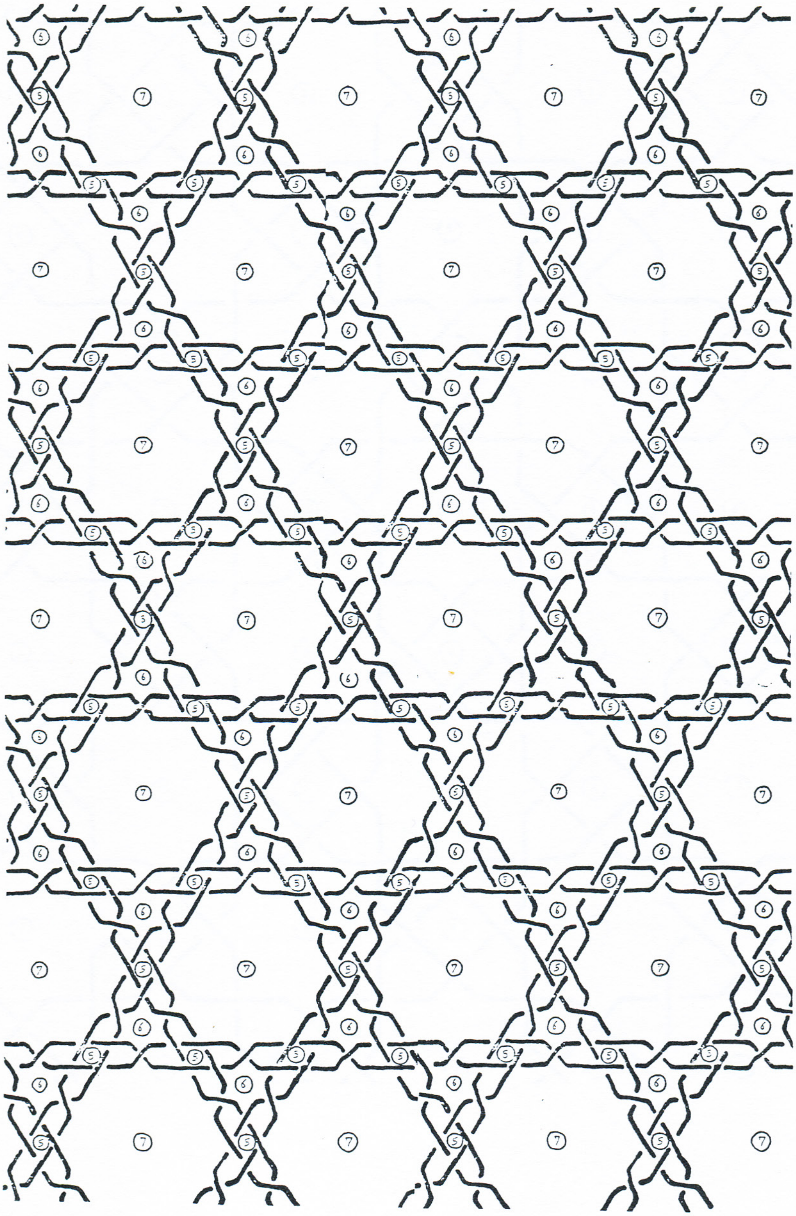

3
1
4
2

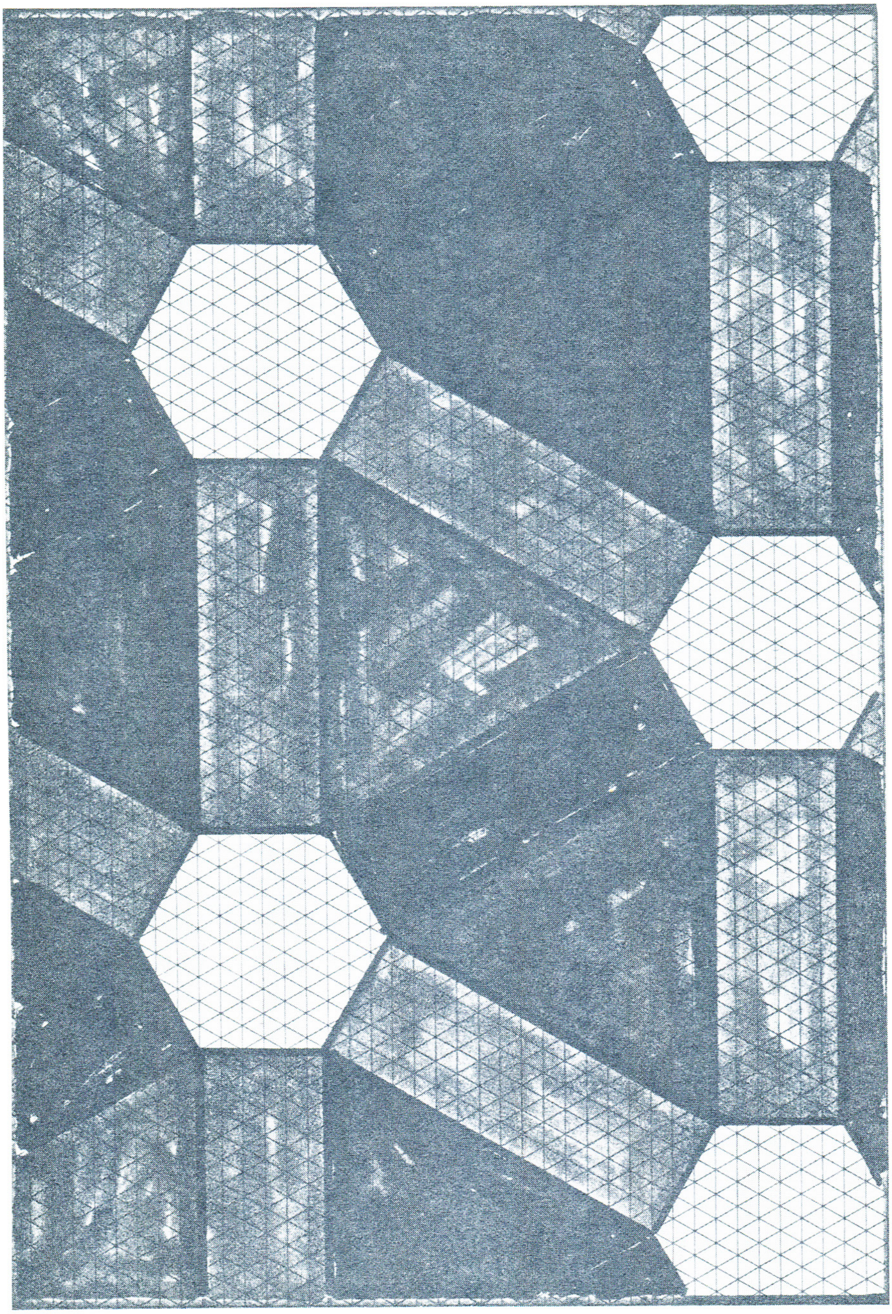

7
6
5

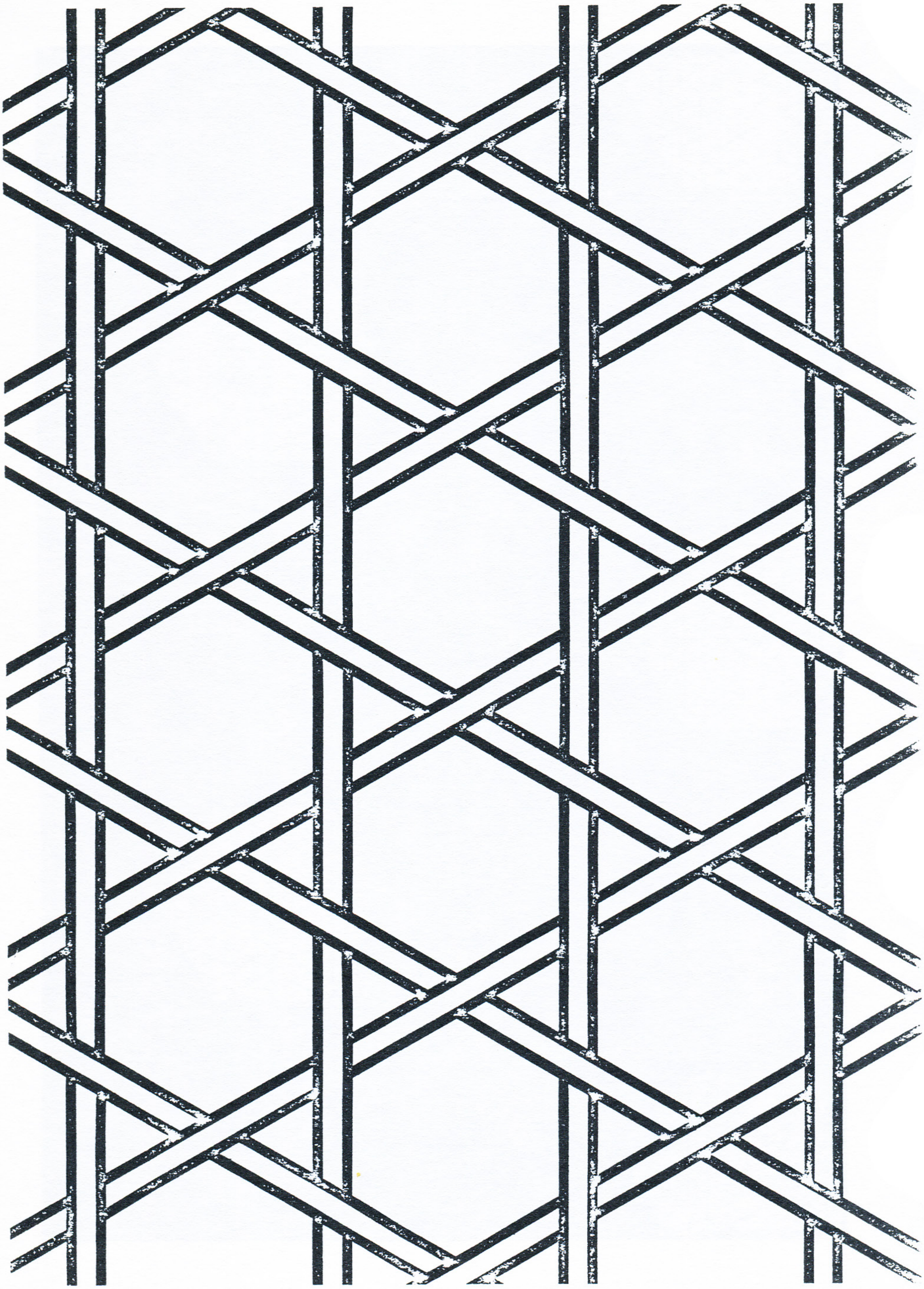

4 2 4 2 4
3 1 3 1 3
4 2 4 2 4 2
1 3 1 3 1
2 4 2 4 2
1 3 1 3 1 3
4 2 4 2 4
3 1 3 1 3
4 2 4 2 4 2
1 3 1 3 1
2 4 2 4 2
1 3 1 3 1 3
4 2 4 2 4

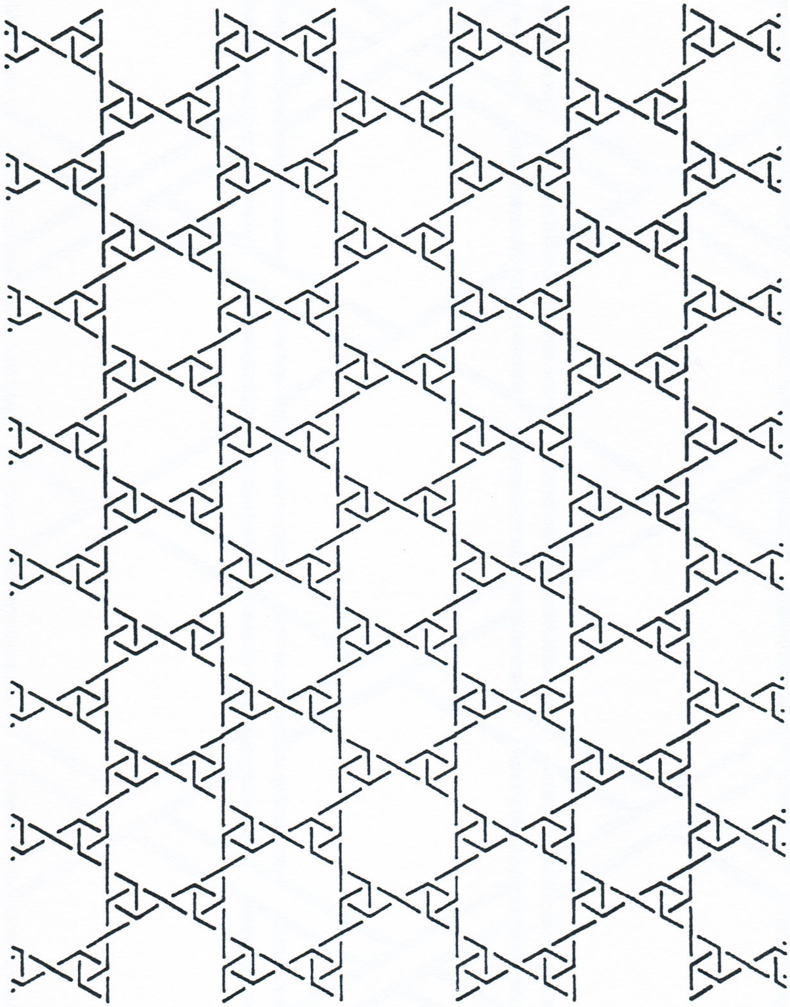


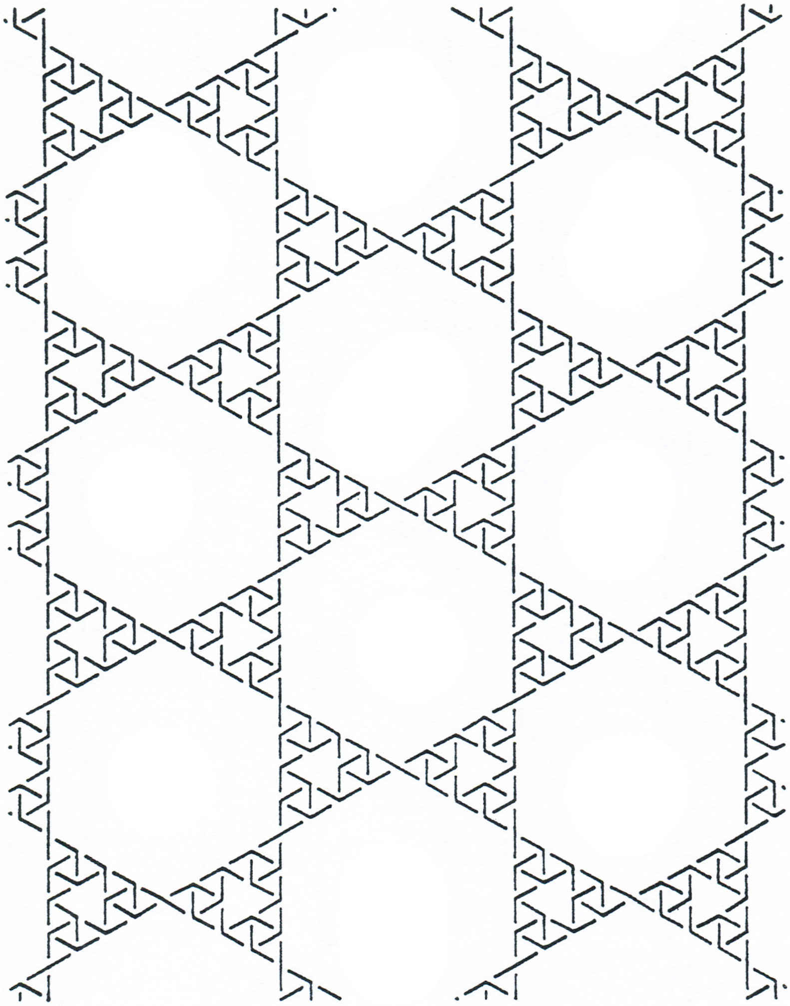


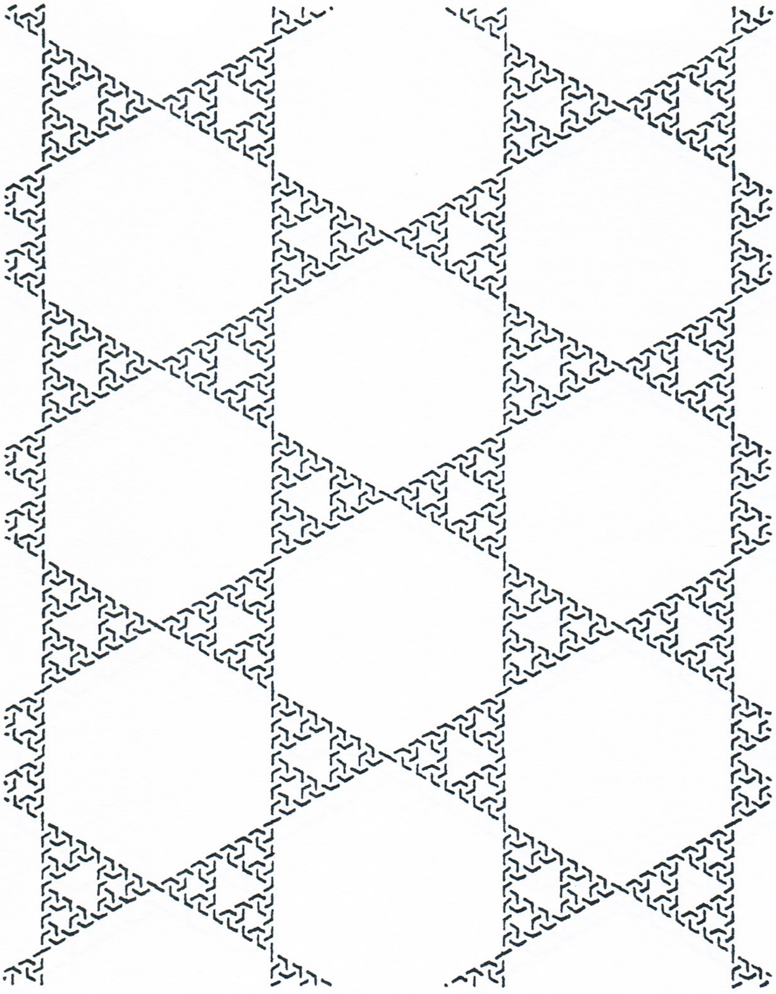


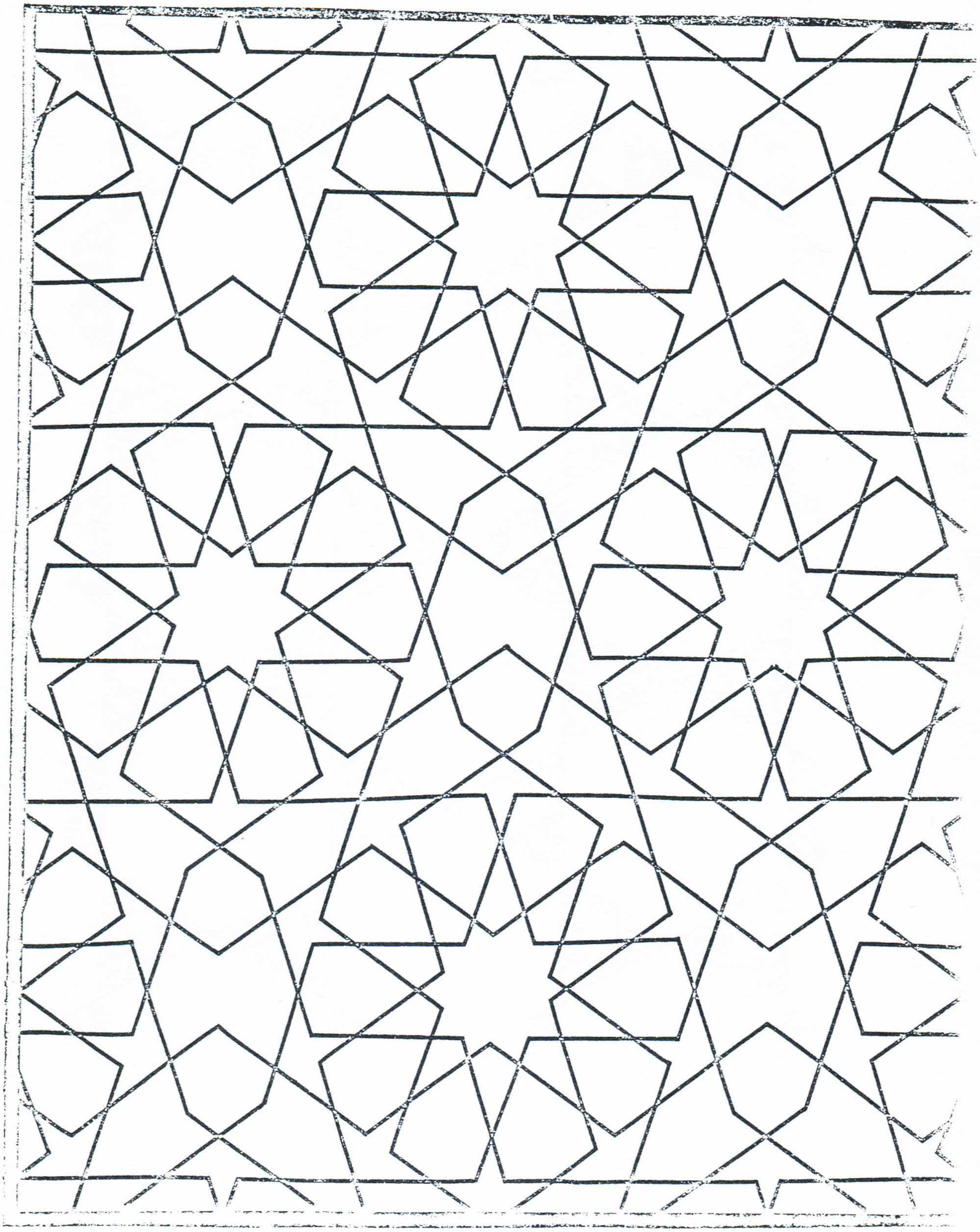


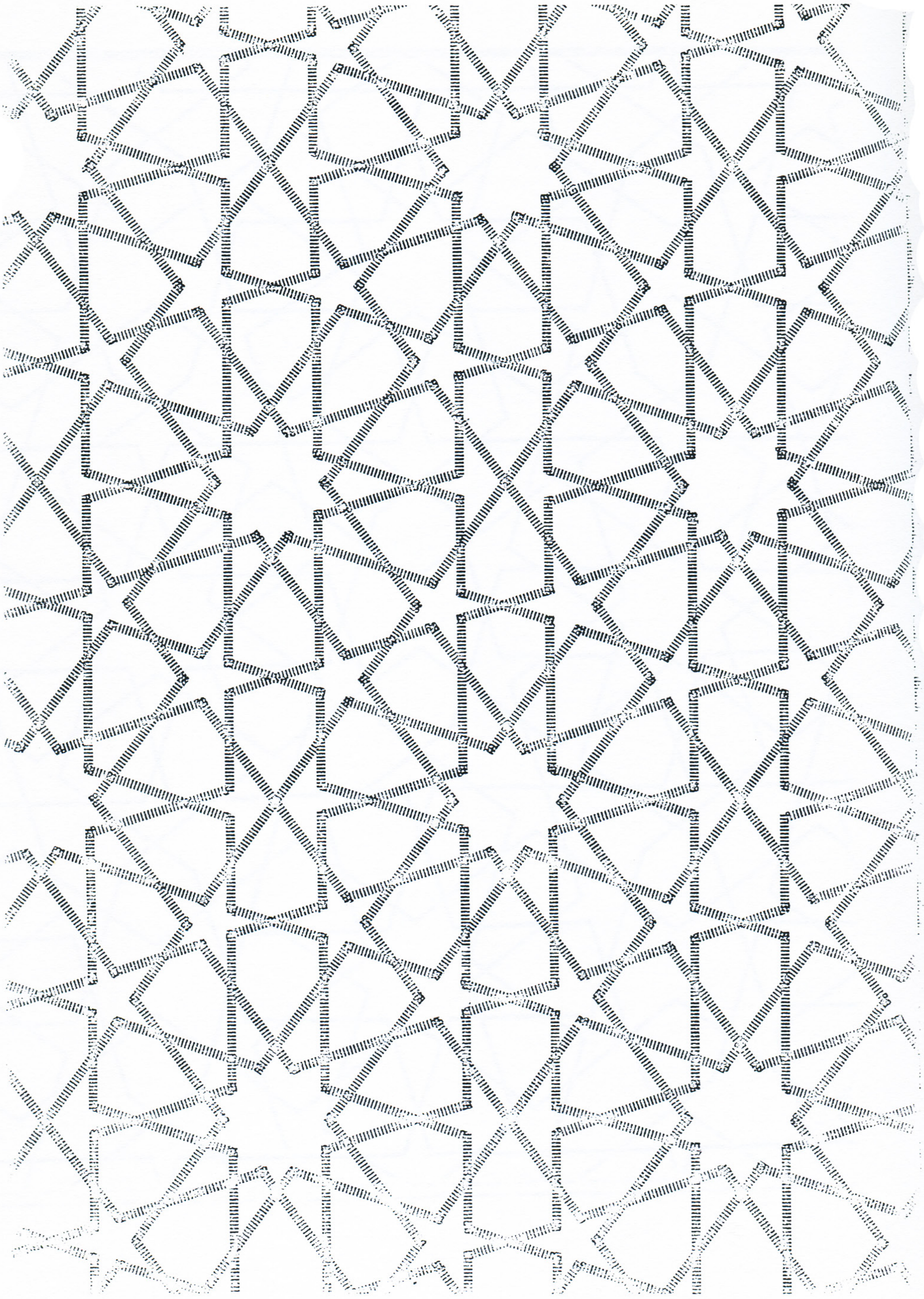


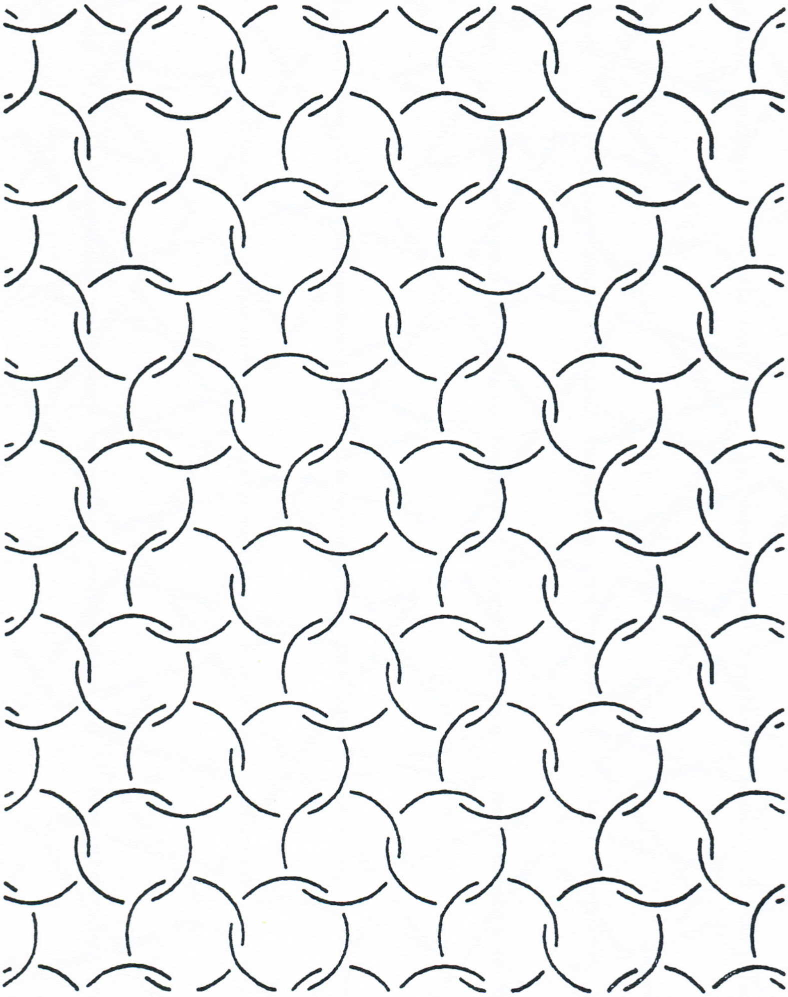


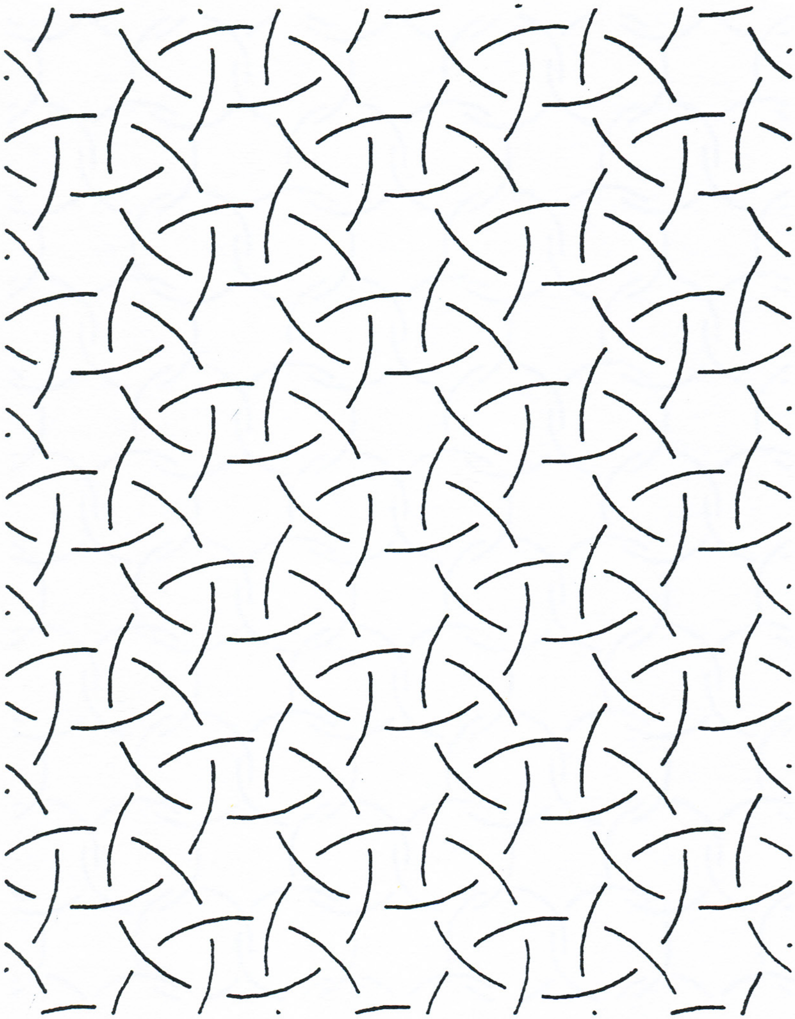












Ou est la difficulté avec les dimensions binaires?
Réponse: C'est qu'en géométrie, on a l'habitude de "pas plus d'une dimension binaire".

Explication:

J'appelle "dimension binaire" un couple du genre:
(gauche,droite) (pair,impair) (positif,négatif) (dessus,dessous) (centripète,centrifuge).

Des dimensions binaires, il y en a beaucoup.

Plusieurs dimensions binaires peuvent être liées ou indépendantes.

L'habitude en géométrie: En géométrie, on est habitué à identifier toutes les dimensions binaires. Quand une nouvelle dimension binaire apparait, on s'empresse de l'identifier à (gauche,droite) ou à (positif,négatif). C'est un forçage.
L'effort d'imagination qu'il faut pour voir l'orientation vient de ce forçage.
Ce forçage se fait par exemple par des conventions d'orientation, par des trucs mémnotechniques.

Si on ne fait pas l'identification des différentes dimensions binaires, il se trouve que on rencontre souvent la configuration suivante:
"trois dimensions binaires liées et deux à deux indépendantes".

Exemple: les trois dimensions suivantes sont liées et deux à deux indépendantes:
- les deux sens de rotation
- (centripète,centrifuge)
- les deux sens de spirale

Exemple: les trois dimensions suivantes sont liées et deux à deux indépendantes:
- les deux sens de rotation
- (monter,descendre)
- les deux sens de ressort, d'escalier, de tire-bouchon.

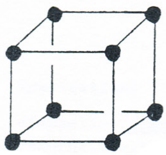
Exemple: les deux dimensions suivantes sont indépendantes:
- les deux sens de spirale
- les deux sens de ressort

Dans le cas de trois dimensions binaires liées et deux à deux indépendantes, l'habitude en géométrie est de -d'abord méconnaitre une dimension par un choix dans cette dimension, ce qui permet de -ensuite identifier les deux autres dimensions.

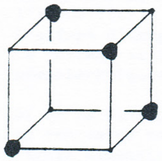
C'est l'opération inverse qui est fructueuse. Soit deux dimensions binaires. Pour s'assurer de leur indépendance, il est intéressant de trouver, expliciter, nommer une troisième dimension binaire qui fournit la configuration "trois dimensions binaires liées et deux à deux indépendantes". Ce n'est pas forçément facile à trouver.

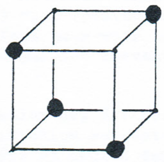
Avertissement: Ce qui précède est un parti pris. Ca n'a pas été éprouvé dans les écritures. Je ne connais pas de références mathématiques à ce sujet.

TROIS DIMENSIONS BINAIRES INDEPENDANTES:

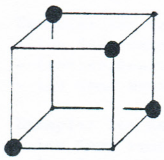


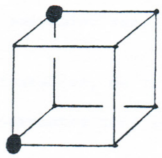
TROIS DIMENSIONS BINAIRES LIEES ET DEUX A DEUX INDEPENDANTES:

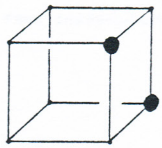




trois dimensions binaires liées-deux à deux. DEUX FORCAGES INVERSES:







LES BINAIRES ET LA LIAISON DES BINAIRES

Qu'est ce qu'un binaire? C'est un couple, comme (GAUCHE,DROITE), comme (DESSUS, DESSOUS), comme (BLANC,NOIR), comme (YING,YANG), comme (ALLUMER,ETEINDRE).

Ce texte va présenter une notion de liaison, une notion de liaison des binaires entre eux. Et ceci grace à deux cas, le cas du jeu de pile ou face, et le cas du va et vient électrique.

Le cas du jeu de pile ou face

Le fonctionnement est connu, il ne s'agit ici que de la mise en place d'un langage pour en parler.

Je vais introduire cinq binaires.

Il y a deux joueurs. Il n'y a pas d'empêchement à les appeller JE et TU.

Il y a deux positions, gagner et perdre, elles seront appellées GAGNE et PERD.

Il y a deux éventualités, qui ne sont pas simples à définir, parceque elles ont chacune une définition double. JE GAGNE est équivalent à TU PERD. JE PERD est équivalent à TU GAGNE.
L'éventualité BLANC, c'est ou bien JE GAGNE ou aussi bien TU PERD.
L'éventualité NOIR, c'est ou bien JE PERD ou aussi bien TU GAGNE.
Ainsi:
(1) BLANC = JE GAGNE
(2) BLANC = TU PERD
(3) NOIR = JE PERD
(4) NOIR = TU GAGNE
(5) JE GAGNE = TU PERD
(6) JE PERD = TU GAGNE

Il y a deux tirages, PILE et FACE.

Il y a deux règles, qui ne sont pas simples à définir, parceque elles ont chacune une définition double ou quadruple. Il s'agit du passage d'un tirage PILE ou FACE à une éventualité BLANC ou NOIR. "Si PILE alors BLANC" est équivalent à "Si FACE alors NOIR". "Si PILE alors NOIR" est équivalent à "Si FACE alors BLANC". Un tirage contraire implique une éventualité contraire.
La régle A, c'est "Si PILE alors BLANC" ou aussi bien "Si FACE alors NOIR".
La règle B, c'est "Si PILE alors NOIR" ou aussi bien "Si FACE alors BLANC".
Ainsi:
(7) A = "Si PILE alors BLANC"
(8) A = "Si FACE alors NOIR"
(9) B = "Si PILE alors NOIR"
(10) B = "Si FACE alors BLANC"
(11) "Si PILE alors BLANC" = "Si FACE alors NOIR"
(12) "Si PILE alors NOIR" = "Si FACE alors BLANC"
Ainsi:
(13) A = "Si PILE alors JE GAGNE"
(14) A = "Si PILE alors TU PERD"
(15) A = PILE,JE GAGNE
(16) A = PILE,TU PERD
(17) A = "Si FACE alors JE PERD"
(18) A = "Si FACE alors TU GAGNE"
(19) A = FACE,JE PERD
(20) A = FACE,TU GAGNE
(21) B = "Si PILE alors JE PERD"
(22) B = "Si PILE alors TU GAGNE"
(23) B = PILE,JE PERD
(24) B = PILE,TU GAGNE
(25) B = "Si FACE alors JE GAGNE"
....

Les binaires et la liaison des binaires.page deux.

Voici donc introduits cinq binaires:
- (JE,TU)
- (GAGNE,PERD)
- (BLANC,NOIR)
- (PILE,FACE)
- (A,B)

Ce sont les deux joueurs, les deux positions, les deux éventualités, les deux tirages, les deux règles.

Ces cinq binaires ne sont pas indépendants les uns des autres, ils sont liés. Ils sont liés par les formules (1)(2)(3)(4)(7)(8)(9)(10)(13)(14)(15)(16)(17)(18)(19)(20)(21)(22)(23)(24)(25)... Ces formules sont très redondantes. La liaison des binaires, c'est une façon de se débarasser de cet encombrement et de cette redondance. Ces formules ont une invariance, elles sont invariantes par "inversion paire". Toutes les formules numérotées sont invariantes par "inversion paire".

Qu'est ce qu'une <u>inversion paire</u>?

Exemple: Soit la formule:
(53) "La règle A, c'est que le tirage PILE mette le joueur JE dans la position GAGNE"
Voici plusieurs autres formules qui se déduisent d'elle par "inversion paire".
(54) "La règle B, c'est que le tirage FACE mette le joueur TU dans la position PERD"
Il y a eu inversion de quatre éléments.
(55) "La règle B, c'est que le tirage FACE mette le joueur JE dans la position GAGNE"
Il y a eu inversion de deux éléments.
(56) "La règle A, c'est que le tirage FACE mette le joueur TU dans la position GAGNE"
Il y a eu inversion de deux éléments.
(57) "La règle A, c'est que le tirage PILE mette le joueur TU dans la position PERD"
Il y a eu inversion de deux éléments.
(58) "La règle B, c'est que le tirage PILE mette le joueur JE dans la position PERD"
Il y a eu inversion de deux éléments.
(59) "La règle B, c'est que le tirage PILE mette le joueur TU dans la position GAGNE"
Il y a eu inversion de deux éléments.
(60) "La règle A, c'est que le tirage FACE mette le joueur JE dans la position PERD"
Il y a eu inversion de deux éléments.
(53) "La règle A, c'est que le tirage PILE mette le joueur JE dans la position GAGNE"
Il y a eu inversion de zéro éléments.

Exemple: Le passage de la formule "PILE,JE GAGNE" à la formule "FACE,TU PERD", n'est pas une inversion paire.

Une formule, qui se déduit d'une formule vraie par inversion paire, est vraie. Une formule est équivalente à une formule qui se déduit d'elle par inversion paire.

Comment sont liés les cinq binaires?

(JE,TU) et (GAGNE,PERD) et (BLANC,NOIR) sont liés.
Ils sont liés par les formules (1)(2)(3)(4).

(BLANC,NOIR) et (PILE,FACE) et (A,B) sont liés.
Ils sont liés par les formules (7)(8)(9)(10).

(JE,TU) et (GAGNE,PERD) et (PILE,FACE) et (A,B) sont liés.
Ils sont liés par les formules (13)(14)(15)(16)(17)(18)(19)(20)(21)(22)(23)(24)(25)...
(53)(54)(55)(56)(57)(58)(59)(60).

Les binaires et la liaison des binaires.page trois.

Les binaires en général

Un binaire a deux éléments, c'est un couple, c'est un couple de contraires ou encore c'est un couple d'inverses. L'inverse ou le contraire d'un élément, c'est l'autre élément.

N'importe quel couple est il un binaire? Non. Il vaut mieux réserver l'appellation de binaire à ceux qui sont vraiment un couple de contraires. Comment distinguer? Un critère, c'est de considérer comme un binaire, un couple qui figure dans une liaison de binaires. Ca fait des surprises, ça révèle comme couple de contraires des couples qui à première vue font baroque hétéroclite.

Quand il y a plusieurs binaires, une liaison entre ces binaires, c'est une liaison entre éléments de ces binaires qui est invariante par inversion paire.

Qu'est ce qu'une inversion paire? C'est défini par l'exemple de la page deux. Qu'est ce qu'une liaison entre éléments de binaires? Ce n'est pas défini. Dans le cas du jeu de pile ou face, ce sont des formules vraies où les éléments de binaires figurent comme mots. Qu'est ce que l'invariance d'une liaison par une transformation? Ce n'est pas défini. Dans le cas du jeu de pile ou face, c'est le fait que par la transformation une formule vraie devient une formule vraie.

Il y a dans ce texte des phrases où figurent des éléments de binaires et qui ne sont pas invariantes par inversion paire. Toutes les formules numérotées sont invariantes par inversion paire. Certaines formules numérotées expriment l'invariance par inversion paire d'autres formules. Et elles mêmes ont l'invariance par inversion paire.

Exprimer la liaison des éléments de plusieurs binaires est malaisé, redondant, encombrant. L'habitude à ce sujet là est mauvaise, c'est, pour limiter la redondance et l'encombrement, de ne conserver que quelques représentants de la liaison des éléments. C'est stérilisant. La liaison des binaires permet d'échapper à l'encombrement sans perdre les invariances. Mais ça permet aussi d'échapper à la difficulté d'exprimer la liaison des éléments.

Le cas du va et vient électrique

C'est un montage électrique courant. Ca s'appelle un "va et vient".

Soit n un entier. Il y a n commutateurs à deux positions. Il y a un appareil électrique, par exemple une lampe, qui peut être allumé ou éteint. Le montage fait que il peut être allumé ou éteint à partir de n'importe lequel des n commutateurs.

Quels sont les binaires? Il y en a (n+1).
- (ALLUME,ETEINT) , pour la lampe.
- les deux positions , pour chaque commutateur.

L'usage courant, c'est d'utiliser un seul commutateur à la fois, les autres restant comme ils sont, et alors en inversant ce commutateur, si la lampe était allumée elle s'éteint, et si la lampe était éteinte elle s'allume.

Un autre usage serait d'inverser deux commutateurs à la fois, et de vérifier que la lampe ne change pas d'état.

Les (n+1) binaires, correspondant à n commutateurs et une lampe, sont liés.

Les n binaires correspondant aux n commutateurs sont indépendants, c'est à dire qu'on peut plaçer les commutateurs dans n'importe quelle position indépendament les uns des autres.

En fait, n binaires quelconques, pris parmi les (n+1), sont indépendants.

Le va et vient électrique le plus courant, c'est une lampe et deux commutateurs. Ca fait trois binaires qui sont liés et deux à deux indépendants.

Les binaires et la liaison des binaires.page quatre.

La propriété d'écrit pour les binaires

Les binaires et la liaison des binaires, d'où ça vient?

Ca vient de caractériser des objets dans l'espace qui existent à l'état de deux exemplaires. Ca vient de manipuler, au sujet du noeud boroméen, les binaires suivants: (DESSUS,DESSOUS) (AVANT,APRES) (MONTER,DESCENDRE) (INTERNE,EXTERNE) (POSITIF,NEGATIF) (GAUCHE,DROITE) (LEVO,DEXTRO) les deux circulations de trois couleurs.

Lacan a défini la propriété d'écrit.
Première définition: Soit n un entier.
n éléments font écrit ssi:
- les n éléments sont liés,
- si on enlève un élément quelconque, les (n-1) éléments restants sont indépendants.

Dans le cas des noeuds:
Un noeud à n ronds fait écrit ssi:
- les n ronds ne sont pas séparables,
- si on enlève un rond quelconque, les (n-1) ronds restants sont complètement séparables.

Pour les binaires, on rencontre aussi la propriété d'écrit. Il y a des difficultés de définition. Pour pouvoir indiquer ces difficultés, je vais donner une reformulation de la propriété d'écrit. Le terme "élément" a servi précédement à désigner les deux éléments d'un binaire. Il servira ici à désigner un élément d'un ensemble quelconque et en particulier un binaire d'un ensemble de binaires.

Deuxième définition:
Il y a les "ensemble avec liaison".
Un "ensemble avec liaison" est ou n'est pas"lié".
Un "ensemble avec liaison" est ou n'est pas "indépendant".
Il y a l'opération de "l'élément en moins": Soit un "ensemble avec liaison". Soit un élément. Alors il y a un "ensemble avec liaison" qui est le reste quand on enlève l'élément.
Un "ensemble avec liaison" est un écrit ssi:
- il est lié,
- si on enlève un élément quelconque, le reste est indépendant.

Dans le cas des binaires:
Les cinq binaires (JE,TU) et (GAGNE,PERD) et (BLANC,NOIR) et (PILE,FACE) et (A,B) ont été dits liés. Ils n'ont pas la propriété d'écrit.
Les trois binaires (JE,TU) et (GAGNE,PERD) et (BLANC,NOIR) ont été dits liés. Ils ont la propriété d'écrit.
Les trois binaires (BLANC,NOIR) et (PILE,FACE) et (A,B) ont été dits liés. Ils ont la propriété d'écrit.
Les quatre binaires (JE,TU) et (GAGNE,PERD) et (PILE,FACE) et (A,B) ont été dits liés. Ils ont la propriété d'écrit.
Les (n+1) binaires du va et vient électrique ont été dits liés. Ils ont la propriété d'écrit.

Problème: l'objet réunissant plusieurs binaires n'est pas défini, l'indépendance des binaires est reconnaissable mais n'est pas définie, je ne connais pas une notion de liaison générale dont le "lié" l'"indépendant" l'"écrit" seraient des cas spéciaux.

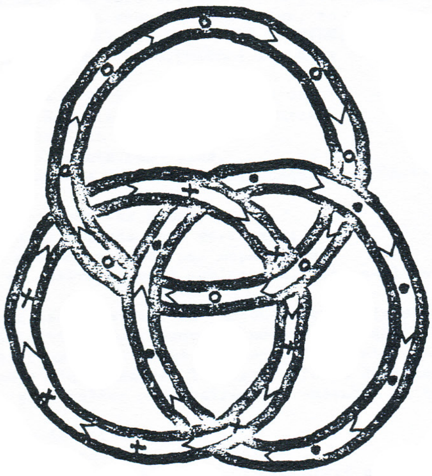
En fait, pour les binaires, on rencontre d'emblée l'écrit.

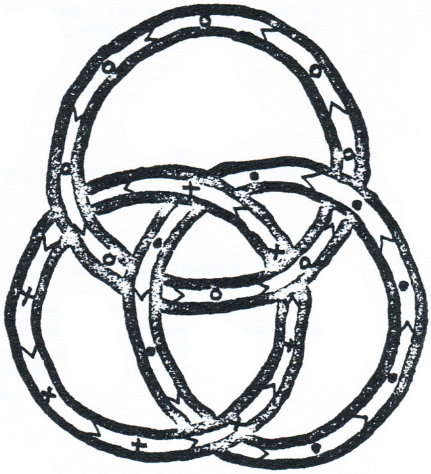
La propriété d'écrit pour les binaires ouvre un calcul sur les binaires. La propriété "Les binaires A B C D font écrit" ouvre l'opération "A = B*C*D" ou "A = C*B*D" ou "B = A*C*D". (En fait c'est un calcul sur les involutions sous jacentes aux binaires).

Problème intéressant: Soit plusieurs binaires indépendants. Trouver un binaire qui les lie.

UNE PROPRIETE NON DEMONTREE

Voici deux noeuds aplatis coloriés orientés:





Les trois couleurs: 

Les orientations: 

Chacun d'eux définit un noeud colorié orienté.
<u>Problème</u>: Définissent ils le même noeud colorié orienté ou bien définissent ils deux noeuds coloriés orientés différents?
Autrement dit:
<u>Problème</u>: Existe t il, oui ou non, une déformation dans l'espace qui fasse passer de l'un à l'autre?

Une propriété non démontrée.Suite.

Le problème posé est un problème de reconnaissance. Les noeuds ne sont connus que par leurs présentations. Soit deux présentations de noeuds, définissent elles le même noeud ou deux noeuds différents. C'est ça un problème de reconnaissance.

Un algorithme de reconnaissance, c'est un algorithme qui résoud tous les problèmes de reconnaissance. Un algorithme de reconnaissance des noeuds, c'est un algorithme qui, à partir de deux présentations quelconques de noeuds, arrive à décider si elles définissent, oui ou non, le même noeud. On ne connait pas d'algorithme de reconnaissance des noeuds.

Solution du problème posé:
Propriété (non démontrée): Les deux noeuds aplatis coloriés orientés.donnés plus haut, définissent deux noeuds coloriés orientés distincts.

Voici maintenant une reformulation de la propriété non démontrée.

Les deux noeuds aplatis coloriés orientés, donnés plus haut, définissent le même noeud.(Par leur présentation même, ils ne diffèrent que par l'orientation, ils définissent le même noeud aplati colorié). Ce noeud est appellé le noeud boroméen.

Whitten en 1969 a défini ainsi la propriété d'"inversibilité" d'un noeud:
"An oriented, ordered link L of m components tamely imbedded in the oriented 3-sphere S will be called invertible if and only if there is an orientation-preserving autohomeomorphism of S which takes each component of L onto itself with reversal of orientation."
Traduction:"Un lien ordonné orienté L à m composantes plongé non-sauvagement dans la 3-sphère orientée S sera appellé inversible si et seulement si il existe un autohoméomorphisme conservant l'orientation de S qui transforme chaque composante de L sur elle même en inversant l'orientation".

Avec ce langage là, la propriété non démontrée est équivalente à:

Propriété (non démontrée): Au sens de Whitten 1969, le noeud boroméen n'est pas inversible.

L'inversibilité a été définie par Fox en 1962 pour les noeuds à un seul rond, et par Whitten 1969 pour les noeuds à plusieurs ronds. En 1962, on ne connaissait pas de noeuds non inversibles. La première propriété de non-inversibilité a été fournie et démontrée par Trotter en 1964.

Références:
Fox 1962 "Some problems of knot theory"
Trotter 1964 "Non-invertible knots exist"
Whitten 1969 "A pair of non-invertible links"

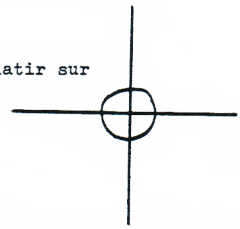
Le problème de l'inversibilité, oui ou non, d'un noeud est un cas spécial de problème de reconnaissance.

Le problème de l'inversibilité, oui ou non, d'un noeud est un cas spécial de problème d'invariance. Il est naturel de s'intéresser, non pas seulement à l'invariance par l'automorphisme d'inversion, mais à tous les automorphismes et à toutes les invariances. Dans le cas du noeud boroméen colorié orienté, il y a 96 automorphismes 48 invariances et deux exemplaires automorphes. Ce n'est pas immédiat.

LES DEUX BOROMEENS -DE DEUX DROITES COLOREES ET UN ROND ORIENTE-

Quel genre d'objet?
Il y a deux couleurs.
Un objet est la liaison de -deux droites colorées par les deux couleurs, et de -un rond orienté.

Quels objets?
Il s'agit des objets qui sont boroméens et qui peuvent s'aplatir sur le réseau ci-contre:



Problème:
Ces objets, combien y en a t il? qui sont ils?

Solution:
Il y en a au plus deux, on peut le montrer.
Est ce qu'il y en a au moins deux? En réalisant matériellement et en manipulant les deux présentations, ça fait bien deux objets qui ont résisté à être mis en parallèle, deux objets qui ne se sont pas révélés être deux réalisations du même objet.
Donc, jusqu'à preuve du contraire, il y en a exactement deux.

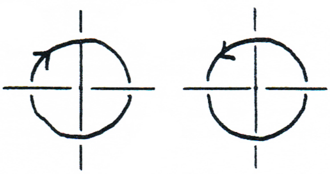
Le couple des deux objets:
Ce sont les deux boroméens -de deux droites colorées et un rond orienté-.
- Ils s'échangent par symétrie. C'est donc un couple (gauche,droite).
- Ils s'échangent par permutation des deux couleurs.
- Ils s'échangent par inversion de l'orientation du rond.

Changement de genre d'objet:
- Que devient ce couple si les deux couleurs sont confondues?
- Que devient ce couple si le rond n'est plus orienté?
- Que devient ce couple si une droite est raboutée à l'état de rond?

Dans ces trois cas, les deux objets du couple deviennent un seul objet. Donc, pour l'existence de ce couple, la coloration par les deux couleurs n'est pas superflue, l'orientation du rond n'est pas superflue, la rigidité des deux droites n'est pas superflue.

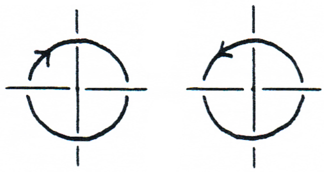
Comparaison avec un autre couple:
Ce couple n'a rien à voir avec le couple des deux chaines boroméennes colorées orientées.
D'abord, ce n'est pas le même genre d'objet.
Ensuite, il n'est pas question de mettre ces deux couples en correspondance, puisque:
- les deux boroméens -de deux droites colorées et un rond orienté- sont symétriques l'un de l'autre. C'est un couple (gauche,droite).
- les deux boroméens -de trois ronds colorés et orientés- sont symétriques l'un et l'autre. Ce n'est pas un couple (gauche,droite).

Présentations planes:



l'un

l'autre



Voici deux genres d'objet:
- premier genre: liaison de deux droites et un rond.
- deuxième genre: chaine de trois ronds.

Une droite peut être raboutée à l'état de rond. Par deux raboutages, il est possible de passer d'un objet du premier genre à un objet du deuxième genre. Ce passage, il y a plusieurs façons de le faire.

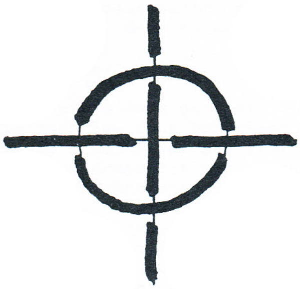
Jusqu'à preuve du contraire, je postule que:
- Si (les raboutages se font au loin), alors il y a deux façons de faire le passage.
- Si (les raboutages se font au loin, et les deux ronds raboutés des deux droites sont sans enlacement), alors il y a une façon de faire le passage.

Donc, à un objet du premier genre correspond un objet du deuxième genre.

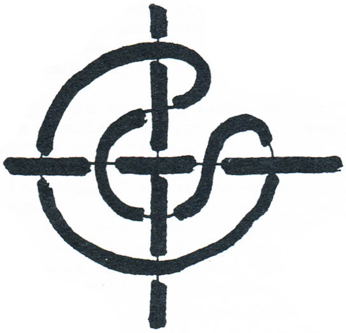
Et en sens inverse?

Voici un exemple: deux objets du premier genre correspondant à un même objet du premier genre.

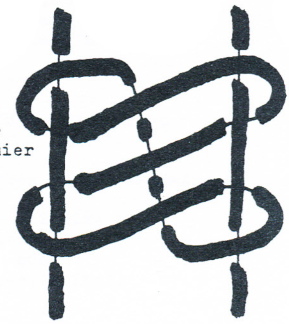
Attention, chacun des deux objets du premier genre est dessiné deux fois.



deux présentations de un objet du premier genre



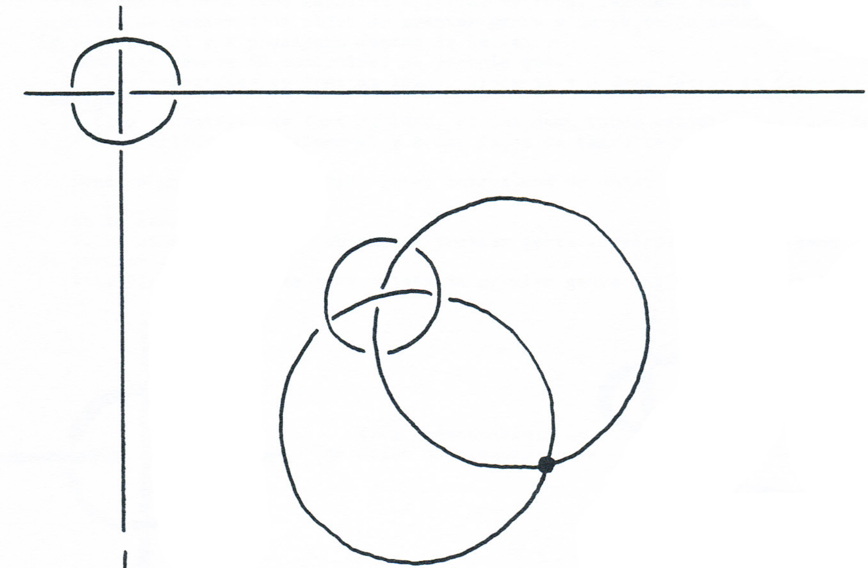
deux présentations de un autre objet du premier genre

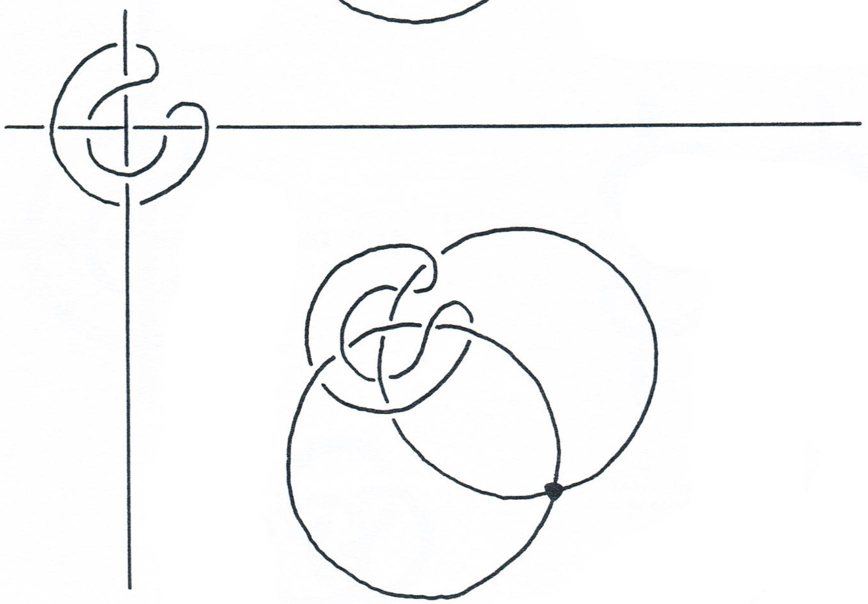


l'objet du deuxième genre correspondant

Traduction entre deux genre d'objet
- liaison de deux droites et un rond.
- chaine de trois ronds avec un collage de deux des ronds.

Voici deux exemples de traduction.

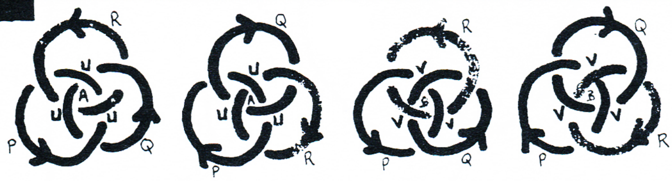




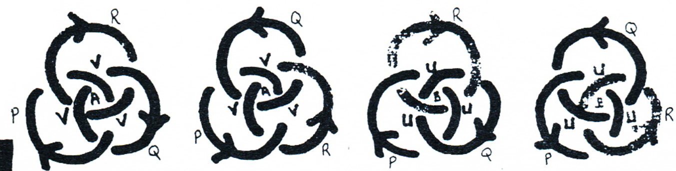
TROIS COUPLES

A

B

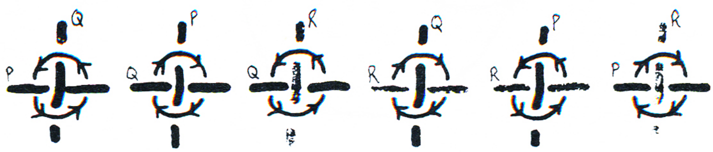


M



N

U



V

trois couples

(A , B)

(M , N)

(U , V)

- Ils sont liés tous les trois .
- Ils sont deux à deux indépendants .

- (A , B) peut être repéré par (gauche , droite)
- (M , N) peut être repéré par : les deux circulation des trois couleurs

BINAIRES POUR LES CHAINES CORDEENNES ORIENTEES

Les dessins sont en noir et blanc. Il faut colorer.

Tous les dessins sauf un sont faits avec trois traits:

le premier:

le second:

le troisième:

Le premier peut être laissé tel qu'il est. Le deuxième doit être repassé dans une couleur. Le troisième doit être repassé dans une autre couleur. Il y a donc besoin de deux couleurs contrastant entre elles, et contrastant avec le noir du premier trait.

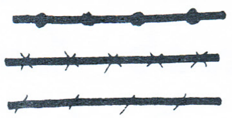
Repère: dans ces dessins, il y a toujours un rond fait avec le second trait, un rond fait avec le troisième trait, tous les autres ronds étant faits avec le premier trait.

Il y a un dessin fait avec trois traits:

Le quatrième:

le cinquième:

le sixième:

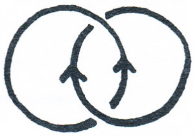


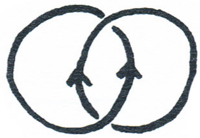
Ils doivent être repassés chacun avec une couleur différente. Il y a donc besoin de trois couleurs.

Au total, il y a besoin de cinq couleurs. L'important, c'est de repasser le second et le troisième trait. Il y a surtout besoin de deux couleurs.

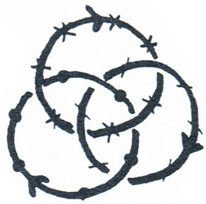
Voici deux couples:

Deux noeuds orientés:





Deux noeuds colorés orientés:



Les pages qui suivent donnent une portée générale à ces deux couples, et les mettent en relation.

Les pages qui suivent présentent deux binaires:
- le binaire (G,D)
- le binaire (U,V)

Dans la première page qui suit, il y a des présentations planes d'objets G et d'objets D.

Dans la deuxième page qui suit, il y a des présentations planes d'objets U et d'objets V.

Dans la troisième page qui suit, il y a 63 propositions. Ces propositions sont le systématisme dans lequel fonctionnent le binaire (G,D) et le binaire (U,V).

Ces deux binaires sont à la fois liés et non liés.

Ils sont liés parcequ'ils fonctionnent au même niveau de noeud.

Ils sont liés parceque, à ce niveau, ils concourrent, ils coexistent, ils fonctionnent simultanément, ils sont analogues.

Ils concourrent, ils sont analogues comme le pair et l'impair.

G et D sont deux états du pair.

U et V sont deux états de l'impair.

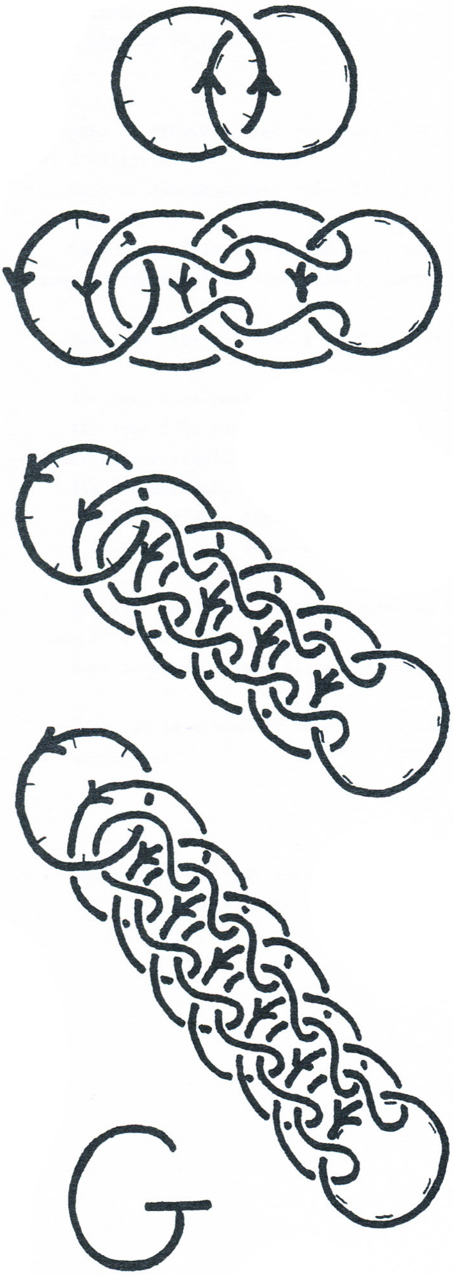
Ils sont non liés parceque jamais un choix dans l'un ne détermine un choix dans l'autre.

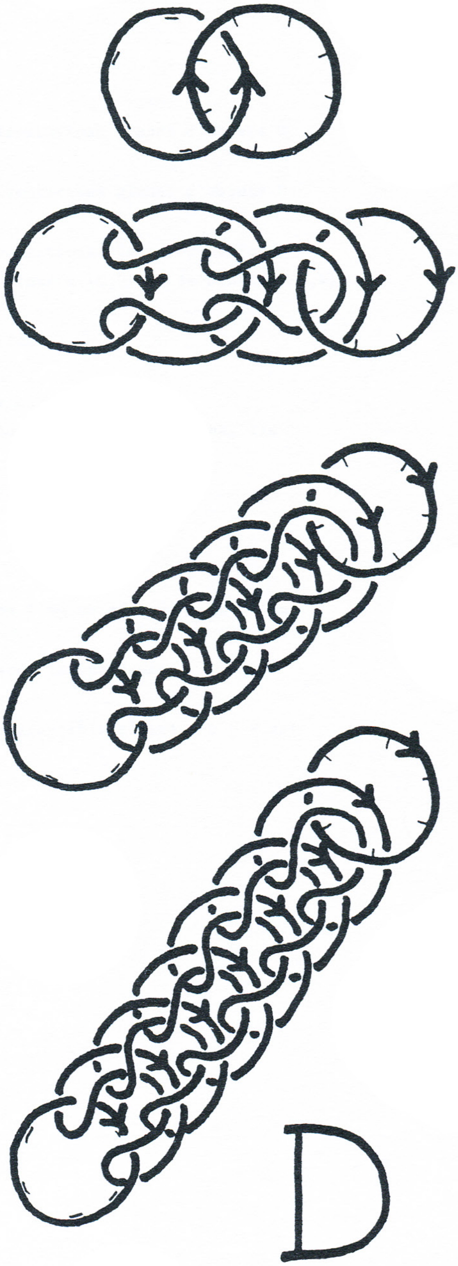
Donc,au sens de la liaison des binaires, ils sont indépendants.

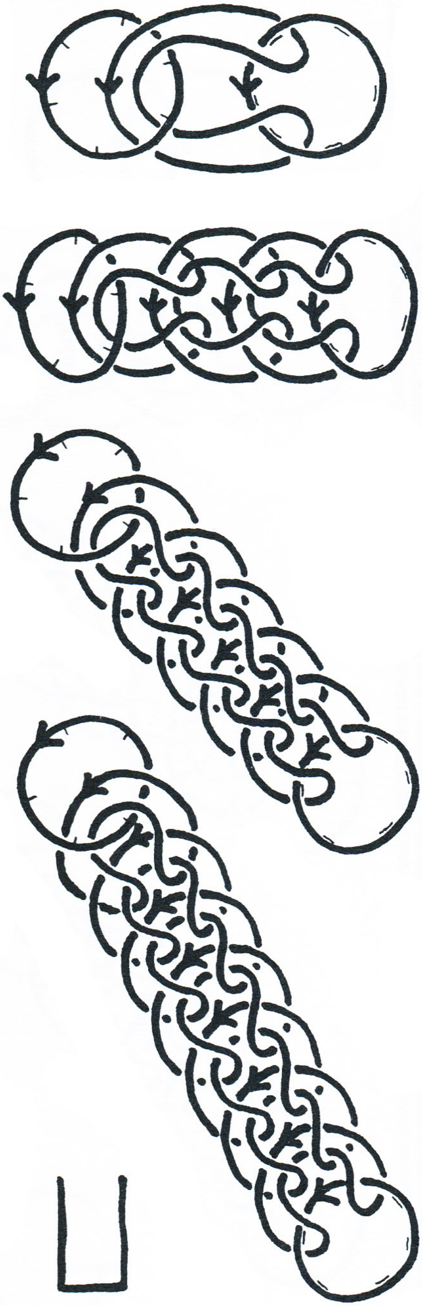
Quel est le niveau de noeud? L'objet qui est susceptible d'être G D U V est l'"entre-deux".

Les trois pages qui suivent sont le résultat brut.

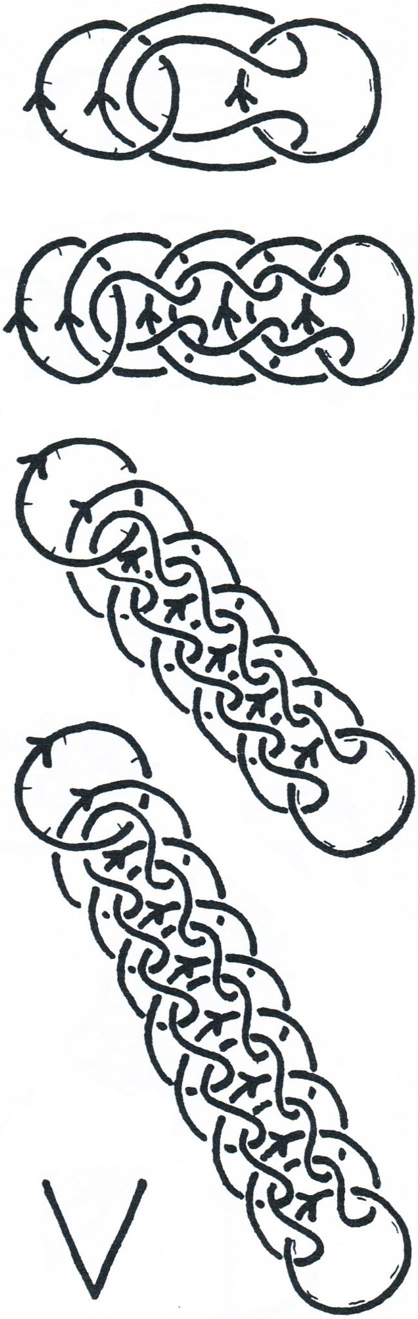
Les pages d'après sont introductives.


G


D



U



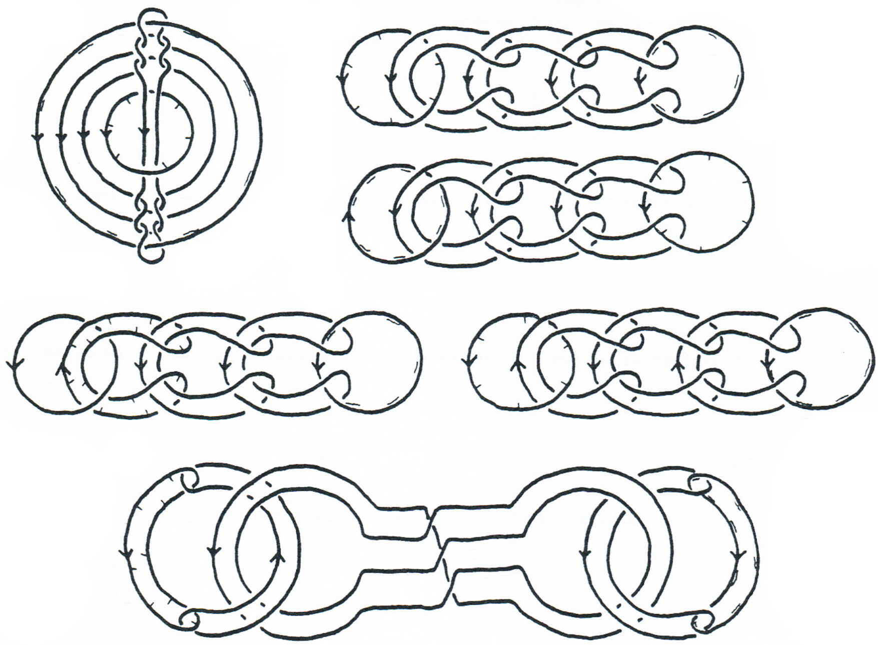
V

-Un entre-deux est ou bien pair ou bien impair.
-Un entre-deux pair est ou bien G ou bien D.
-Un entre-deux impair est ou bien U ou bien V.
-Un concaténé d'un entre-deux pair et d'un entre-deux pair est un entre-deux pair.
-Un concaténé d'un entre-deux impair et d'un entre-deux impair est un entre-deux pair
-Un concaténé d'un entre-deux pair et d'un entre-deux impair est un entre-deux impair.
-Un crochet d'un entre-deux pair et d'un entre-deux pair est un entre-deux impair.
-Un crochet d'un entre-deux impair et d'un entre-deux impair est un entre-deux impair.
-Un crochet d'un entre-deux pair et d'un entre-deux impair est un entre-deux pair.
-Le concaténé G d'un entre-deux G et d'un entre-deux G est un entre-deux G.
-    G   G   D   D
-    G   D   G   D
-    G   D   D   G
-    D   G   G   D
-    D   G   D   G
-    D   D   G   G
-    D   D   D   D
-Le concaténé G d'un entre-deux U et d'un entre-deux U est un entre-deux G.
-    G   U   V   D
-    G   V   U   D
-    G   V   V   G
-    D   U   U   D
-    D   U   V   G
-    D   V   U   G
-    D   V   V   D
-Le concaténé G d'un entre-deux G et d'un entre-deux U est un entre-deux U.
-    G   G   V   V
-    G   D   U   V
-    G   D   V   U
-    D   G   U   V
-    D   G   V   U
-    D   D   U   U
-    D   D   V   V
-Le crochet U d'un entre-deux G et d'un entre-deux G est un entre-deux U.
-    U   G   D   V
-    U   D   G   V
-    U   D   D   U
-    V   G   G   V
-    V   G   D   U
-    V   D   G   U
-    V   D   D   V
-Le crochet U d'un entre-deux U et d'un entre-deux U est un entre-deux U.
-    U   U   V   V
-    U   V   U   V
-    U   V   V   U
-    V   U   U   V
-    V   U   V   U
-    V   V   U   U
-    V   V   V   V
-Le crochet U d'un entre-deux G et d'un entre-deux U est un entre-deux G.
-    U   G   V   D
-    U   D   U   D
-    U   D   V   G
-    V   G   U   D
-    V   G   V   G
-    V   D   U   G
-    V   D   V   D
-Le symétrique d'un entre-deux G est un entre-deux D.
-Le symétrique d'un entre-deux D est un entre-deux G.
-L'inverse-de-fil d'un entre-deux U est un entre-deux V.
-L'inverse-de-fil d'un entre-deux V est un entre-deux U.
-Le renversé-d'entrée-sortie d'un entre-deux U est un entre-deux V.
-Le renversé-d'entrée-sortie d'un entre-deux V est un entre-deux U.

L'ENTRE-DEUX

Définition de l'entre-deux

L'entre-deux est une modalité de la corde.
Voici plusieurs présentations planes du même entre-deux.



L'entre-deux est un noeud coloré orienté. La coloration est à trois couleurs. Les trois couleurs sont: ("entrée","sortie","intermédiaire"). En général, le nombre de ronds est différent du nombre de couleurs.

Un entre-deux, qu'est ce que c'est? Un entre-deux, c'est:
Une corde orientée colorée par les trois couleurs ("entrée","sortie","intermédiaire"); de telle façon que -il y a un rond de couleur "entrée", et c'est un rond extrême, -il y a un rond de couleur "sortie", et c'est un rond extrême, et c'est un rond de l'autre extrémité, -tous les autres ronds sont de couleur "intermédiaire".

Ainsi l'entre-deux a été défini.

Le nombre de ronds d'un entre-deux, c'est le nombre de ronds de couleur "intermédiaire". Si un entre-deux a n ronds, alors la corde sous-jacente a (n+2) ronds.

Un entre-deux est pair si son nombre de ronds est pair.

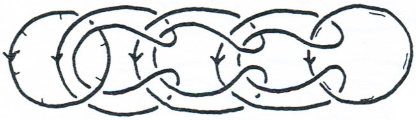
Un entre-deux est impair si son nombre de ronds est impair.

L'entre-deux (suite)

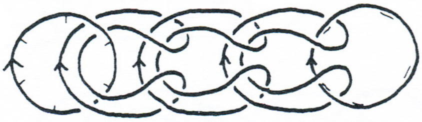
Automorphismes et invariances

Voici des automorphismes.
-Le symétrique ou image-miroir d'un entre-deux est un entre-deux.
-L'inverse-de-fil d'un entre-deux est un entre-deux. L'inversion-de-fil consiste à inverser l'orientation de chaque rond.
-Le renversé-d'entrée-sortie d'un entre-deux est un entre-deux. Le renversement-d'entrée-sortie consiste à permuter les deux couleurs "entrée" et "sortie", et à conserver la couleur "intermédiaire".

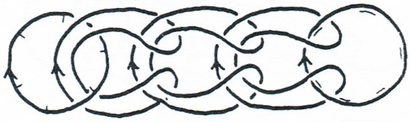
Soit X l'entre-deux:



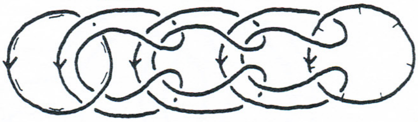
Voici le symétrique de X:



Voici l'inverse-de-fil de X:



Voici le renversé-d'entrée-sortie de X:



Voici des invariances.
-Un entre-deux est ou n'est pas symétrique. Un entre-deux est symétrique si il n'est pas différent de son symétrique. Attention, la langue ne distingue pas l'automorphisme et l'invariance.
-Un entre-deux est ou n'est pas inversible-de-fil. Un entre-deux est inversible-de-fil si il n'est pas différent de son inverse-de-fil.
-Un entre-deux est ou n'est pas réversible-d'entrée-sortie. Un entre-deux est réversible-d'entrée-sortie si il n'est pas différent de son renversé-d'entrée-sortie.

L'entre-deux (suite)

Recensement des entre-deux

Soit n un entier. Combien y a t il d'entre-deux à n ronds?

Ce qui suit s'appuie d'une part sur une présentation de la corde, la présentation en tricot, et d'autre part sur le recensement de Milnor.
Il vaut mieux sauter, et passer à "conclusion du recensement".

Proposition: Soit n un entier. Il y a 1 corde à (n+2) ronds.
Proposition: Une corde colorée orientée est invariante par inversion paire.
Il s'ensuit que:
Proposition: Soit une corde colorée. Elle a au plus 2 orientations.
Il s'ensuit que:
Proposition: Soit n un entier. Il y a au plus 2 entre-deux à n ronds.
D'après Milnor:
Proposition: Soit n un entier. Il y a 2 entre-deux à n ronds.

Proposition: Un entre-deux pair est inversible-de-fil.
Proposition: Un entre-deux pair est réversible-d'entrée-sortie.
Proposition: Un entre-deux impair est symétrique.
D'après Milnor:
Proposition: Un entre-deux pair n'est pas symétrique.
D'après Milnor:
Proposition: Un entre-deux impair n'est pas inversible-de-fil.
D'après Milnor:
Proposition: Un entre-deux impair n'est pas réversible-d'entrée-sortie.

Conclusion du recensement

-Soit n un entier. Il y a 2 entre-deux à n ronds. L'un est l'opposé de l'autre.

-Soit n un entier pair. Soit le couple des deux entre-deux à n ronds.
Ils s'échangent par symétrie. Chacun est inversible-de-fil. Chacun est réversible-d'entrée-sortie.

-Soit n un entier impair. Soit le couple des deux entre-deux à n ronds.
Ils s'échangent par inversion-de-fil. Ils s'échangent par renversement-d'entrée-sortie.
Chacun est symétrique.

Ainsi apparait la différence entre les entre-deux pairs et les entre-deux impairs. Ca va se renforçer.

Il va être introduit des opérations sur les entre-deux. Ces opérations constituent les entre-deux en système. Dans ce système, la différence entre le pair et l'impair va se préciser et se renforçer.

L'entre-deux (suite)

Les deux concaténations

Le concaténé d'un entre-deux et d'un entre-deux est un entre-deux. Il y a deux façons de concaténer.

Soit X l'entre-deux: 

Soit Y l'entre-deux: 

Voici un concaténé de X et de Y: 

Voici l'autre concaténé de X et de Y: 

Soit X et Y des entre-deux. Soit Z un concaténé de X et de Y. Si X a p ronds, et si Y a q ronds, alors Z a (p+q) ronds.
Soit X et Y des entre-deux. Soit Z1 un concaténé. Soit Z2 l'autre concaténé. Alors Z1 et Z2 sont opposés.

La définition des deux concaténations se fait -en termes de "tore", -avec le couple des deux entre-deux à 0 ronds. Ca ne sera pas fait ici.

Comment distinguer les deux concaténations. Ca ne sera indiqué que plus tard.

Proposition: Soit une concaténation. Soit X et Y des entre-deux. Le concaténé de X et de Y n'est pas différent du concaténé de Y et de X.

Les deux crochets

Le crochet d'un entre-deux et d'un entre-deux est un entre-deux. Il y a deux façons de faire le crochet.

Soit X l'entre-deux: 

Soit Y l'entre-deux: 

Voici un crochet de X et de Y: 

Voici l'autre crochet de X et de Y: 

Soit X et Y des entre-deux. Soit Z un crochet de X et de Y. Si X a p ronds, et si Y a q ronds, alors Z a (p+q+1) ronds.
Soit X et Y des entre-deux. Soit Z1 un crochet. Soit Z2 l'autre crochet. Alors Z1 et Z2 sont opposés.

La définition des deux crochets se fait -en termes de "tore", -avec le couple des deux entre-deux à 0 ronds, -avec le couple des deux entre-deux à 1 rond. Ca ne sera pas fait ici.

Comment distinguer les deux crochets? Ca ne sera indiqué que plus tard.

Proposition: Soit un crochet. Soit X et Y des entre-deux. Le crochet de X et de Y n'est pas différent du crochet de Y et de X.

L'entre-deux (suite)

Le système des entre-deux

Les couples suivants ont été introduits:
- pour chaque entier n, le couple des deux entre-deux à n ronds.
- le couple des deux concaténations.
- le couple des deux crochets.

Comment repérer qui est qui dans chaque couple?
Il est possible de le faire au moyen de deux binaires. Un binaire est (G,D). L'autre binaire est (U,V).
- un entre-deux pair est ou bien G ou bien D.
- un entre-deux impair est ou bien U ou bien V.
- une concaténation est ou bien G ou bien D.
- un crochet est ou bien U ou bien V.

Ce repérage n'est pas arbitraire, mais satisfait aux contraintes suivantes:

-Le concaténé	G	d'un entre-deux	G	et d'un entre-deux	G	est un entre-deux	G.
-	G		G		D		D
-	G		D		G		D
-	G		D		D		G
-	D		G		G		D
-	D		G		D		G
-	D		D		G		G
-	D		D		D		D
-Le concaténé	G	d'un entre-deux	U	et d'un entre-deux	U	est un entre-deux	G.
-	G		U		V		D
-	G		V		U		D
-	G		V		V		G
-	D		U		U		D
-	D		U		V		G
-	D		V		U		G
-	D		V		V		D
-Le concaténé	G	d'un entre-deux	G	et d'un entre-deux	U	est un entre-deux	U.
-	G		G		V		V
-	G		D		U		V
-	G		D		V		U
-	D		G		U		V
-	D		G		V		U
-	D		D		U		U
-	D		D		V		V
-Le crochet	U	d'un entre-deux	G	et d'un entre-deux	G	est un entre-deux	U.
-	U		G		D		V
-	U		D		G		V
-	U		D		D		U
-	V		G		G		V
-	V		G		D		U
-	V		D		G		U
-	V		D		D		V
-Le crochet	U	d'un entre-deux	U	et d'un entre-deux	U	est un entre-deux	U.
-	U		U		V		V
-	U		V		U		V
-	U		V		V		U
-	V		U		U		V
-	V		U		V		U
-	V		V		U		U
-	V		V		V		V
-Le crochet	U	d'un entre-deux	G	et d'un entre-deux	U	est un entre-deux	G.
-	U		G		V		D
-	U		D		U		D
-	U		D		V		G
-	V		G		U		D
-	V		G		V		G
-	V		D		U		G
-	V		D		V		D

L'entre-deux (suite)

Le système des entre-deux (suite)

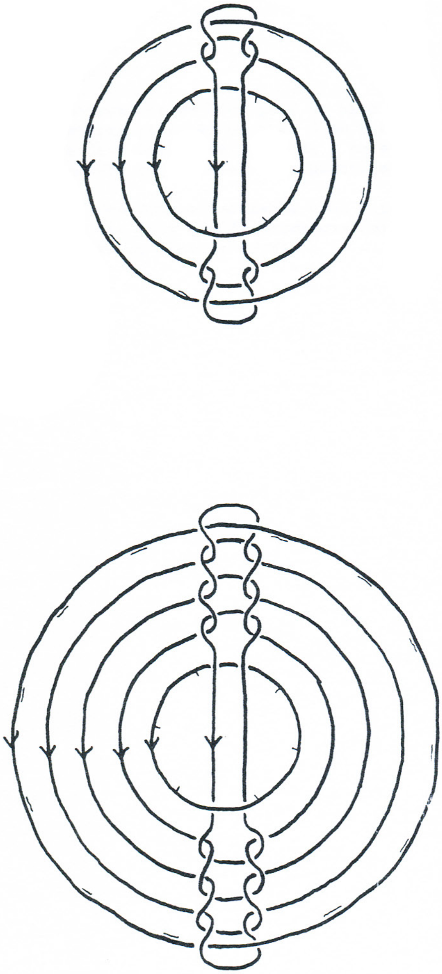
Comment obtenir ce repérage, ce repérage par le binaire (G,D) et par le binaire (U,V)? Au moyen d'une présentation de la corde, la présentation en tricot. Ca ne sera pas fait ici.

Néanmoins, il y a dans les pages suivantes, des entre-deux G et D en présentation tricot, et des entre-deux U et V en présentation tricot.

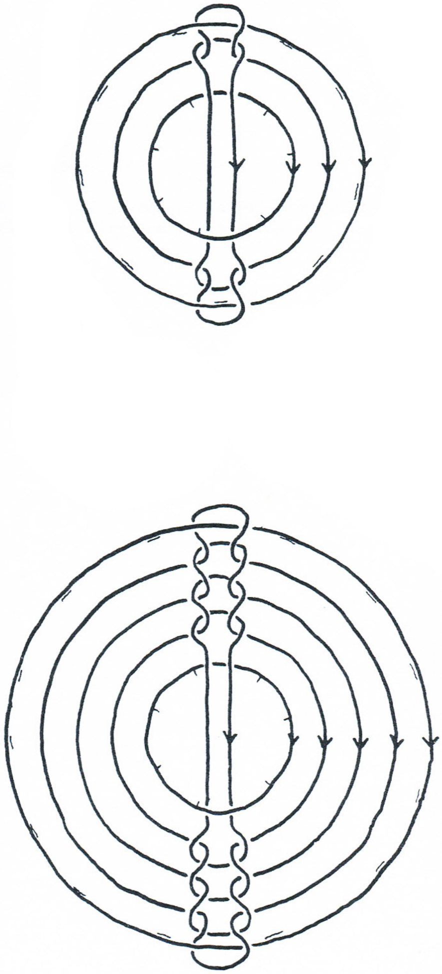
Conclusion

Un entre-deux est ou bien pair ou bien impair.
Un entre-deux pair est ou bien G ou bien D.
Un entre-deux impair est ou bien U ou bien V.
Ce qui assure ça, ce sont des opérations sur les entre-deux.

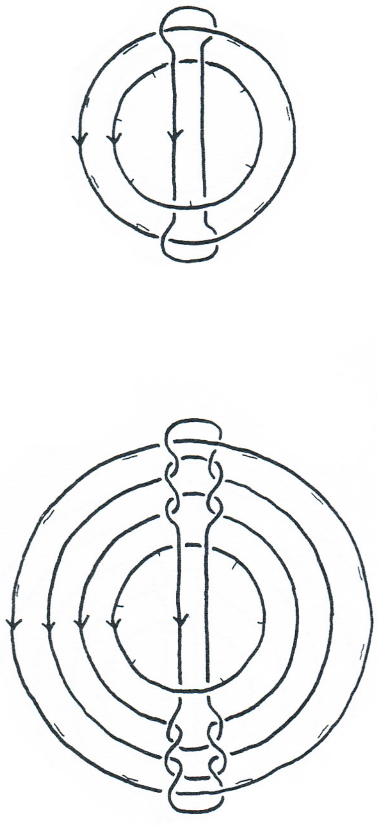
Le couple des deux enlacements peut être considéré comme le prototype du binaire (G,D).
Le couple des deux noeuds boroméens colorés orientés peut être considéré comme le prototype du binaire (U,V).



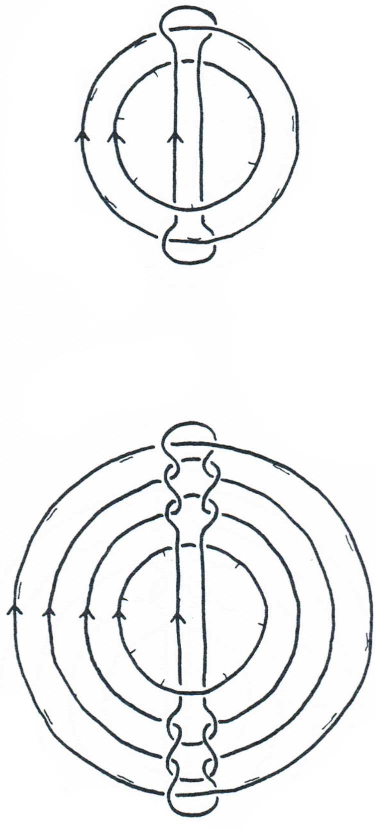
G



D



U



V

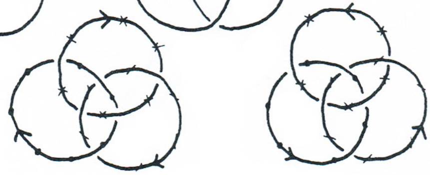
COMPARAISON ENTRE TROIS COUPLES

Voici trois couples:

Les deux trèfles:
Deux noeuds

Les deux enlacements:
Deux noeuds orientés

Les deux noeuds boroméens colorés orientés:
Deux noeuds colorés orientés



Ce qui suit est -la comparaison de (les deux trèfles) et de (les deux enlacements), et -la comparaison de (les deux enlacements) et de (les deux noeuds boroméens colorés orientés).

Comparaison de (les deux trèfles) et de (les deux enlacements)

Ces deux couples ont quelquechose en commun. Dans chacun de ces couples, un élément est le symétrique de l'autre, et réciproquement. On peut dire "image-miroir" à la place de "symétrique".

Peut on renforçer ça en distinguant un trèfle gauche et un trèfle droite, un enlacement gauche et un enlacement droit?
On peut toujours, mais c'est un forçage. C'est un forçage parceque ça met en parallèle des couples hétérogènes.

Ces deux couples sont hétérogènes. Parce qu'ils appartiennent à des niveaux de noeud très différents. Et même, des niveaux de noeuds qui sont, dans un certain sens, exclusifs l'un de l'autre. Voir plus loin.

Comparaison de (les deux enlacements) et de (les deux noeuds boroméens colorés orientés)

Ces deux couples sont homogènes. Ce n'est pas évident. C'est montré dans le texte ci joint.

Il y a un niveau de noeud où ces deux couples ont une portée générale. Et de plus, ils sont semblables.
Ils ont l'homogénéité, la généralité, la similitude du pair et de l'impair.
(les deux enlacements) sont les deux états du pair.
(les deux noeuds boroméens colorés orientés) sont les deux états de l'impair.

Ceci n'empèche pas que ces deux couples sont indépendants. Jamais un choix dans l'un ne détermine un choix dans l'autre. Rien n'incite à les mettre en parallèle.

Comparaison des comparaisons

Dans la première comparaison, les deux couples sont hétérogènes, mais il est tentant de les mettre en parallèle.
Dans la deuxième comparaison, les deux couples sont homogènes, et il n'est pas question de les mettre en parallèle.

Noeuds, chainoeuds, chaines

Ce qui suit s'appuie sur la distinction:
- un noeud, c'est un noeud à un seul rond.
- un chainoeud, c'est un noeud à plusieurs ronds.

Un chainoeud tient à cause de l'auto-obstruction et de l'obstruction mutuelle. Un noeud tient à cause de l'auto-obstruction.

Il se trouve que Milnor a repéré un niveau de noeud où seule subsiste l'obstruction mutuelle. Ce niveau est constitué en négligeant l'auto-obstruction.

Il est alors naturel d'appeller l'objet repéré par Milnor: chaine.

Un chainoeud a une chaine sous-jacente.

Plusieurs chainoeuds peuvent avoir la même chaine sous-jacente. Ca veut dire qu'ils sont équivalents du point de vue de l'obstruction mutuelle, et que c'est l'auto-obstruction qui les rends différents.

En particulier de nombreux chainoeuds se dénouent au niveau chaine, ou encore se déchainent. Ca veut dire que du point de vue de l'obstruction mutuelle ils ne sont pas noués, et que c'est l'auto-obstruction qui les noue.

Le noeud boroméen ne se déchaine pas.

Le chainoeud obtenu comme cercle de ronds pliés se déchaine.

Milnor a obtenu un recensement et une caractérisation de toutes les chaines boroméennes. Il repère la mésologie, qui y est importante.

Milnor ne s'est pas intéressé à cette réussite, qui était pour lui un échec. Il cherchait à recenser et caractériser les chaines en général, et pas spécialement les chaines boroméennes.

Le texte ci joint repère un niveau de chainoeud, les entre-deux. L'entre-deux est une modalité de la corde.

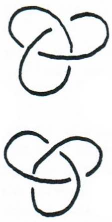
La corde a l'avantage et l'inconvénient de traduire en phénomènes de chainoeud des phénomènes de chaine.

C'est ce qui se passe dans le texte ci joint. Il n'y est question que de chainoeuds. Et pourtant, tout ce qui y est dit provient des chaines sous jacentes.

Le vrai niveau de (les deux enlacements) et de (les deux noeuds boroméens colorés orientés), c'est le niveau chaine.

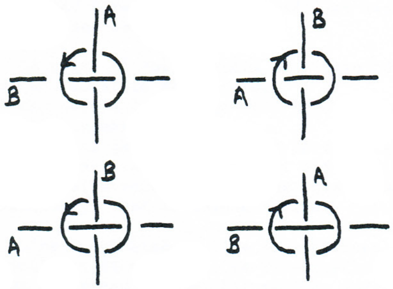
L'hétérogénéité de (les deux trèfles) et de (les deux enlacements) peut maintenant être dite. (les deux trèfles) sont du niveau noeud. (les deux enlacements) sont du niveau chaine. Par rapport aux chainoeuds, le niveau noeud et le niveau chaine sont exclusifs l'un de l'autre.

Ainsi:
- (les deux trèfles) sont au niveau noeud.
- (les deux enlacements) sont au niveau chaine.
- (les deux noeuds boroméens colorés orientés) sont au niveau chaine.
- (les deux trèfles) sont un couple (gauche,droite).
- (les deux enlacements) sont un couple (gauche,droite).
- (les deux enlacements) sont deux états du pair.
- (les deux noeuds boroméens colorés orientés) sont deux états de l'impair.

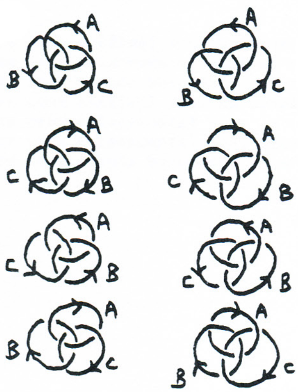


Les deux trèfles.
Ce sont des noeuds. Ils sont échangés par 2 automorphismes. Les présentations planes sont échangées par 4 automorphismes.

Les deux enlacements.
Ce sont des chaines orientées. Ils sont échangés par 4 automorphismes. Les présentations planes régulières sont échangées par 8 automorphismes.



Les deux chaines boroméennes de deux droites colorées et un cercle orienté.
Ce sont des chaines de deux droites colorées par A et B et de un cercle orienté. Ils sont echangés par 8 automorphismes. Les présentations planes sont échangées par 16 automorphismes.



Les deux chaines boroméennes de trois cercles colorés orientés.
Ce sont des chaines de trois cercles colorés par A et B et C et orientés.
Ils sont échangés par 96 automorphismes.
Les présentations planes régulières sont échangées par 48 automorphismes.

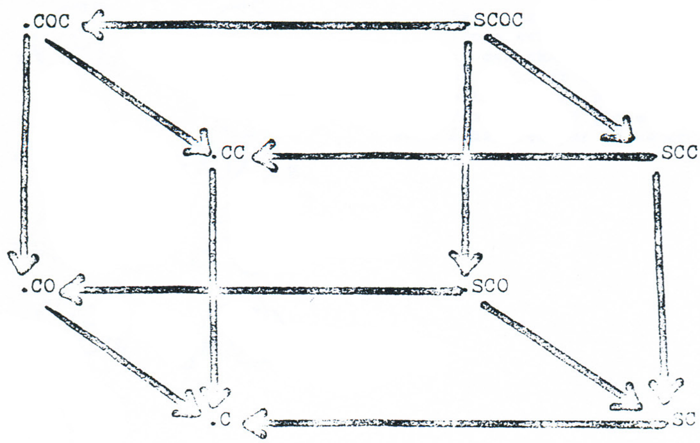
La présentation armilaire de la chaine boroméenne.
Recensements.

Le point de départ, c'est la présentation armilaire de la chaine boroméenne. A partir de là, il va être fait plusieurs recensements. Question: Est ce que les recensements de présentatic déterminent les recensements d'objet? Le sens de cette question apparaitra en cours de route.

La chaine boroméenne est une chaine."Chaine"est général, et"chaine boroméenne"est particulier.
La présentation armilaire de la chaine boroméenne est une présentation sphérique de chaine."Présentation sphérique de chaine est général, et "présentation armilaire de chaine boroméenne" est particulier.
Il va y avoir, pour commençer, une mise en place de la généralité. Il s'agit de la généralité de "chaine" et de "présentation sphérique de chaine". Et ensuite seulement il y aura retour à "chaine boroméenne" et "présentation armilaire de chaine boroméenne".
Ce détour par la généralité est il indispensable? Oui. Pourquoi? Ca sera dit plus loin, après la mise en place de la généralité.

Voici huit genres d'objet. Parmi eux, quatre sont des genres d'objet, et quatre sont des genre de présentation.
Voici les huit genres d'objet:
- chaine (C)
- présentation sphérique de chaine (SC)
- chaine orientée (CO)
- présentation sphérique de chaine orientée (SCO)
- chaine colorée (CC) par les trois couleurs A B C .
- présentation sphérique ce chaine colorée (SCC) par les trois couleurs A B C .
- chaîne orientée colorée (COC) par les trois couleurs A B C .
- présentation sphérique de chaine orientée colorée (SCOC) par les trois couleurs A B C .

Voici comment sont reliés ces huit genres d'objet:



Dans le schéma précédent, les flèches sont des flèches de "désignation" ou des flèches de "sous jacence".

La flèche qui va de SC à C est une flèche de désignation. Ca veut dire que: une SC désigne une C . C'est à dire que: une présentation sphérique de chaine désigne une chaine.

La flèche qui va de CO à C est une flèche de sous jacence. Ca veut dire que: une CO a une C sous jacente. C'est à dire que: une chaine colorée a une chaine sous jacente.

Comment se fait il que la "désignation" et la "sous jacence" soient schématisées de la même façon? La désignation est une relation entre un genre de présentation et un genre d'objet. La sous jacence est une relation entre deux genres d'objet. La réponse c'est: un genre de présentation, c'est un genre d'objet. La relation de présentation à objet est une relation d'objet à objet.

Alors pourquoi distinguer des genres de présentation et des genres d'objet? Du point de vue du présent texte, c'est à dire du point de vue des recensements, c'est inutile. La distinction des genres dè présentation et des genres d'objet est étrangère au présent texte.

Pour chacun de ces huit genres d'objet, il y a un groupe d'automorphismes. Voici une indication de ces groupes d'automorphis par - le nombre d'automorphismes, - l'indication de certains automorphismes.

- C : 2 automorphismes dont la symétrie.
- SC : 4 automorphismes dont la symétrie, le retournement.
- CO : 4 automorphismes dont la symétrie, l'inversion-de-fil
- SCO : 8 automorphismes dont la symétrie, l'inversion-de-fil, et le retournement.
- CC : 12 automorphismes dont la symétrie, les permutations circulaires des trois couleurs, les permutations qui échangent deux couleurs et ne déplacent pas la troisième couleur.
- SCC : 24 automorphismes dont la symétrie, les permutations circulaires, ..., et le retournemant.
- COC : 96 automorphismes dont la symétrie, l'inversion-de-fil, l'inversion du cercle de couleur A , l'inversion du cercle de couleur B , l'inversion du cercle de couleur C , les permutations circulaires.
- SCOC : 192 automorphismes dont la symétrie, l'inversion-de-fil, l'inversion du cercle de couleur A, ..., les permutations circulaires, et le retournement.

Ainsi a été faite la mise en place de la généralité: huit genres d'objet, et pour chacun son groupe d'automorphismes.

Cette généralité était elle indispensable? Oui, pour deux raisor
- dès qu'il y a deux genres d'objet, il devient indispensable d'expliciter les genres d'objet. On peut laisser le genre d'objet à l'état implicite, quand il n'y a pas plus d'un genre d'ob Ici, il y a huit genres d'objet. Il est indispensable d'expliciter les genres d'objet et leurs relations.
- un recensement, ce n'est ni général ni particulier, ou encore c'est à la fois général et particulier. Un recensement, c'est s'assurer des effets de transformations générales sur un objet particulier. Ces transformations générales, ce sont les automorphis Les automorphismes appartiennent au genre d'objet, les automorphis appartiennent à la généralité. L'effet de ces transformations générales sur un objet particulier, c'est par exemple des invarianc Les invariances ~~appartiennent à un objet~~ sont les invariances d'un objet, les invariances sont particulières.

La généralité a été mise en place. C'était: chaine, présentatic sphérique de chaine, huit genres d'objet, leurs huit groupes d'automorphismes, les relations de désignation et sous jacence.
Voici maintenant le particulier:
non pas n'importe quelle chaine, mais la chaine boroméenne.
non pas n'importe quelle présentation sphérique de la chaine borom mais la présentation armilaire de la chaine boroméenne.

Difficulté: Cette façon de parler suppose que certains recensem ont déjà été faits:
- il y a une ' et une seule chaine boroméenne.
- il y a une et une seule présentation armilaire de la chaine boroméenne.

Quelle est cette difficulté? Un problème de recensement dépend d'une particularité. Pour énonçer le problème de recensement, il faut désigner cette particularité. Or cette particularité ne se désigne bien qu'une fois le problème de recensement résolu, une fois le recensement fait.

Plus généralement, pas moyen de faire un recensement sans s'appuyer sur un autre recensement.

Dans le cas présent, je n'essayerai pas de contourner cette difficulté. Les deux recensements précédents seront considérés à la fois comme vrais et comme injustifiables. Ou encore, les deux recensements précédents seront considérés à la fois comme vrais et comme évidents.

Il s'agit des deux recensements:
- il y a une et une seule chaine boroméenne.
- il y a une et une seule présentation armilaire de la chaine boroméenne.

Recensement de présentations

Il s'agit des genres d'objet SC,SCO,SCC,SCOC.
Combien y a t il de présentations armilaires de la chaine boroméen Combien y a t il de présentations armilaires (SCO) de chaines boroméennes (CO)? Combien y a t il de présentations armilaires (SC de chaines boroméennes (CC) ? Combien y a t il de présentations armilaires (SCOC) de chaines boroméennes (COC) ?

Pour des recensements deprésentation, on peut être moins exigeant que pour des recensements d'objet. On peut se contenter de l'affirmation du résultat comme évidente par simple examen. Pour des recensements d'objet, on peut être plus exigeant.

RECENSEMENTS:
- Il y a une et une seule présentation armilaire de la chaine boroméenne.
Elle est invariante par symétrie et par retournement.
- Il y a deux présentations armilaires orientées de chaines boroméennes orientées.
Elles sont invariantes par symétrie, elles sont invariantes par (retournement suivi de inversion-de-fil).
Elles s'échangent par inversion-de-fil, elles s'échangent par retournement.
- Il y a deux présentations armilaires colorées de chaines boroméennes colorées.
Elles sont invariantes par symétrie, elles sont invariantes par permutation circulaire des couleurs, elles sont invarientes par (retournement suivi d'une permutation échangeant deux couleurs et ne déplaçant pas la troisième couleur).
Elles s'échangent par retournement.
- Il y a quatre présentations armilaires colorées orientées de chaines boroméennes colorées orientées.

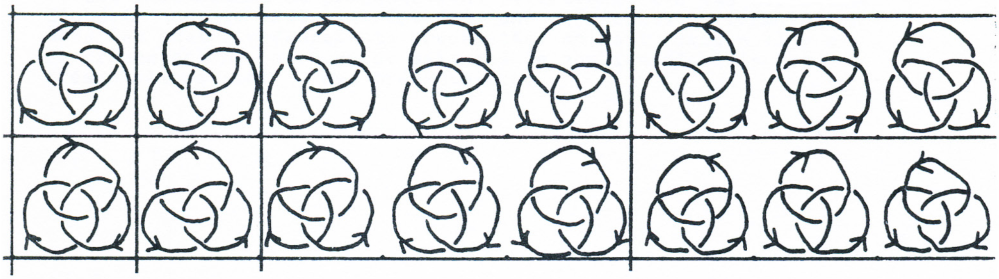
C'était quatre recensements. Pour le quatrième les invariances et les échanges n'ont pas été donnés, parceque c'est compliqué.

Les recensement de présentations déterminent ils les recensemen d'objet? non. Ca apparait même dans une difficulté de formulation dans les quatre recensements précédents: on sait combien il y a de présentations, mais on ne sait pas de combien d'objets ces présentations sont des présentations.

Le noeud boroméen orienté

Le problème

Voici 16 figures, qui sont 16 noeuds boroméééens orientés aplatis.



Pourquoi s'intéresser à ces 16 figures? Ce n'est pas justifié ici.

Le problème, c'est: "Ces 16 noeuds orientés aplatis définissent combien de noeuds orientés?"
La solution, c'est: "Ces 16 noeuds orientés aplatis définissent un seul noeud orienté".
La démonstration, c'est d'avoir assez de transformations pour assurer le passage de n'importe lequel parmi les 16 à n'importe quel autre.
Les transformations en question doivent changer le noeud orienté aplati, et ne pas changer le noeud orienté.

Caractérisation des 16 figures:
Ces 16 figures sont 8. Certaines figures sont dessinées trois fois, trois fois qui ne diffèrent que par le haut et le bas du papier. Les figures dessinées trois fois sont celles où tous les ronds n'ont pas le même sens.
Chaque figure est levo ou dextro, selon que la zone centrale est levo ou dextro.
C'est la GIRATION.
Chaque rond est orienté dans le plan, ou bien dans le sens positif ou bien dans le sens négatif. C'est le SENS DU ROND.
La giration et les trois sens des trois ronds, sont des caractéristiques suffisantes pour distinguer et caractériser ces 8 figures, ces 8 noeuds boroméens orientés aplatis.

Quelles transformations?

- Il y a le retournement du plan, qui inverse le sens des ronds, et qui conserve la giration.
- Il y a le retournement de rond, qui conserve le sens de deux ronds, inverse le sens d'un rond, et qui inverse la giration.

Ces transformations là suffisent, suffisent à assurer le passage de n'importe lequel parmi les 16 à n'importe quel autre.

Je vais donner plus de transformations, soit au total:

- Il y a le retournement du plan, qui inverse le sens des ronds, et qui conserve la giration.
- Il y a l'échange interne-externe, qui inverse le sens des ronds, et qui inverse la giration.
- Il y a le retournement de bande, qui conserve le sens des ronds, et qui inverse la giration.
- Il y a le retournement de rond, qui conserve le sens de deux ronds, inverse le sens d'un rond, et inverse la giration.

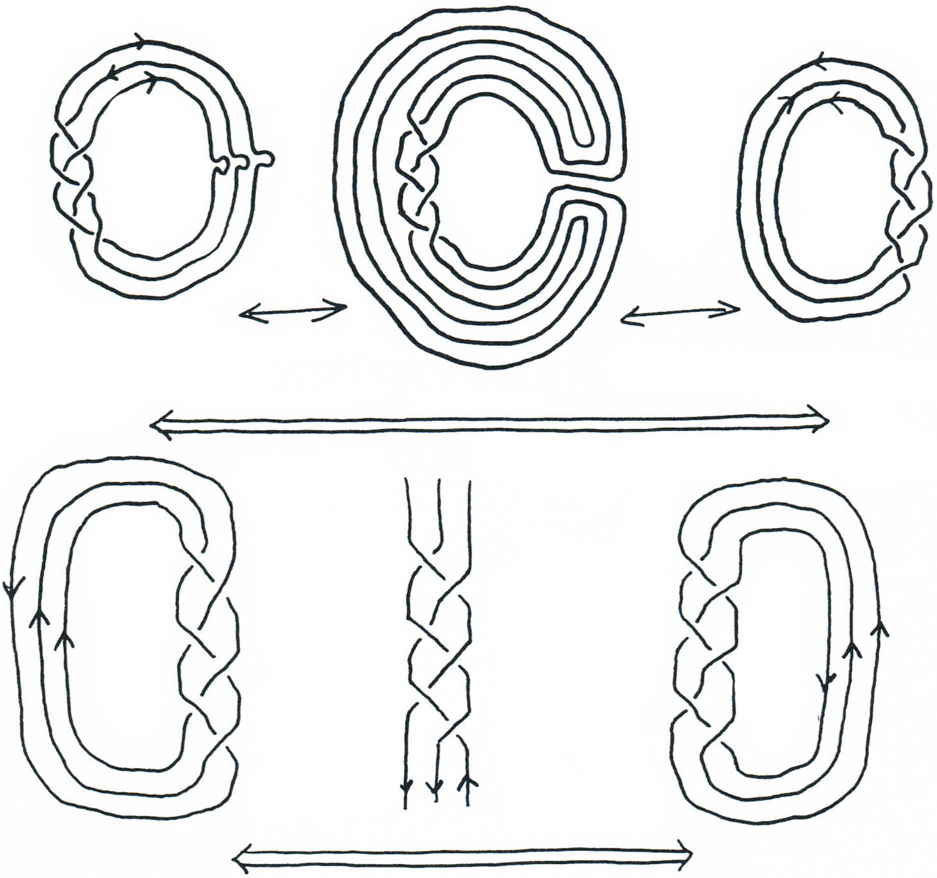
Le retournement de bande sera défini de deux façons différentes.

Défininition des transformations. Trois transformations d'écheveau aplati, le retournement du plan, l'échange interne-externe, le retournement de bande.

Ce sont des transformations qui sont possibles pour n'importe quel écheveau aplati. La définition de la transformation est générale. Les effets de la transformation sont donnés pour le cas présent, le cas des noeuds boroméens orientés aplatis.

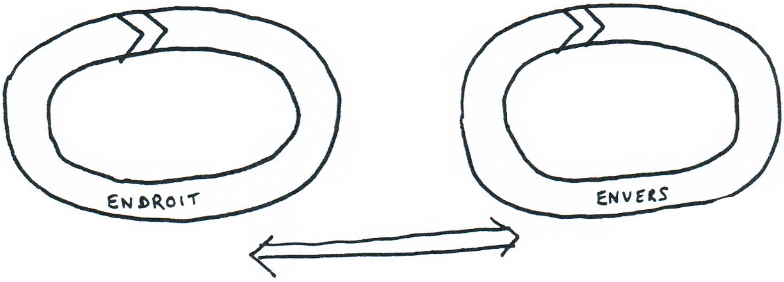
- Il y a le retournement du plan. Ca inverse le sens des ronds et ça conserve la giration.

- Il y a l'échange interne-externe. C'est le même échange que l'échange des deux raboutages d'une tresse.



Ca inverse le sens des ronds et ça inverse la giration.

- Il y a le retournement de bande. Ca consiste, l'écheveau étant porté par une bande, à échanger les deux faces de la bande, sans déplacer le rond porteur de la bande.



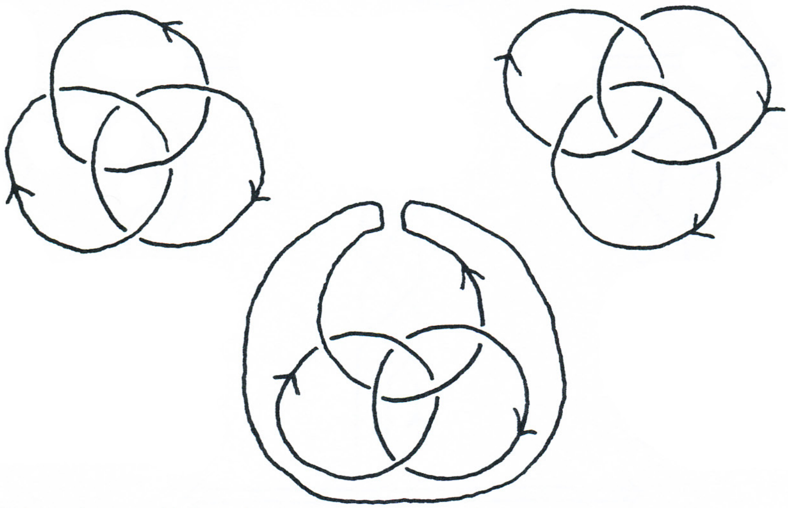
Ca conserve le sens des ronds, et ça inverse la giration.

<u>Définition des transformations. Une façon spéciale d'assurer le retournement de bande dans le cas du noeud boroméen aplati.</u>

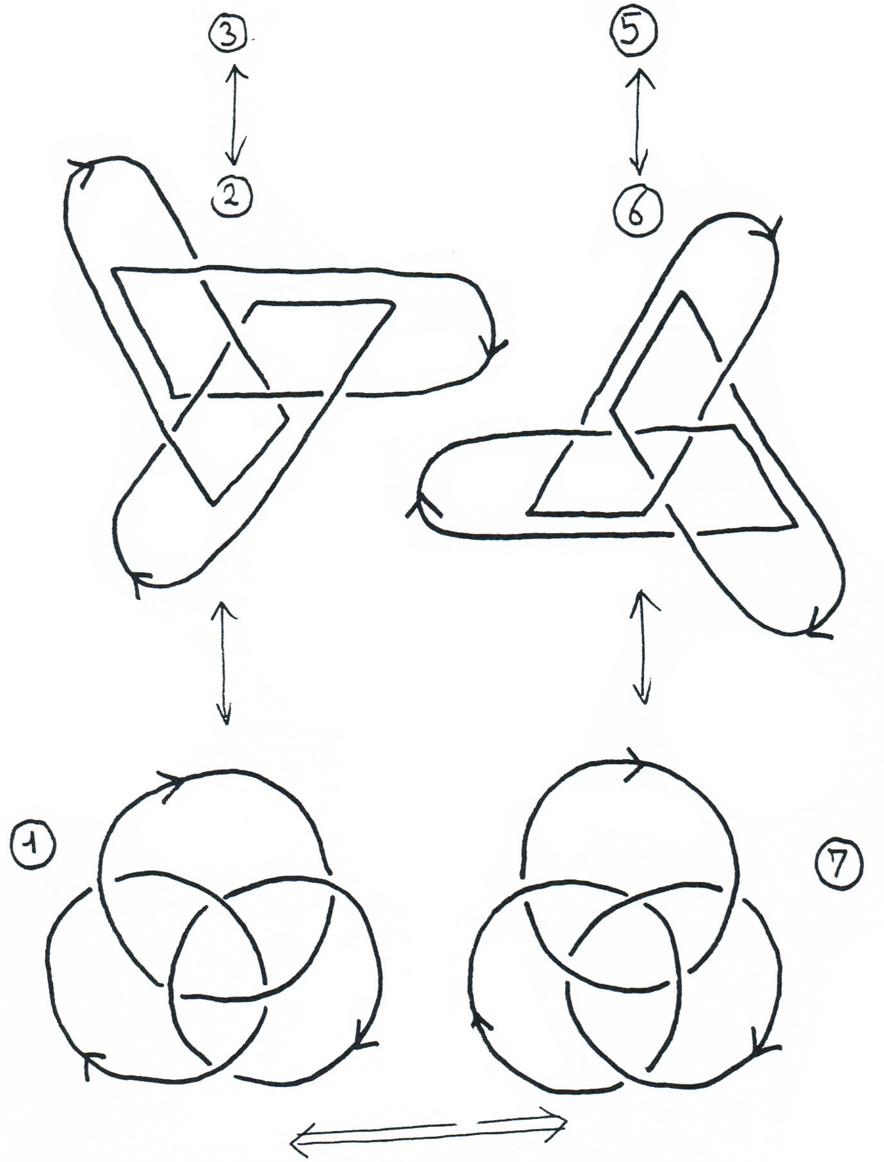
Le passage de 1 à 7 en passant par 2 3 4 5 6 , est équivalent au retournement de bande. Ca conserve le sens des ronds, et ça inverse la giration.

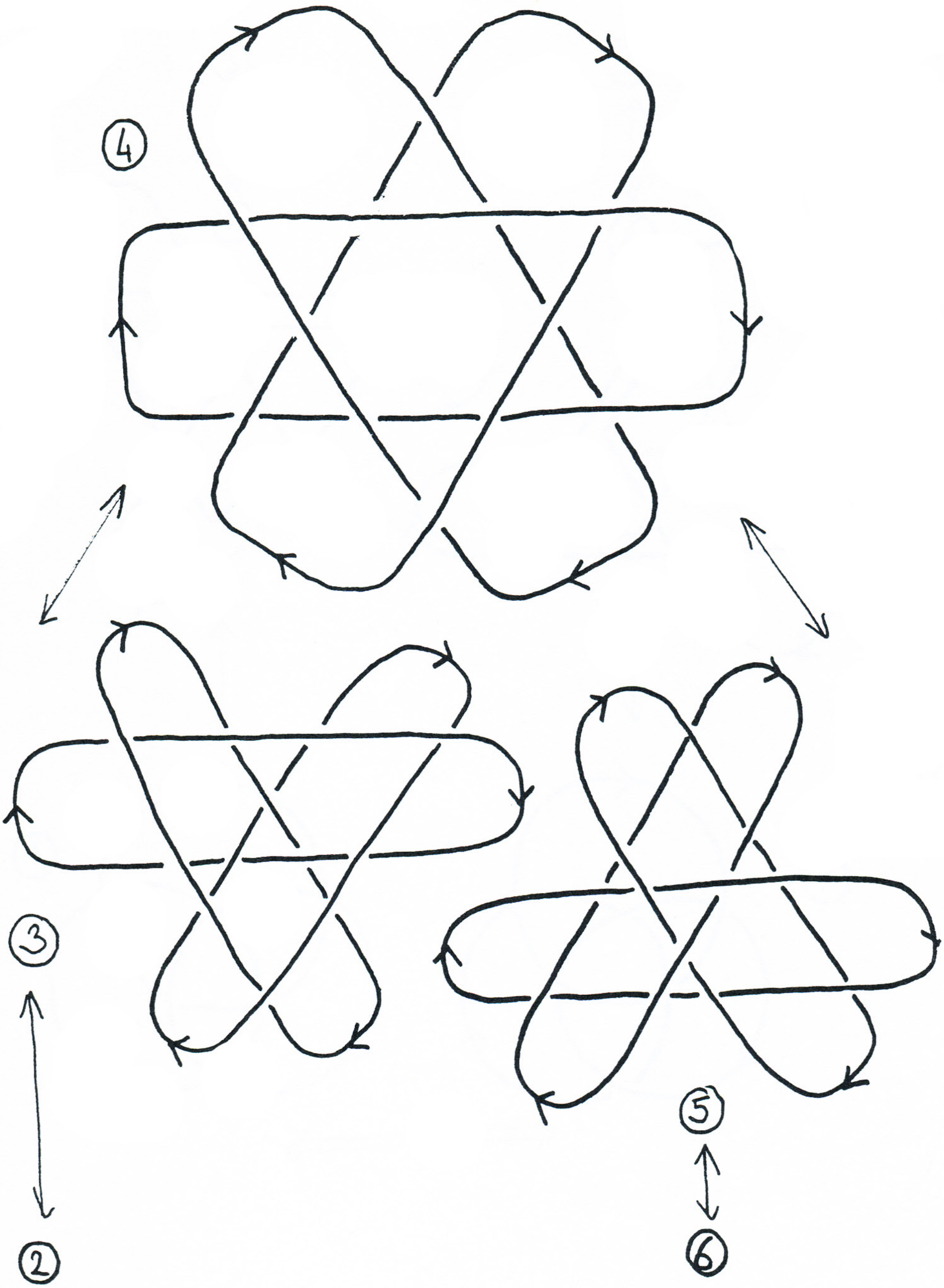
Voir à la fin, les deux pages de dessins numérotés de 1 à 7.

<u>Définition des transformations. Le retournement de rond</u>



Ca inverse le sens d'un rond, ça conserve le sens de deux ronds, et ça inverse la giration.


3
2
5
6
1
7


4
3
2
5
6

Huit recensements

- Il y a 1 chaine à trois.
- Il y a 1 chaine colorée à trois.
- Il y a 1 chaine orientée à trois.
- Il y a 2 chaines colorées orientées à trois.

- Il y a 1 chaine à quatre.
- Il y a 3 chaines colorées à quatre.
- Il y a 1 chaine orientée à quatre.
- Il y a 6 chaines colorées orientées à quatre.

Il est possible de justifier les huit recensements

Point de départ: Il y a la chaine à trois.

- Il y a une seule façon de colorer la chaine à trois.
- Il y a une seule façon d'orienter la chaine à trois.
- Il y a au plus deux façons de colorer et orienter la chaine à trois.

Ce qui précède peut se montrer.Il s'agit de montrer des possibilités.
C'est affaire de familiarité.
Ce qui suit ne peut que se démontrer. Il s'agit de démontrer une impossibilité.
Il est possible de le démontrer, en s'appuyant sur les conclusions de
Milnor concernant les "chaines-à-l'homotopie-près boroméennes".

- Il y a au moins deux façons de colorer et orienter la chaine à trois.

Ainsi il est possible de justifier les quatre recensements concernant
la chaine à trois.

Point de départ: Il y a la chaine à quatre.

- Il y a au plus trois façons de colorer la chaine à quatre.
- Il y a une seule façon d'orienter la chaine à quatre.
- Il y a au plus six façons de colorer et orienter la chaine à quatre.

Ce qui précède peut se montrer. Il s'agit de montrer des possibilités.
C'est affaire de familiarité.
Ce qui suit ne peut que se démontrer. Il s'agit de démontrer des impossibilités.
Il est possible de le démontrer, en s'appuyant sur la description par
Milnor des "chaines-à-l'homotopie-près boroméennes".

- Il y a au moins trois façons de colorer la chaine à quatre.
- Il y a au moins six façons de colorer et orienter la chaine à quatre.

Ainsi, il est possible de justifier les quatre recensements concernant
la chaine à quatre.

Les deux chaines colorées orientées à trois

Elles s'échangent par inversion-de-fil, c'est à dire par inversion du sens de tous les ronds. Elles s'échangent par inversion du sens d'un rond. Elles s'échangent par permutation de deux couleurs.

Chacune est conservée par image-miroir. Chacune est conservée par permutation circulaire sur les couleurs. Chacune est conservée par inversion paire, c'est à dire par inversion du sens d'un nombre pair de ronds.

Les trois chaines colorées à quatre

Chacune est conservée par image-miroir. Chacune est conservée par permutation des couleurs de deux ronds compagnons. Chacune est conservée par une permutation des couleurs qui échange les deux couples de compagnons.

Soit une chaine colorée à quatre. Il y a deux façons de l'orienter.

Les deux chaines colorées orientées à quatre, ayant une même chaine colorée sous-jacente

Elles s'échangent par image-miroir. Elles s'échangent par permutation des couleurs de deux ronds compagnons. Elles s'échangent par inversion du sens d'un rond.

Chacune est conservée par inversion-de-fil, c'est à dire par inversion du sens de tous les ronds. Chacune est conservée par inversion paire, c'est à dire par inversion du sens d'un nombre pair de ronds.

Difficultés dans les recensements

Un recensement ne devient certain que quand il s'appuie sur d'autres recen--sements. Ce qui fait que un recensement isolé, même justifié, reste incertain.

Dans les huit recensements faits précédement, il s'agissait de "suivre un objet à travers plusieurs genres d'objet". Un tel recensement gagne à s'appuyer sur une autre sorte de recensement, dépendant d'un seul genre d'objet:
- le recensement des automorphismes d'un genre d'objet.
- le recensement des invariances d'un objet.
- le recensement des objets automorphes d'un objet.

Par exemple, le recensement "il y a 2 façons de colorer et orienter la chaine à trois" gagne à s'appuyer sur la définition d'un certain genre d'objet, et sur un certain recensement de 96 automorphismes, et sur le recensement des 48 invariances d'une chaine colorée orientée à trois.

Les chaines ne sont connues que par l'intermédiaire de leurs présentations. Il peut y avoir "plusieurs présentations d'un même objet", ce qui fait que "plusieurs présentations de plusieurs objets" est un problème, c'est le problème de differenciation. Le "plusieurs objets" est toujours soumis à l'indétermination de "plusieurs présentations de plusieurs objets".

Les transformés ne sont connus que par l'intermédiaire des transformations. Il peut y avoir "un transformé par plusieurs transformations", ce qui fait que "plusieurs transformés par plusieurs transformations" est un problème.
Le "plusieurs transformés" est toujours soumis à l'indétermination de "plusieurs transformés par plusieurs transformations".

L'indétermination de "plusieurs transformés par plusieurs transformations" communique avec l'indétermination de "plusieurs présentations de plusieurs objets".

Il faut distinguer:
- plusieurs exemplaires d'un même objet
- plusieurs présentations d'un même objet
- plusieurs automorphes d'un même objet
- plusieurs transformés d'un même objet
- plusieurs présentations de plusieurs objets
- plusieurs automorphes par plusieurs automorphismes
- plusieurs transformés par plusieurs transformations.

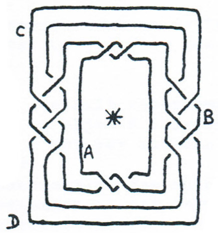
Pour justifier "il y en a Z", il faut justifier "il y en a au plus Z" et "il y en a au moins Z". Et ces deux justifications sont très différentes.

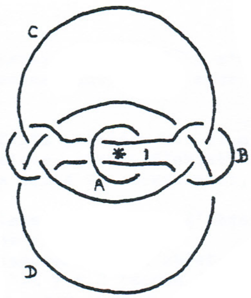
"il y en a au plus Z", il s'agit de montrer des possibilités.

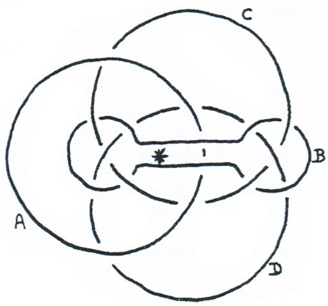
"il y en a au moins Z", il s'agit de démontrer des impossibilités.

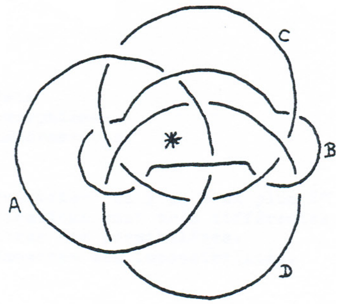
Ca se simplifie si Z=1.

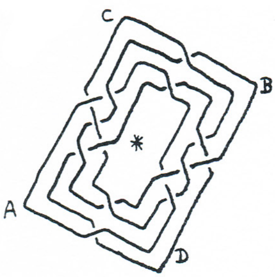
PRESENTATIONS DE LA CHAINE A QUATRE

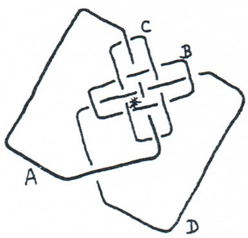


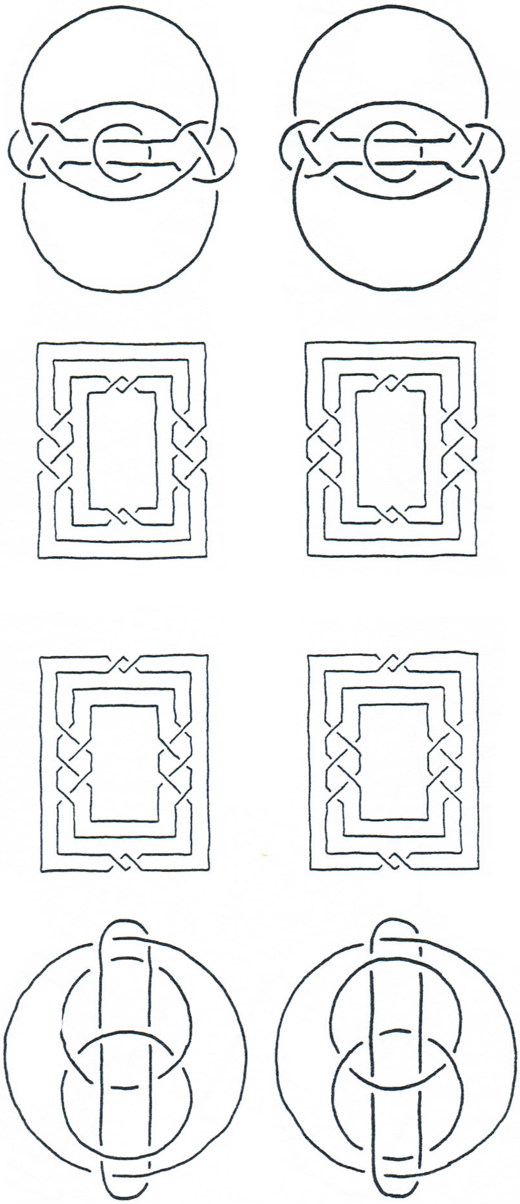


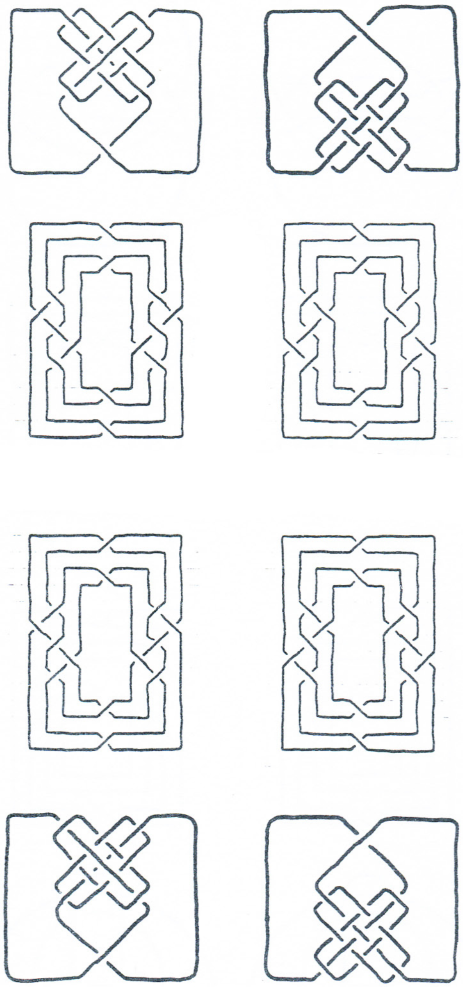


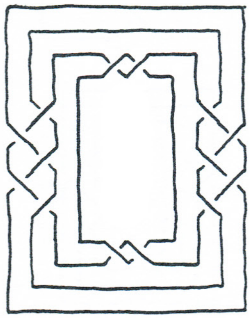


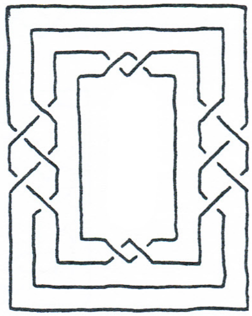


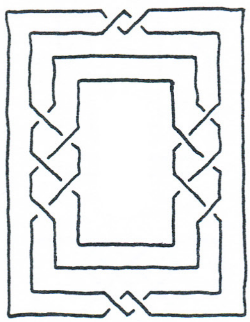


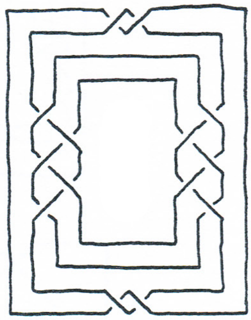


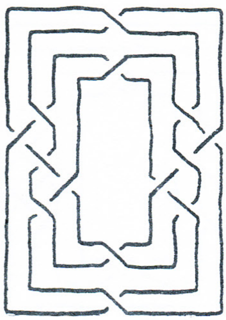


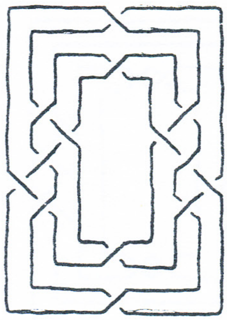


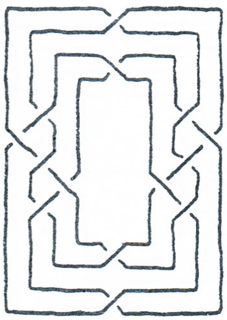


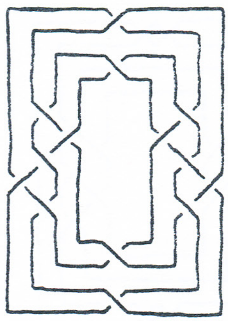


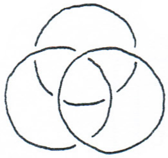




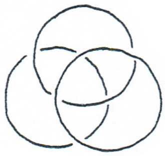






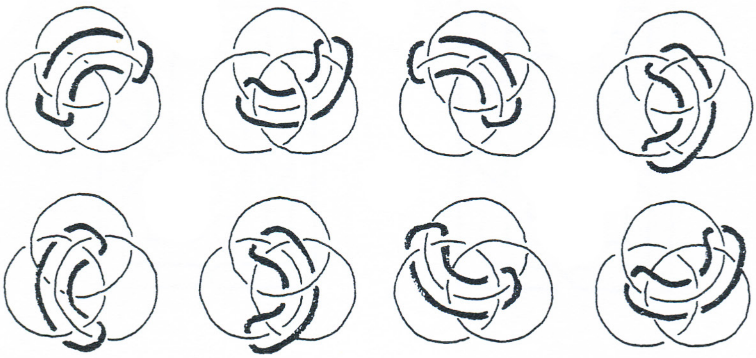


M



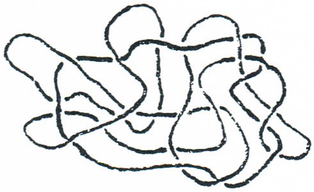
N

A B C D

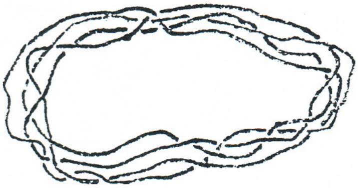


E F G H

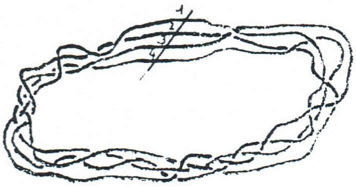
DES CHAINES AUX TRESSES EN PASSANT PAR LES ECHEVEAUX



nœud
ici 2 ronds

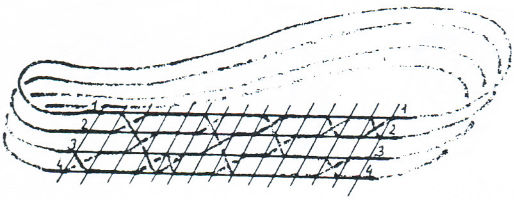


ceinture
ici 4 brins

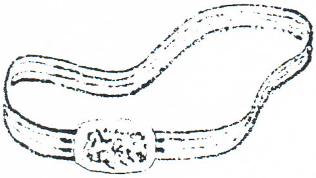


**ceinture
avec pinçement**

ceinture plate
avec deux bouts ordonnés
et
segment de ceinture
avec deux bouts ordonnés



ceinture plate
avec tresse



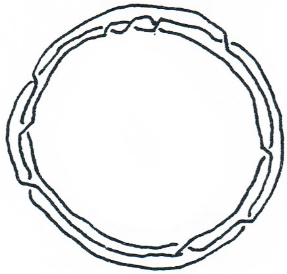
formule
CAB'CCAB'CA'BA'C'A'

ceinture plate
avec ecusson tressé
et
le mot qui est la
formule de la tresse

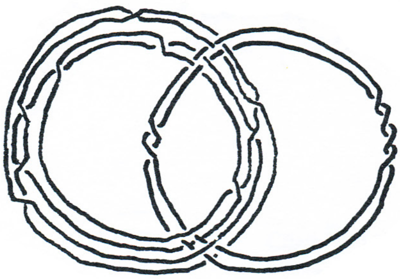
texte 20

CASSE TETE DE LA MISE EN ECHEVEAU A 1,2,3 COULEURS

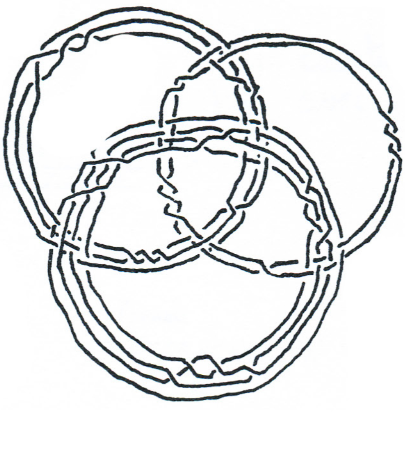
1



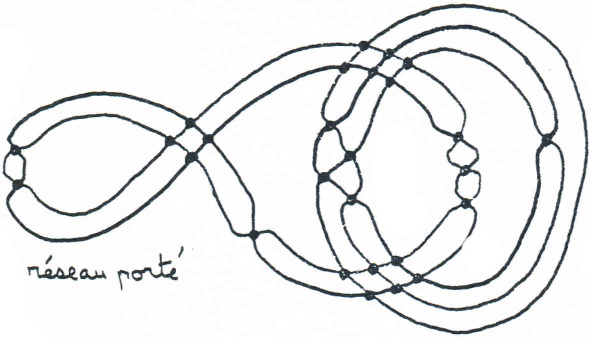
2



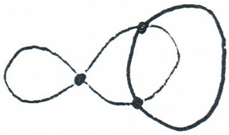
3



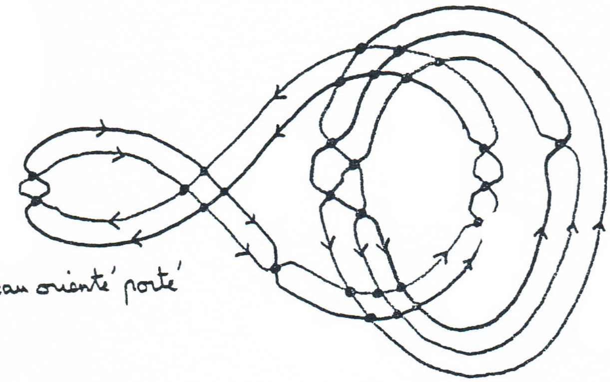
RESEAUX PORTEURS ET RESEAUX PORTES



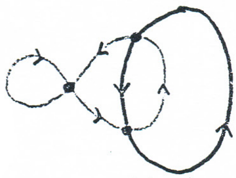
réseau porté



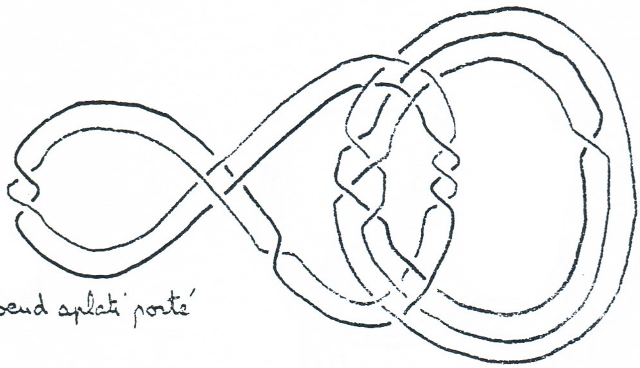
réseau porteur



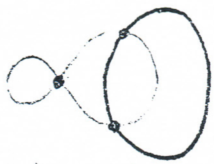
réseau orienté porté



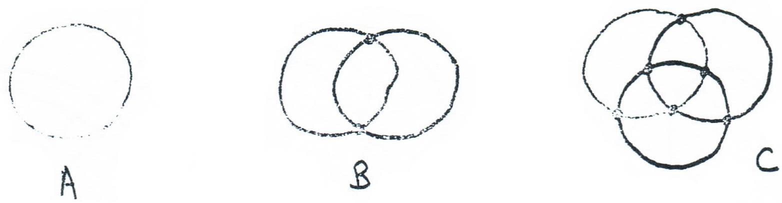
réseau orienté porteur



noeud aplati porté



réseau porteur



Propriétés de portage mutuel de A B et C

x B peut se faire porter par A.

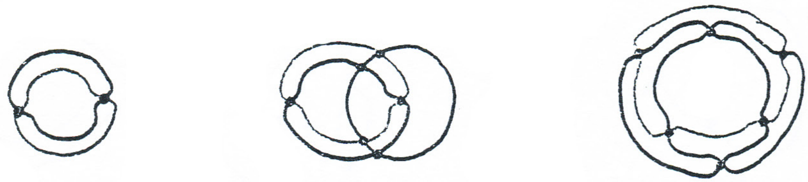
x C peut se faire porter par B de trois façons, correspondant aux trois façons de regrouper 3 en 2+1.

x C peut se faire porter par A.

x les quatre B orientés peuvent se faire porter par A orienté.

x les huit C orientés peuvent se faire porter par B orienté, chacun de trois façons correspondant aux trois façons de regrouper 3 en 2+1.

x les huit C orientés peuvent se faire porter par A orienté.



Il existe
ou un réseau D à quatre circuits analogue
il n'existe pas

---

un réseau D à quatre circuits
tel que :

x D peut se faire porter par C de six façons , correspondant aux six façons de regrouper 4 en 2+1+1 .

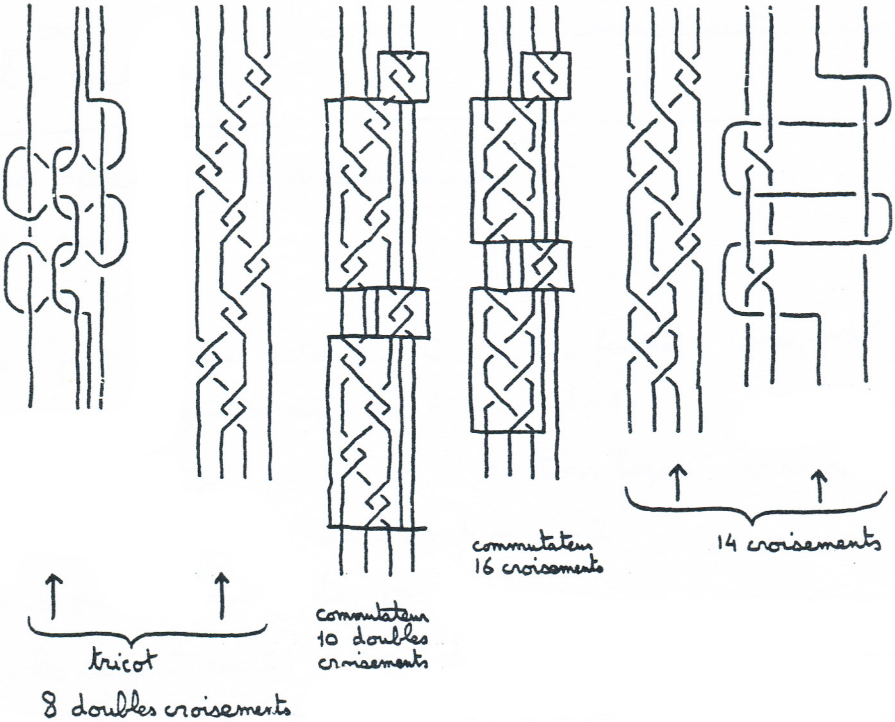
x D peut se faire porter par B de trois façons , correspondant aux trois façons de regrouper 4 en 2+2 .

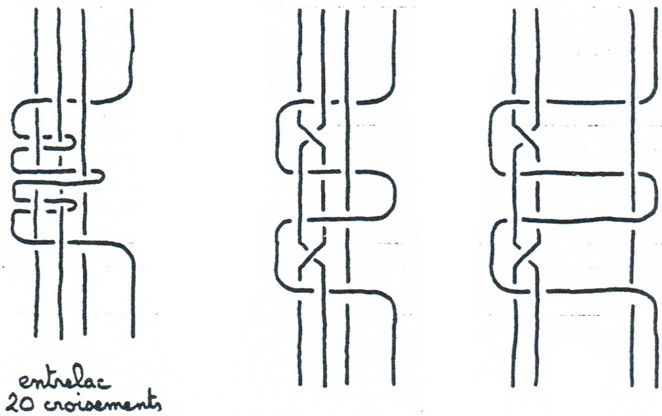
x D peut se faire porter par A .

x les seize D orientés peuvent se faire porter par C orienté, chacun de six façons correspondant aux six façons de regrouper 4 en 2+1+1 .

x les seize D orientés peuvent se faire porter par B orienté, chacun de trois façons correspondant aux trois façons de regrouper 4 en 2+2 .

x les seize D orientés peuvent se faire porter par A orienté .


commutateur
16 croisements
14 croisements
commutateur
10 doubles
croisements
tricot
8 doubles croisements

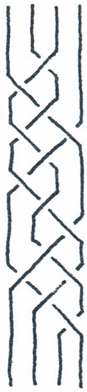

entrelac
20 croisements

2 brins
2 croisements

rapport :
1

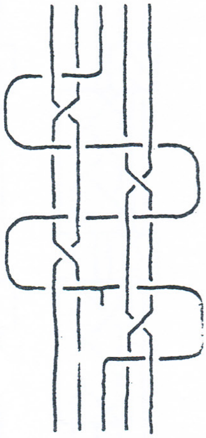
3 brins
6 croisements

rapport :
1/2



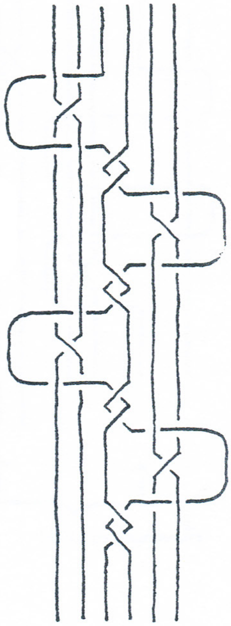
4 brins
14 croisements

rapport :
2/7



5 brins
20 croisements

rapport :
1/4



6 brins
28 croisements

rapport :
3/14

n brins
$n \geqslant 5$
$8n - 20$ croisements

rapport :
$n / 8n - 20$

40 brins
300 croisements

rapport :
2/15

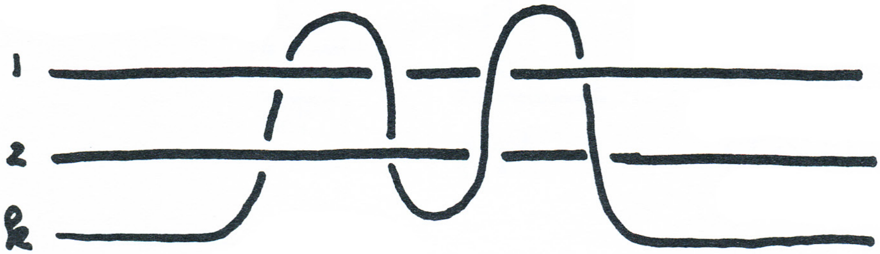
$n \longrightarrow \infty$
nombre de croisements $\longrightarrow \infty$

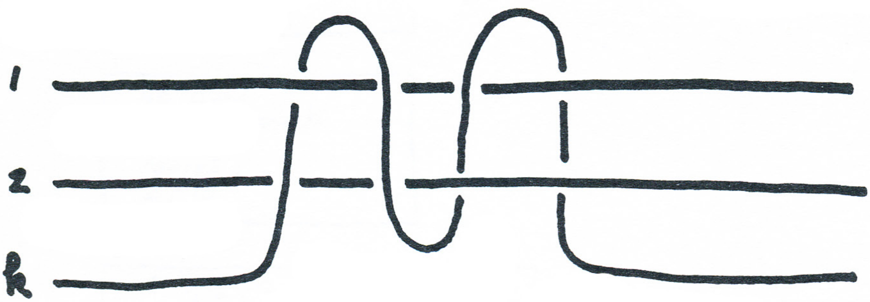
rapport $\longrightarrow$ 1/8

Entrelacs de k

la corde à trois ronds

(1, k) = A
ou
(k, 2) = A



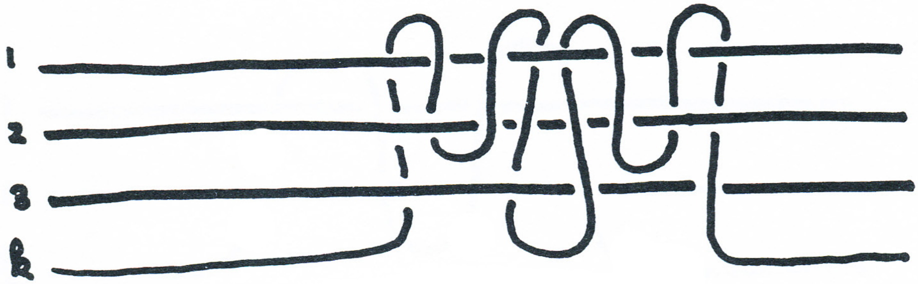


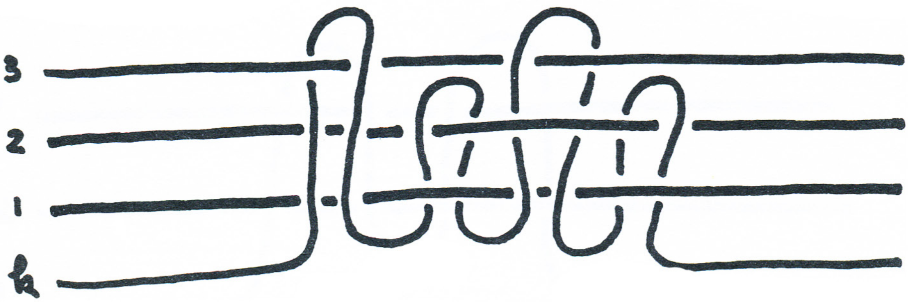
8 croisements

Entrelacs de k

la corde à quatre ronds

(1, 2) = A
(k, 3) = A

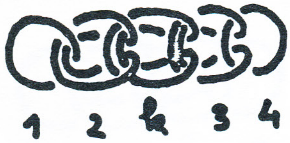




20 croisements

Entrelacs de k

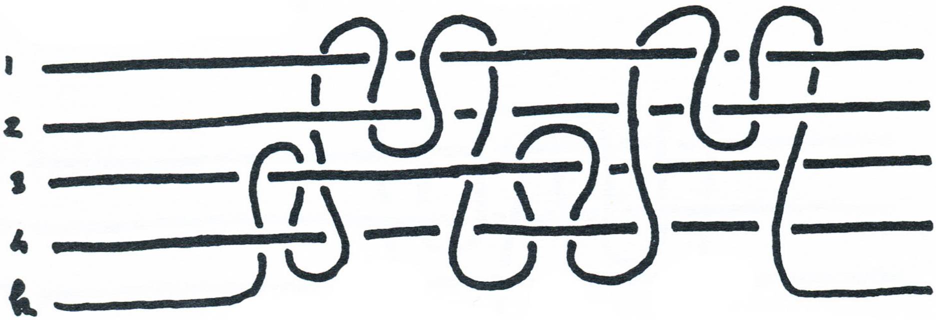
la corde à cinq ronds



(1,2) = A

(3,4) = A

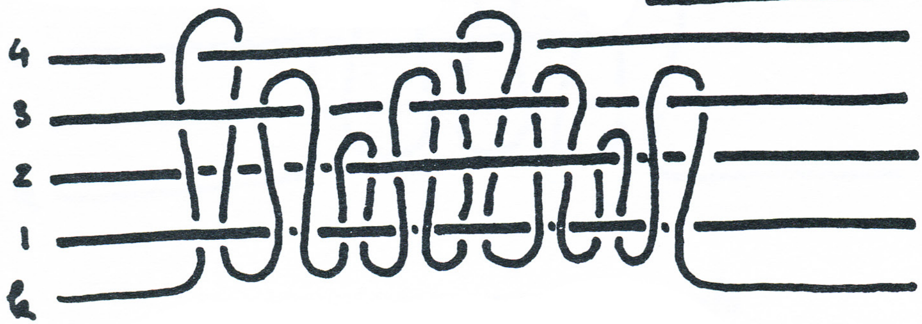
32 croisements



(1,2) = A

(k,4) = A

48 croisements



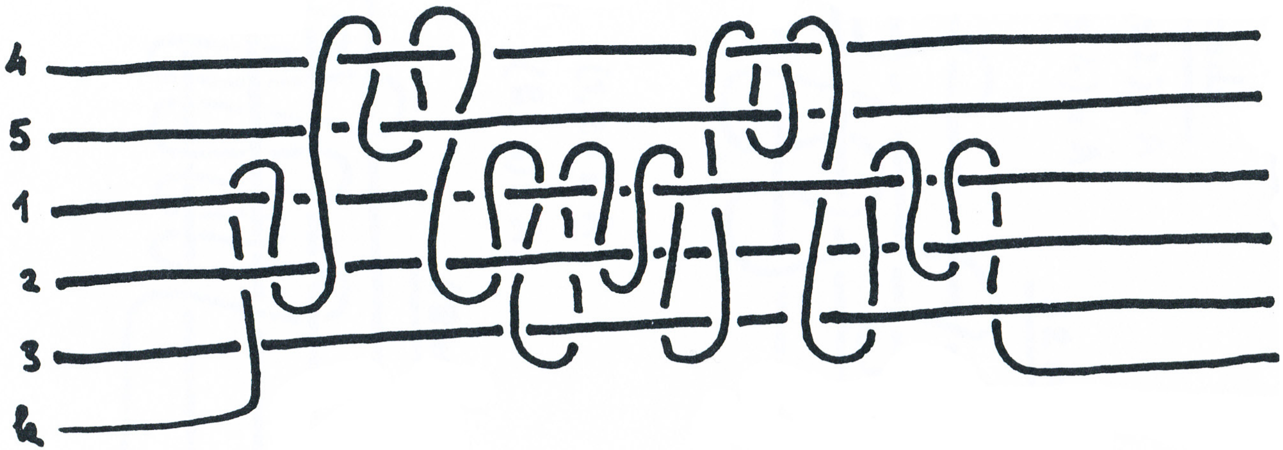
Entrelacs de la

la corde à six ronds

(1,2) = A

(4,5) = A

56 croisements



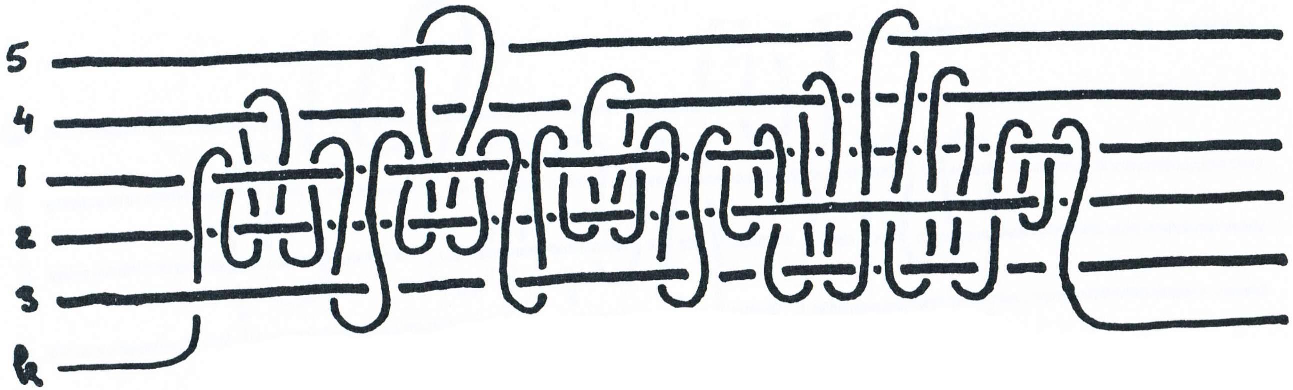
Entrelacs de k

<u>la corde à six ronds</u>

(1,2) = A

(k,5) = A

<u>96 croisements</u>

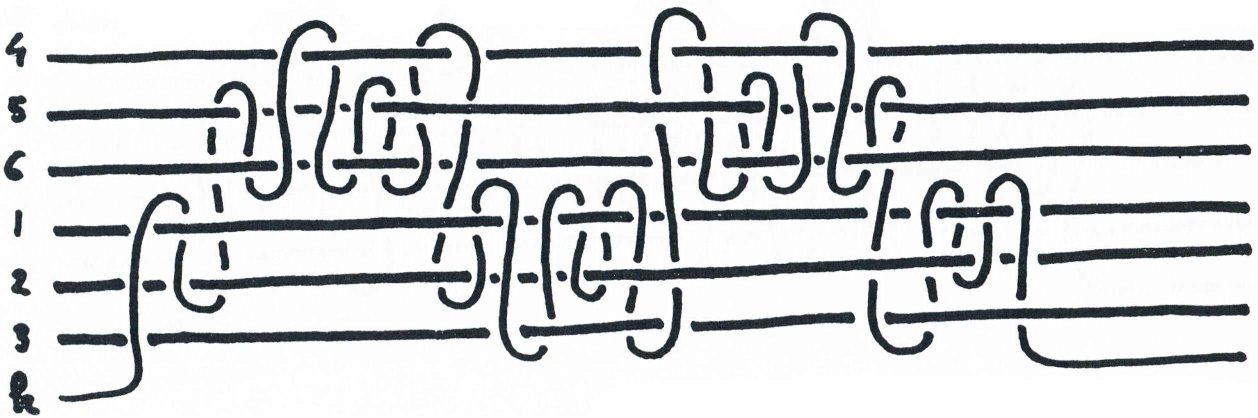


Entrelacs de k

la corde à sept ronds

(1,2) = A
(5,6) = A

80 croisements



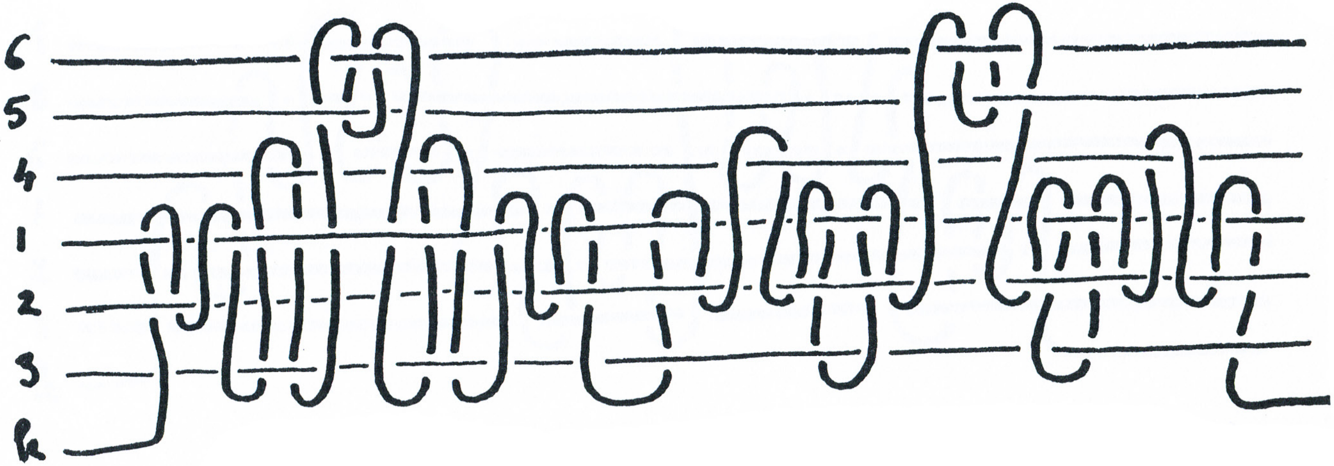
Entrelacs de R

la corde à sept ronds

(1,2) = A

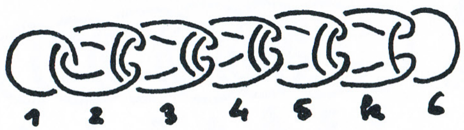
(5,6) = A

108 croisements



Entrelacs de k

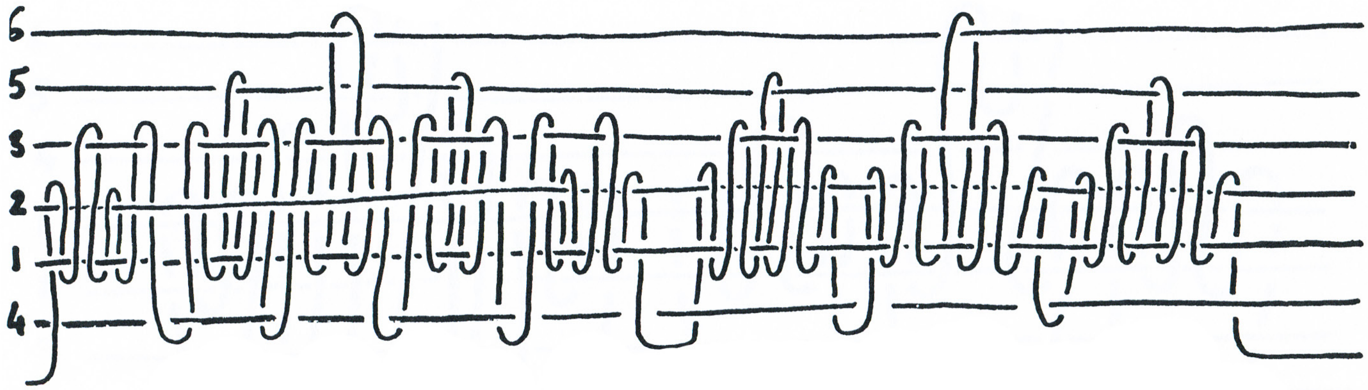
la corde à sept ronds



(k, 6) = A

(1, 2) = A

204 croisements



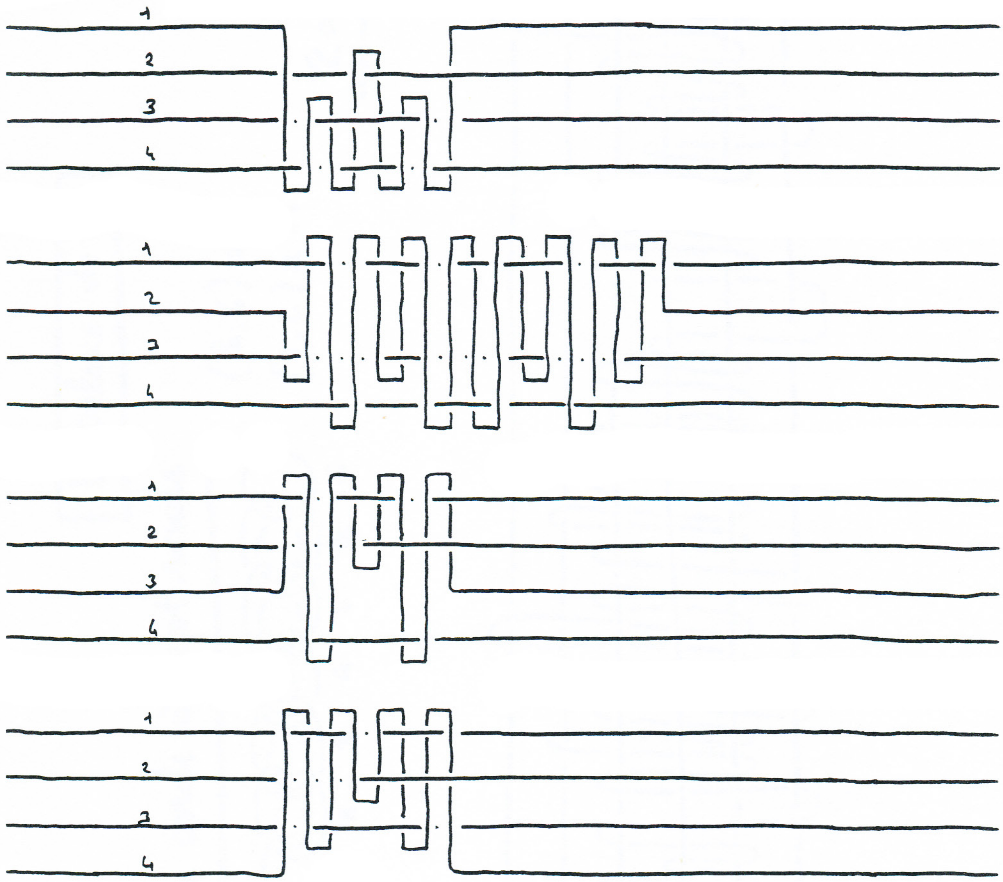
Les 4 présentations en entrelac d'une tresse borroméenne à 4 brins

$$T = [[\sigma'_{14}, \sigma'_{13}], \sigma'_{12}]$$

$$T = [[\sigma'_{23}, \sigma_{12}\sigma'_{24}\sigma'_{12}], \sigma'_{12}]$$

$$T = \sigma_{13}[\sigma_{34}, [\sigma'_{13}, \sigma_{23}]]\sigma'_{13}$$

$$T = \sigma'_{14}[\sigma_{34}, [\sigma_{14}, \sigma_{24}]]\sigma_{14}$$

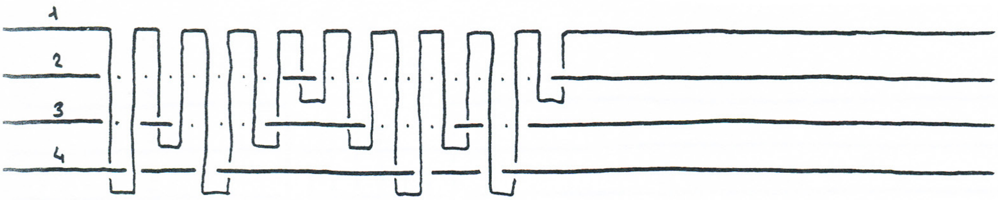


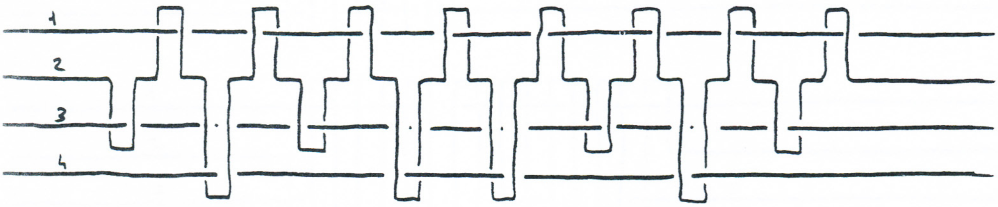
$T = \sigma'_{14}\ \sigma'_{13}\ \sigma_{14}\ \sigma_{13}\ \sigma'_{12}\ \sigma'_{13}\ \sigma'_{14}\ \sigma_{13}\ \sigma_{14}\ \sigma_{12}$

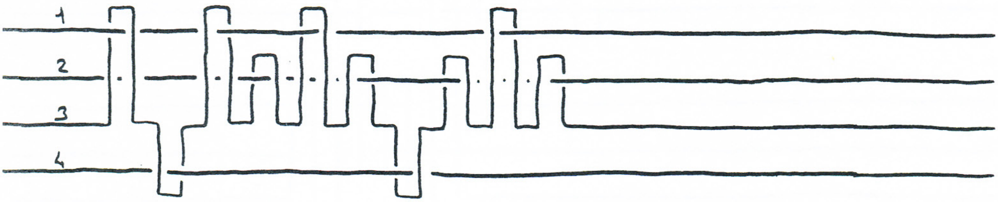
$T = \sigma'_{23}\ \sigma_{12}\ \sigma'_{24}\ \sigma'_{12}\ \sigma_{23}\ \sigma_{12}\ \sigma_{24}\ \sigma'_{12}\ \sigma'_{24}\ \sigma'_{12}\ \sigma'_{23}\ \sigma_{12}\ \sigma_{24}\ \sigma'_{12}\ \sigma_{23}\ \sigma_{12}$

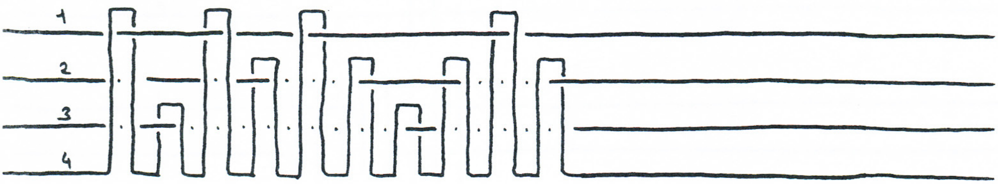
$T = \sigma_{13}\ \sigma_{34}\ \sigma'_{13}\ \sigma_{23}\ \sigma_{13}\ \sigma'_{23}\ \sigma'_{34}\ \sigma_{23}\ \sigma'_{13}\ \sigma'_{23}$

$T = \sigma'_{14}\ \sigma_{34}\ \sigma_{14}\ \sigma_{24}\ \sigma'_{14}\ \sigma'_{24}\ \sigma'_{34}\ \sigma_{24}\ \sigma_{14}\ \sigma'_{24}$

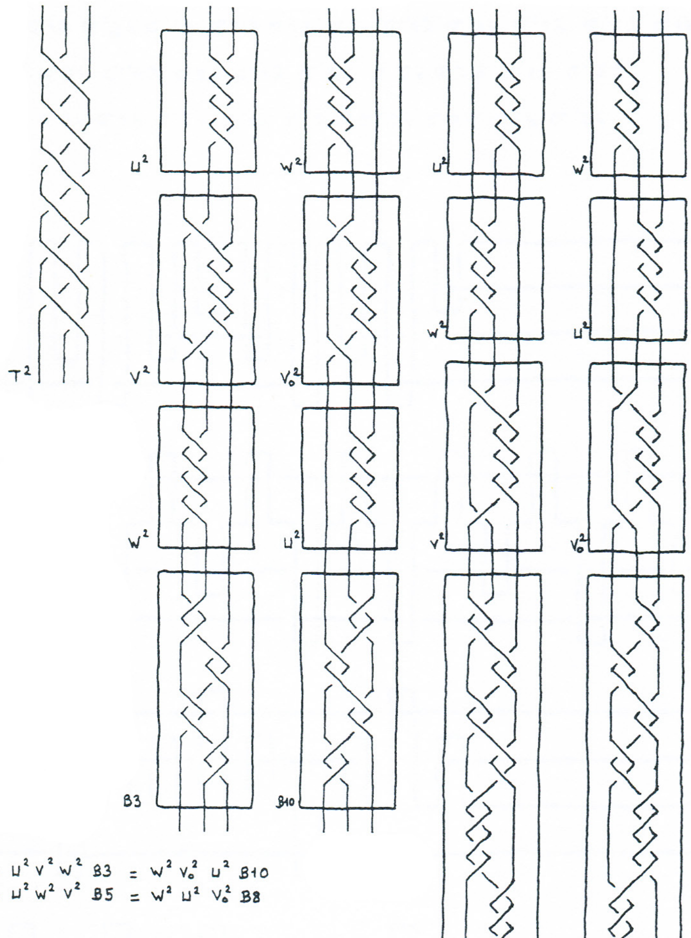




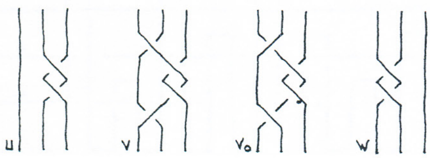




DIFFERENTS "PEIGNAGES EN BOROMEENS" D'UNE TRESSE A
TROIS BRINS: LA DOUBLE TORSION



$$T^2 = U^2\, V^2\, W^2\, B3 = W^2\, V_o^2\, U^2\, B10$$
$$= U^2\, W^2\, V^2\, B5 = W^2\, U^2\, V_o^2\, B8$$



$$T^2 = u\,v\,w\,u\,v\,w$$

$$B1 = [u^{-2}, w'][w', u'] = u^{-2} w' u w u \approx [w, u]^{-1}$$

$$B2 = [w, u][u, w^2] = w u w u' w^{-2} \approx [w, u]^{-1}$$

$$B3 = [w', u] = w' u w u' \approx [w, u]^{-1}$$

$$B4 = [u^{-2}, w][w, u'][u', w^2] = u^{-2} w u w u w^{-2} \approx [w, u]^{3}$$

$$B5 = [w, u][u, w^2][w^2, u^2] = w u w u w^{-2} u^{-2} \approx [w, u]^{3}$$

$$B6 = [w^{-2}, u^{-2}][u^{-2}, w'][w', u'] = w^{-2} u^{-2} w u w u \approx [w, u]^{3}$$

$$B7 = [u^{-2}, w^{-2}][w^{-2}, u'][u', w'] = u^{-2} w^{-2} u w u w \approx [w, u]^{-3}$$

$$B8 = [u, w][w, u^2][u^2, w^2] = u w u w u^{-2} w^{-2} \approx [w, u]^{-3}$$

$$B9 = [w^{-2}, u][u, w'][w', u^2] = w^{-2} u w u w u^{-2} \approx [w, u]^{-3}$$

$$B10 = [u', w] = u' w u w' \approx [w, u]$$

$$B11 = [u, w][w, u^2] = u w u w' u^{-2} \approx [w, u]$$

$$B12 = [w^{-2}, u'][u', w'] = w^{-2} u' w u w \approx [w, u]$$

$$T^2 = v^2 w^2 u^2 B1 = w^2 u^2 B1\, v^2 = u^2 B1\, v^2 w^2 = B1\, v^2 w^2 u^2$$

$$= w^2 u^2 v^2 B2 = u^2 v^2 B2\, w^2 = v^2 B2\, w^2 u^2 = B2\, w^2 u^2 v^2$$

$$= u^2 v^2 w^2 B3 = v^2 w^2 B3\, u^2 = w^2 B3\, u^2 v^2 = B3\, u^2 v^2 w^2$$

$$= w^2 v^2 u^2 B4 = v^2 u^2 B4\, w^2 = u^2 B4\, w^2 v^2 = B4\, w^2 v^2 u^2$$

$$= u^2 w^2 v^2 B5 = w^2 v^2 B5\, u^2 = v^2 B5\, u^2 w^2 = B5\, u^2 w^2 v^2$$

$$= v^2 u^2 w^2 B6 = u^2 w^2 B6\, v^2 = w^2 B6\, v^2 u^2 = B6\, v^2 u^2 w^2$$

$$= V_0^2 w^2 u^2 B7 = w^2 u^2 B7\, V_0^2 = u^2 B7\, V_0^2 w^2 = B7\, V_0^2 w^2 u^2$$

$$= w^2 u^2 V_0^2 B8 = u^2 V_0^2 B8\, w^2 = V_0^2 B8\, w^2 u^2 = B8\, w^2 u^2 V_0^2$$

$$= u^2 V_0^2 w^2 B9 = V_0^2 w^2 B9\, u^2 = w^2 B9\, u^2 V_0^2 = B9\, u^2 V_0^2 w^2$$

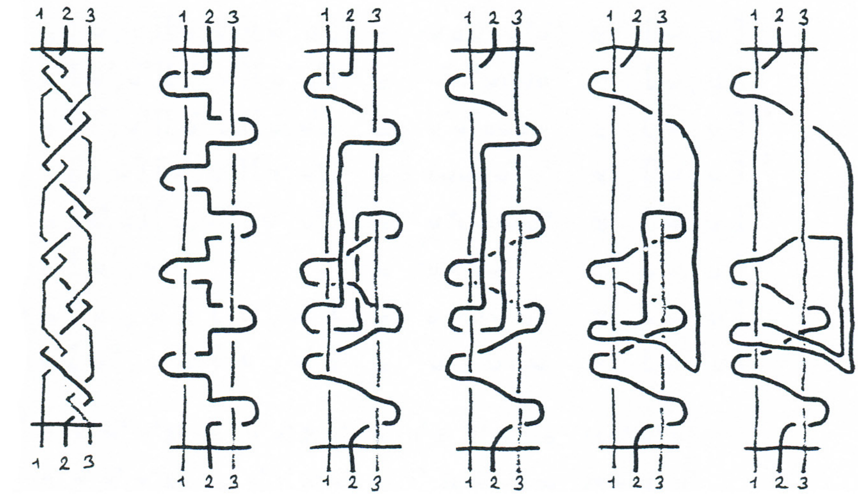
$$= w^2 V_0^2 u^2 B10 = V_0^2 u^2 B10\, w^2 = u^2 B10\, w^2 V_0^2 = B10\, w^2 V_0^2 u^2$$

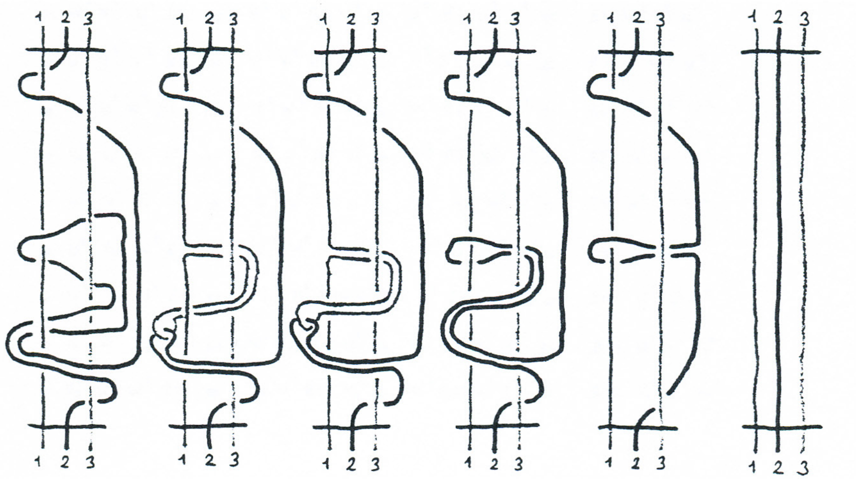
$$= u^2 w^2 V_0^2 B11 = w^2 V_0^2 B11\, u^2 = V_0^2 B11\, u^2 w^2 = B11\, u^2 w^2 V_0^2$$

$$= V_0^2 u^2 w^2 B12 = u^2 w^2 B12\, V_0^2 = w^2 B12\, V_0^2 u^2 = B12\, V_0^2 u^2 w^2$$

Une tresse homotopiquement neutre

Il y a 12 étapes. Il y a homotopie entre la 3ème et la 4ème étapes, et entre la 8ème et la 9ème étapes.

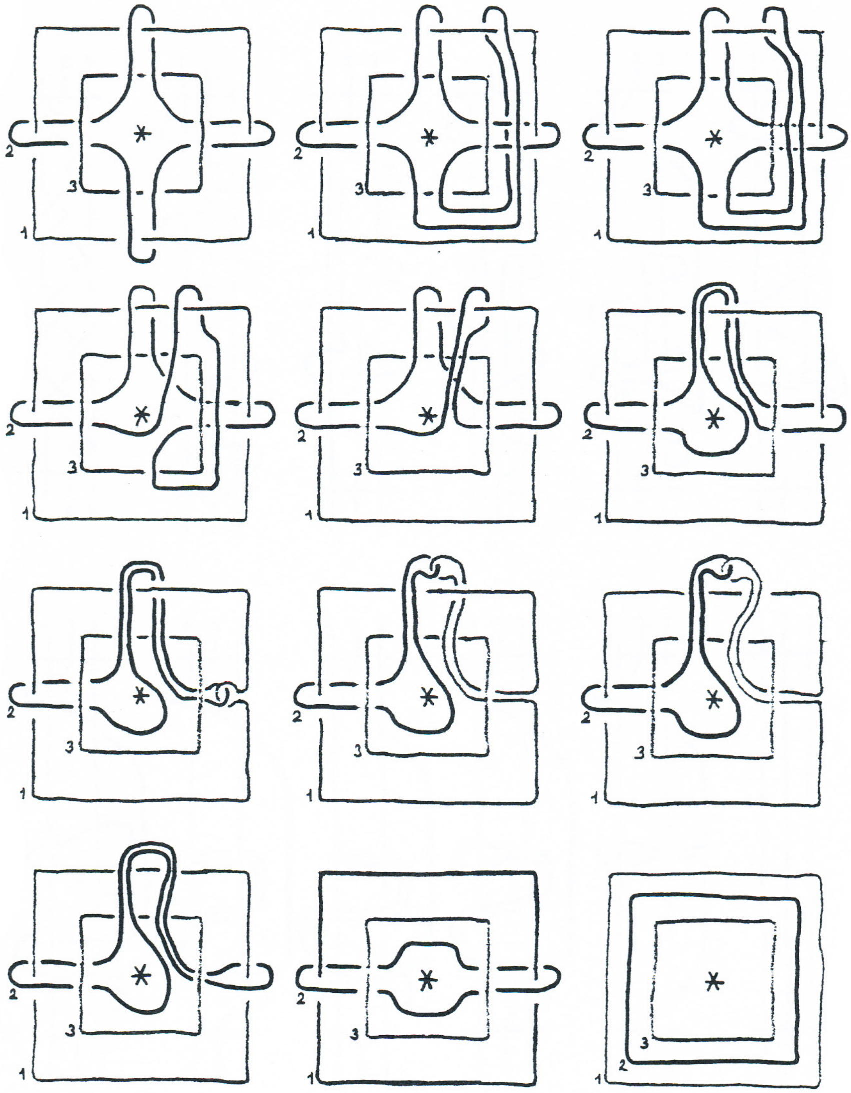




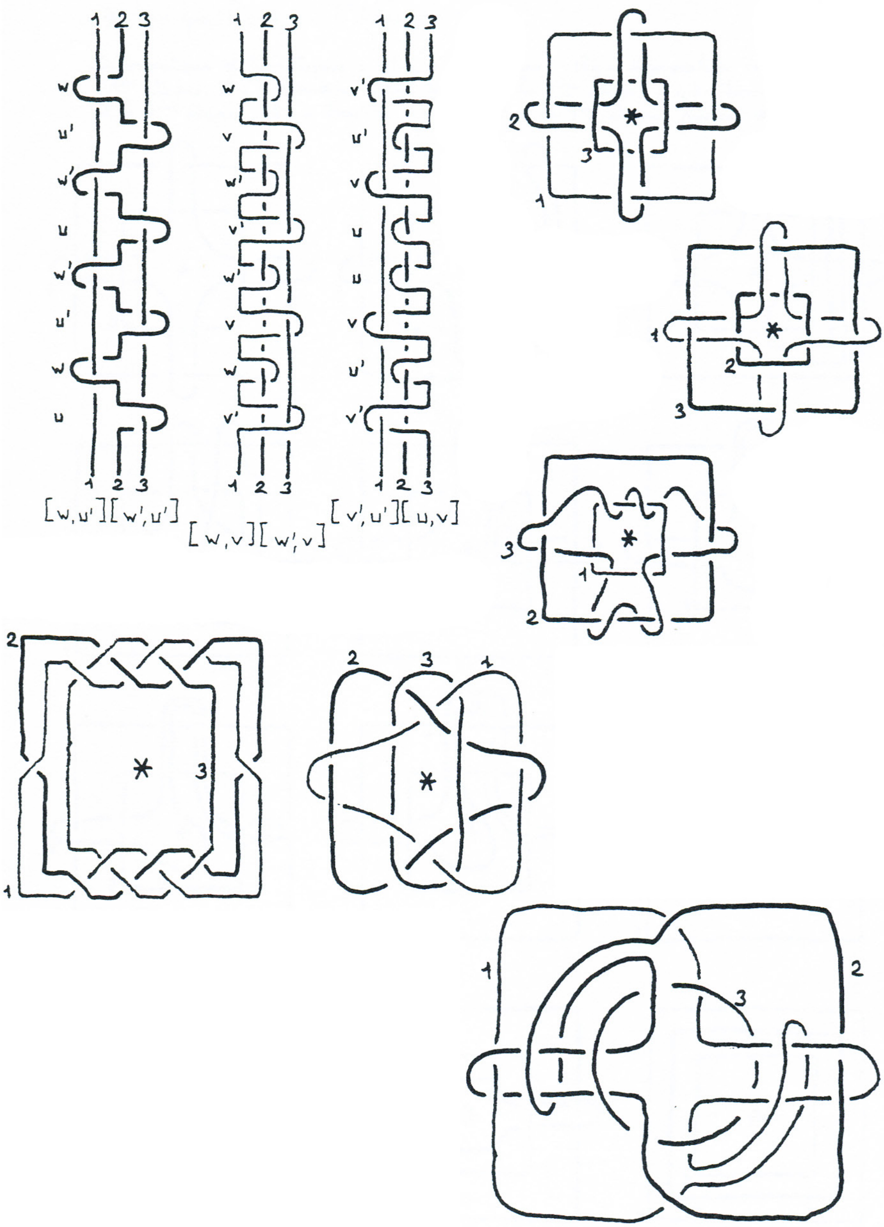
Un écheveau homotopiquement neutre

* indique l'axe de l'écheveau

Déformations et homotopies : Il y a 12 étapes. Il y a déformation entre la 1ère et la 2ème étapes, il y a homotopie entre la 2ème et la 3ème étapes, il y a déformation entre la 3ème et la 8ème étapes, il y a homotopie entre la 8ème et la 9ème étapes, puis des déformations.



Plusieurs présentations de une tresse, son écheveau, sa chaine



Une chaîne boroméenne "non engendrée" par la chaîne 

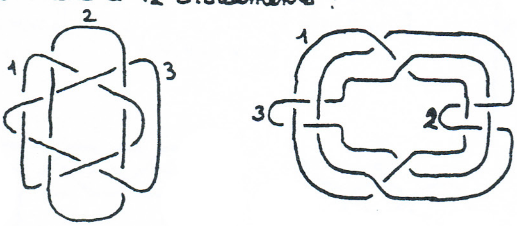
Parmi toutes les chaînes, il y a les chaînes boroméennes. Et parmi toutes les chaînes boroméennes, il y a la chaîne .

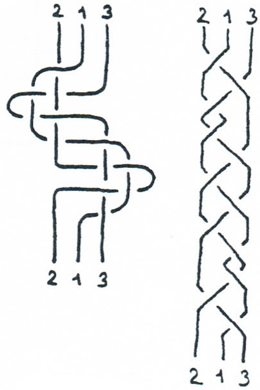
D'un certain point de vue (le point de vue de Milnor dans "Link groups"), la chaîne  engendre toutes les chaînes boroméennes.

Le repérage de ce point de vue permet de repérer ce qui échappe à ce point de vue.

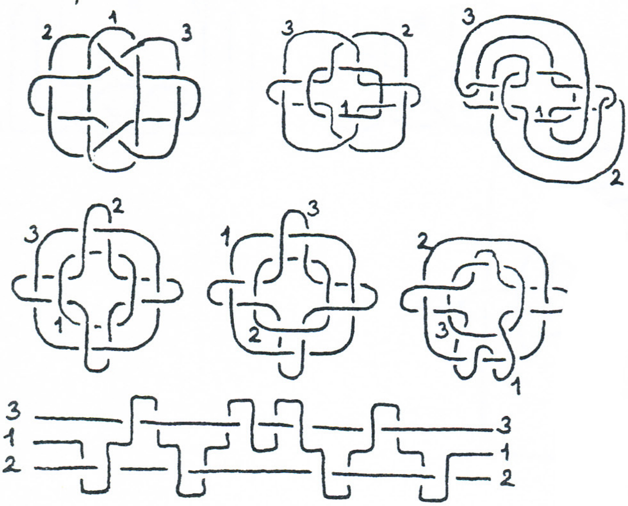
Voici une chaîne boroméenne qui n'est pas engendrée par  (c'est le cas le plus simple et le cas exemplaire). C'est une chaîne de trois cercles :

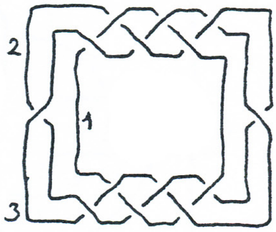
Présentations à 12 croisements :





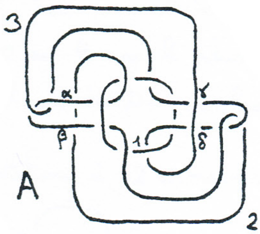
Autres présentations :



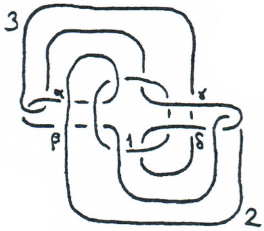


Dans cette chaine, les trois cercles ne jouent pas le même rôle. Il y a d'une part 1, et d'autre part 2 et 3 qui s'échangent par image miroir.

Cette chaine peut se défaire par "homotopie" ou "auto-traversée". Plus précisément, si les cercles 2 et 3 peuvent s'auto-traverser, cette chaine peut se défaire.

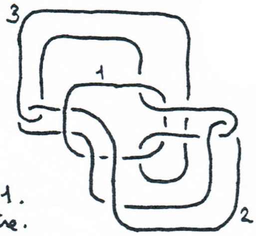


A



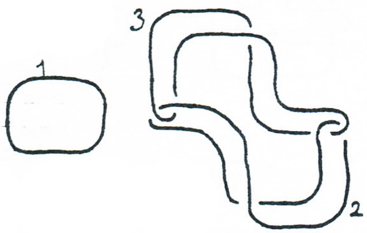
B1

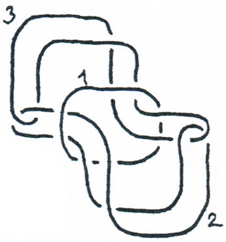
A est la chaine boroméenne présentée dans ce texte. Elle est homotope à la chaine B1. En effet A ne diffère de B1 que par deux auto-traversées de 2 en α et β et deux auto-traversées de 3 en γ et δ.
B2, B3, B4 sont des déformations de B1. Ce qui montre que B1 est la chaine neutre.



B2

B4

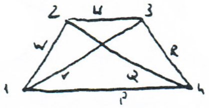




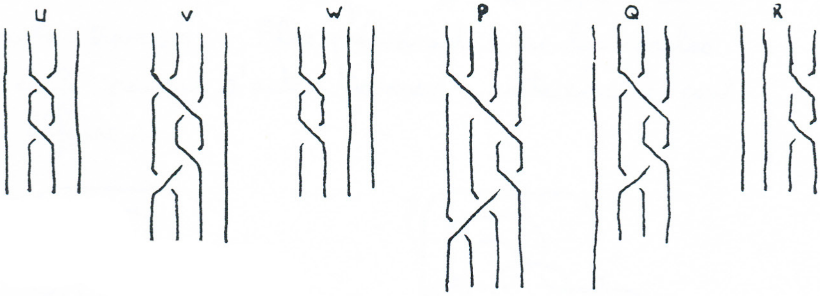
B3

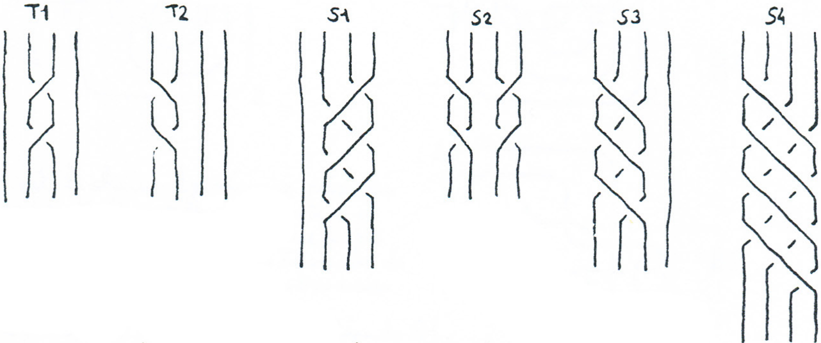
Ainsi cette chaine (la chaine A) est homotopiquement neutre. Pour être plus exact, ce qui fait l'intérêt de cette chaine, c'est qu'elle correspond à la plus simple des tresses homotopiquement neutres. Voir le texte "Une tresse homotopiquement neutre".

les borroméens généralisés à 4 brins et les tresses de stades - le pavage en entrelacs et le pavage en tresses de stades



GENERATEURS DE BUREAU ET GENERATEURS DE SHEPPERD
POUR LES 4-TRESSES





$$\begin{cases} T1 = U' \\ T2 = W \\ S1 = Q'R'U' \\ S2 = WR' \\ S3 = UVW \\ S4 = RQPUVW \end{cases} \qquad \begin{cases} U = T'1 \\ V = T1\,S3\,T'2 \\ W = T2 \\ R = S'2\,T2 \\ Q = T'2\,S2\,T1\,S'1 \\ P = S1\,T'1\,S4\,S'3 \end{cases}$$

$$
\left\{
\begin{array}{l}
uvw = vwu = wuv \\
[u, P] = 1 \\
[u, Q] = [Q', R'] \\
[u, R] = [Q', R] \\
[v, P] = [P', R'] \\
[v, Q] = [[P', R'], Q] \\
[v, R] = [P', R] \\
[w, P] = [P', Q'] \\
[w, Q] = [P', Q] \\
[w, R] = 1
\end{array}
\right.
\qquad
\begin{array}{lcl}
 & & \\
uPu' & = & P \\
uQu' & = & (Q'R')\; Q\; (RQ) \\
uRu' & = & (Q')\; R\; (Q) \\
vPv' & = & (P'R')\; P\; (RP) \\
vQv' & = & ([P', R'])\; Q\; ([R', P']) \\
vRv' & = & (P')\; R\; (P) \\
wPw' & = & (P'Q')\; P\; (QP) \\
wQw' & = & (P')\; Q\; (P) \\
wRw' & = & R
\end{array}
$$

$$
\left\{
\begin{array}{l}
uvw = vwu = wuv \\
[u', P] = 1 \\
[u', Q] = [R, Q] \\
[u', R] = R[Q, R]R' \\
[v', P] = [R, P] \\
[v', Q] = [[R, P], Q] \\
[v', R] = R[P, R]R' \\
[w', P] = [Q, P] \\
[w', Q] = Q[P, Q]Q' \\
[w', R] = 1
\end{array}
\right.
\qquad
\begin{array}{lcl}
 & & \\
u'Pu & = & P \\
u'Qu & = & (R)\; Q\; (R') \\
u'Ru & = & (RQ)\; R\; (Q'R') \\
v'Pv & = & (R)\; P\; (R') \\
v'Qv & = & ([R, P])\; Q\; ([P, R]) \\
v'Rv & = & (RP)\; R\; (P'R') \\
w'Pw & = & (Q)\; P\; (Q') \\
w'Qw & = & (QP)\; Q\; (P'Q') \\
w'Rw & = & R
\end{array}
$$

$$
\left\{
\begin{array}{l}
[S4, T1] = [S4, T2] = [S4, S1] = [S4, S2] = [S4, S3] = 1 \\
[T1, S1] = 1 \\
[T1, S2] = S1 S'3 S2 S'1 S3 S'2 \\
[T1, S3] = 1 \\
[T2, S1] = [S2, S1] \\
[T2, S2] = 1 \\
[T2, S3] = 1
\end{array}
\right.
$$

$$
\begin{array}{lcl}
T1\, S2\, T'1 & = & S1\, S'3 \quad S2 \quad S'1\, S3 \\
T'1\, S2\, T1 & = & S3\, S'1 \quad S2 \quad S'3\, S1 \\
 & & \\
T2\, S1\, T'2 & = & (S2) \quad S1 \quad (S'2) \\
T'2\, S1\, T2 & = & (S'2) \quad S1 \quad (S2)
\end{array}
$$

[P [Q , R]] =

[T'1 , T'2] [T1 , T'2] puis

ensuite S3 S'2 S1 S2 S'3 S'1 S2 S3 S'1 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 S3 S1 S'3 S'2 S1 ...

... S3 S'2 S'1 S2 S'3 S'2 S1 S2 S'3 S'1 S2 S3 S'1 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 S3 S'2 S1 S2 ...

... S'3 S'1 S2 S3 S'1 S'3 S'2 S1 S2 S'3 S'1 S2 S3 S1 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 S3 S'2 S1 ....

... S2 S'3 S'1 S2 S3 S'1 S'3 S'2 S1 S2 S'3 S'1 S2 S3 S1 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 S'3 ...

... S'2 S1 S2 S'3 S'1 S2 S3 S'1 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 S3 S1 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 ...

... S2 S'3 S'2 S1 S2 S'3 S'1 S2 S3 S1 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 S3 S'2 S1 S2 S'3 S'1 ...

... S2 S3 S'1 S'3 S'2 S1 S2 S'3 S'1 S2 S3 S1 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 S3 S'2 S1 S2 ...

... S'3 S'1 S2 S3 S'1 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 S3 S1 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 S'3 ...

... S'2 S1 S2 S'3 S'1 S2 S3 S'1 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 S3 S1 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 ...

... S'3 S'2 S1 S2 S'3 S'1 S2 S3 S1 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 S3 S'2 S1 S2 S'3 S'1 S2 ...

... S3 S'1 S'3 S'2 S1 S2 S'3 S'1 S2 S3 S1 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 S'3 S'2 S1 S2 S'3 ...

... S'1 S2 S3 S'2 S'1 S2 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 S3 S'2 S1 S2 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 ...

... S2 S'3 S'2 S1 S2 S'3 S'1 S2 S3 S'2 S'1 S2 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 S3 S'2 S1 ....

... S2 S'3 S'1 S2 S3 S'2 S'1 S2 S'3 S'2 S1 S2 S'3 S'1 S2 S3 S'2 S1 S2 S'3 S'2 S1 ...

... S3 S'2 S'1 S2 S3 S'2 S1 S2 S'3 S'1 S2 S3 S'2 S'1 S2 S'3 S'2 S1 S2 S'3 S'1 ...

... S2 S3 S'2 S1 S2 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 S'3 S'2 S1 S2 S'3 S'1 S2 S3 S'2 ...

... S'1 S2 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 S3 S'2 S1 S2 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 S'3 S'2 ...

... S1 S2 S'3 S'1 S2 S3 S'2 S1 S2 S'3 S'2 S1 S3 S'2 S'1 S2 S3 S'2 S1 S2 S'3 ...

... S'1 S2 S3 S'2 S'1 S2

FAUX

Le calcul de l'équivalence par homotopie,
du noeud boroméen avec ω à cinq ronds et
de la corde à cinq ronds

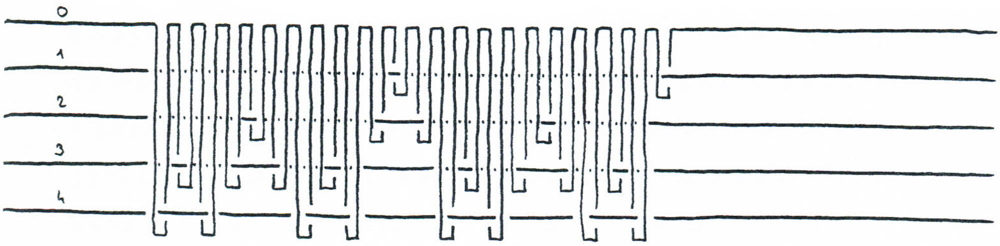
équivalence par homotopie des deux tresses :

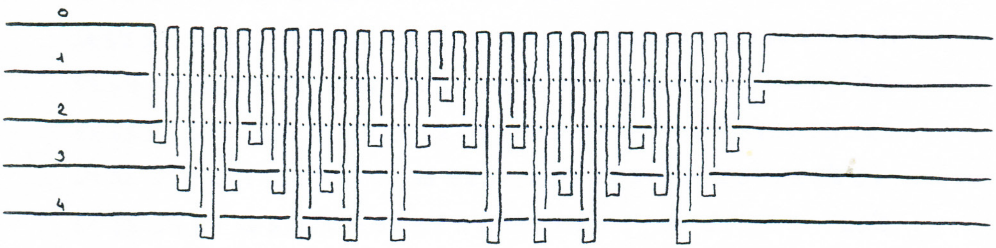
$\sigma 04\ \sigma' 03\ \sigma' 04\ \sigma 03\ \sigma' 02\ \sigma' 03\ \sigma 04\ \sigma 03\ \sigma' 04\ \sigma 02\ \sigma' 01\ \sigma' 02\ \sigma 04\ \sigma' 03$ ...

... $\sigma' 04\ \sigma 03\ \sigma 02\ \sigma' 03\ \sigma 04\ \sigma 03\ \sigma' 04\ \sigma 01$

$\sigma' 02\ \sigma' 03\ \sigma' 04\ \sigma 03\ \sigma' 02\ \sigma' 03\ \sigma 04\ \sigma 03\ \sigma' 04\ \sigma 02\ \sigma 04\ \sigma 02\ \sigma' 01\ \sigma' 02\ \sigma' 04$ ...

... $\sigma' 02\ \sigma 04\ \sigma' 03\ \sigma' 04\ \sigma 03\ \sigma 02\ \sigma' 03\ \sigma 04\ \sigma 03\ \sigma 02\ \sigma 01$





équivalence par homotopie des deux tresses :

$\sigma 04\ \sigma' 03\ \sigma' 04\ \sigma 03\ \sigma' 02\ \sigma' 03\ \sigma 04\ \sigma 03\ \sigma' 04\ \sigma 02$

$\sigma' 02\ \sigma' 03\ \sigma' 04\ \sigma 03\ \sigma' 02\ \sigma' 03\ \sigma 04\ \sigma 03\ \sigma' 04\ \sigma 02\ \sigma 04\ \sigma 02$

équivalence par homotopie des trois tresses :

$X = \boxed{\sigma 04}\ \boxed{\sigma' 03\ \sigma' 04\ \sigma 03\ \sigma' 02\ \sigma' 03\ \sigma 04\ \sigma 03\ \sigma' 04\ \sigma 02}$

$Y = \boxed{\sigma' 03\ \sigma' 04\ \sigma 03\ \sigma' 02\ \sigma' 03\ \sigma 04\ \sigma 03\ \sigma' 04\ \sigma 02}\ \boxed{\sigma 04}$

$Z = \boxed{\sigma' 02}\ \boxed{\sigma' 03\ \sigma' 04\ \sigma 03\ \sigma' 02\ \sigma' 03\ \sigma 04\ \sigma 03\ \sigma' 04\ \sigma 02}\ \boxed{\sigma 04}\ \boxed{\sigma 02}$

$X = \sigma 04\ \ T$

$Y = T\ \ \sigma 04$

$Z = \sigma' 02\ Y\ \sigma 02$

Raisonnement selon Milnor.

O est considéré comme un lacet accroché à 1 2 3 4 .

Le lacet $\sigma 04$ ne tient pas sans 4 .

Le lacet T ne tient pas sans 4 . En effet, $\sigma 04 = 1 \Rightarrow T = 1$.

Donc $\sigma 04$ et T commutent, donc $X \approx Y$.

Le lacet Y ne tient pas sans 2. En effet, $\sigma 02 = 1 \Rightarrow Y = 1$.

Le lacet $\sigma 02$ ne tient pas sans 2 .

Donc $\sigma 02$ et Y commutent, donc $Z \approx Y$

Raisonnement selon Goldsmith.

$T = \boxed{\sigma' 03\ \sigma' 04\ \sigma 03}\ \boxed{\sigma' 02\ \sigma' 03\ \sigma 04\ \sigma 03\ \sigma 02}\ \boxed{\sigma' 02\ \sigma' 04\ \sigma 02}$

$\sigma 04$ commute avec chacun des trois morceaux, donc commute avec T .

Donc $X \approx Y$.

$Y = \boxed{\sigma' 03\ \sigma' 04\ \sigma 03\ \sigma' 02\ \sigma' 03\ \sigma 04\ \sigma 03}\ \boxed{\sigma' 04\ \sigma 02\ \sigma 04}$

$\sigma 02$ commute avec chacun des deux morceaux, donc commute avec Y.

Donc $Z \approx Y$.

PROBLEMES AVEC LES TRESSES, LES TRESSES HOMOTOPIQUEMENT NEUTRES, ET LES TRESSES BOROMEENNES.

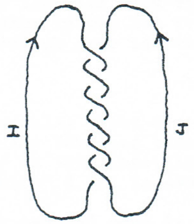
Je voudrais présenter certains problèmes de tresses.
Je vais d'abord indiquer d'où viennent ces problèmes, puis la solution complète dans le cas des tresses à deux et trois brins, puis le problème général pour les tresses à n brins.

D'OU CA VIENT?

L'origine est double: c'est d'une part le cours de M.Lacan, psychanalyste, sur les "chaines boroméennes", et d'autre part l'article de Milnor de 1954 intitulé "Link groups".
Attention: "chaine" a ici le sens de "link", et n'a rien a voir avec l'homologie.
L'article "Link groups" pose le problème de classer les "chainettes", c'est à dire les "chaines à homotopie près".Ce problème y est résolu dans les cas spéciaux suivants: - pour les chainettes boroméennes à n cercles, - pour les chainettes à deux et trois cercles. Donc, le problème général, la classification des chainettes, n'est pas résolu.
Je crois, et je ne le développerai pas ici, que la classification des chainettes peut être faite à partir du rôle que les chainettes boroméennes jouent parmi les chainettes.
Ici, il s'agit d'autre chose: c'est que la classification des chainettes peut être abordée par la classification des tressettes pures. La classification des tressettes pures est un bon préalable à la classification des chainettes.
On peut aborder: les chaines, les chaines homotopiquement neutres, les chaines boroméennes, les chainettes, les chainettes boroméennes, par: les tresses pures, les tresses homotopiquement neutres, les tresses boroméennes, les tressettes, les tressettes boroméennes. Comment? Parceque la fermeture, le raboutage d'une tresse pure à n brins est une chaine à n cercles.
Les problèmes de tresses posés ici viennent du problème de la classification des tressettes pures.
Il y a un article de Goldsmith de 1973 intitulé "Homotopy of braids. In answer to a question of E.Artin" , qui précise l'homotopie des tresses.

LE CAS DES TRESSES A DEUX BRINS (OU 2-TRESSES)

Ce cas est simple, trop simple pour être représentatif du cas général.



Le nombre de Milnor MU(I,J), c'est la même chose que l'enlacement. Ici, c'est 3 .

Colorer avec deux couleurs I et J .

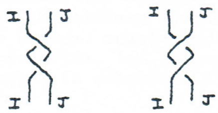
- Le groupe des 2-tresses pures, c'est Z , c'est le groupe cyclique infini.

- Deux 2-tresses homotopes sont égales. Une 2-tresse homotopiquement neutre est neutre. Autrement dit, l'homotopie ne se manifeste pas pour les 2-tresses. N'en parlons plus.

- Le nombre de Milnor MU(I,J) , c'est la même chose que l'enlacement. Une 2-tresse pure est caractérisée, est classifiée par son enlacement.

- Il y a deux façons de définir l'enlacement ou MU(I,J).
C'est selon que:

aux deux tresses:



sont associés ou bien les nombres +1 et -1 ou bien les nombres -1 et +1 .

LE CAS DES TRESSES A TROIS BRINS (OU 3-TRESSES)

Notions

- les 3-tresses pures
- les 3-tresses boroméennes
- les 3-tresses homotopiquement neutres
- les 3-tressettes pures
- les 3-tressettes boroméennes
- le degré d'une 3-tresse boroméenne, ou MU(I,J,K)

- Les tresses pures, ce sont les tresses qui ne permutent pas les brins, c'est à dire les tresses telles que un brin arrive à la même extrémité que celle dont il est parti. Dans les pages suivantes, A et B ne sont pas des tresses pures, toutes les autres tresses sont pures.

- Une tresse boroméenne, c'est une tresse telle que si un brin disparait, alors la tresse restante est neutre.

Une tresse boroméenne est forçément une tresse pure, la réciproque n'est pas vraie.

Dans les pages suivantes, U V W ne sont pas boroméennes, ALPHA1 , BETA1 , ALPHA2 , BETA2 , les GAMMA , les DELTA , DZETA , ETA , TETA sont boroméennes.

- Une tresse homotopiquement neutre est une tresse qui est équivalente à la tresse neutre par "extra-souplesse" ou par "homotopie" c'est à dire quand : deux brins différents ne peuvent pas se traverser l'un l'autre, mais un brin peut se traverser lui même. Voir l'exemple dans les pages suivantes de la tresse TETA . Il est montré comment, c'est à dire par quelles auto-traversées, elle est équivalente à la tresse neutre.

Dans les pages suivantes, ALPHA1 , BETA1 , ALPHA2 , BETA2 , les GAMMA , les DELTA ne sont pas homotopiquement neutres. DZETA , ETA , TETA sont homotopiquement neutres.

Une 3-tresse homotopiquement neutre est forçément une 3-tresse boroméenne, la réciproque n'est pas vraie.

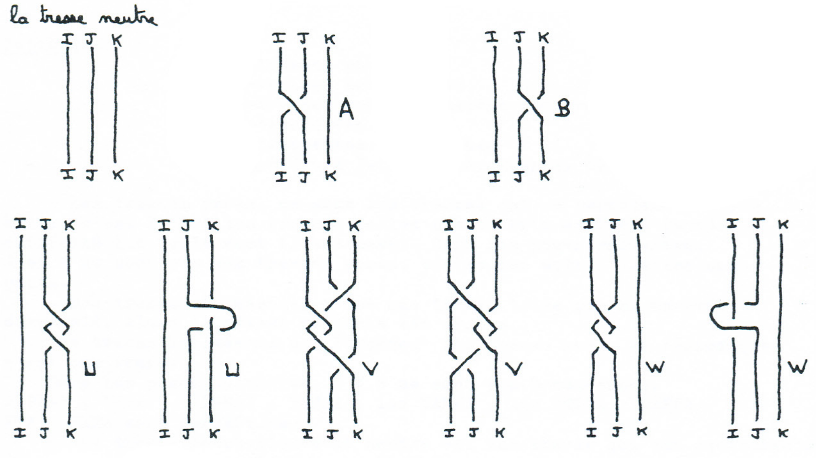
Les notions suivantes sont des notions "quotient". Elles ne sont compréhensibles que à ceux qui ont l'habitude du langage des ensembles et des notions de relation d'équivalence et d'ensemble quotient.

- Une tressette, c'est une tresse modulo les tresses homotopiquement neutres, ou encore, c'est une tresse à l'homotopie près, ou encore, c'est une tresse "extra-souple".

- En particulier, une tressette pure, c'est une tresse pure à l'homotopie près.

- En particulier, une tressette boroméenne, c'est une tresse boroméenne à l'homotopie près.

Pour les pages de dessin qui suivent, il est recommandé de colorer avec trois couleurs I , J et K .

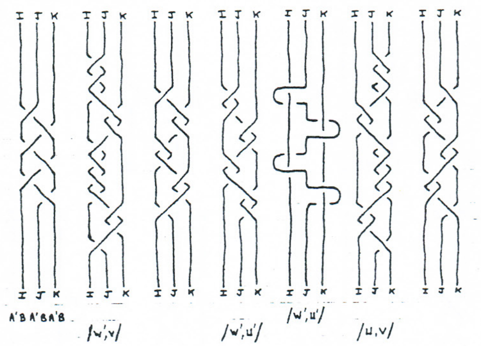


Notations algébriques :

$$/x, y/ = x\,y\,x'\,y'$$

$$X' = X^{-1} = X \exp(-1)$$

$$X^{n} = X \exp(n)$$

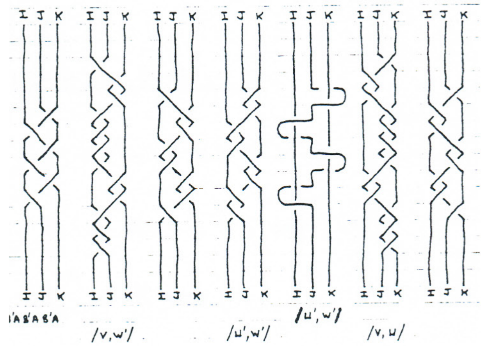


ALPHA1

ALPHA1 = A'BA'BA'B = /w',v/ = /w',u'/ = /u,v/ = GAMMA(-1,-1) = ...

... = DELTA(-1,-1)

degré ALPHA1 = +1

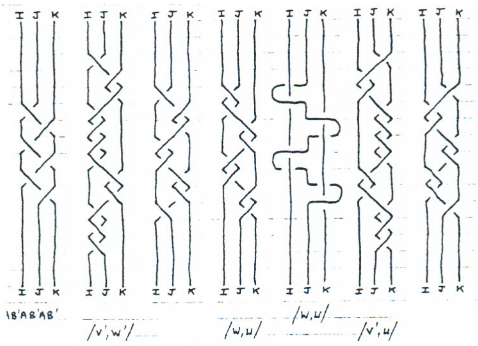


BETA1

BETA1 = B'AB'AB'A = /v,w'/ = /u',w'/ = /v,u/ = GAMMA(-1,-1)' = ...

... = DELTA(-1,-1)'

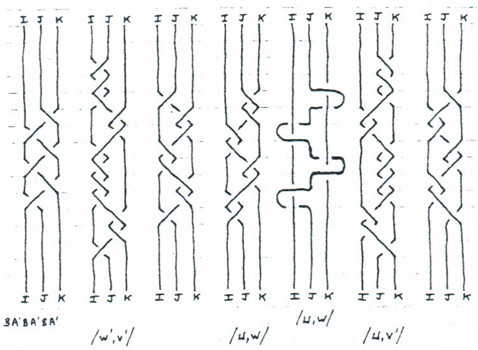
degré BETA1 = -1



ALPHA2

ALPHA2 = AB'AB'AB' = /v', w'/ = /w, u/ = /v', u/ = GAMMA(+1, +1) = DELTA(0,0)

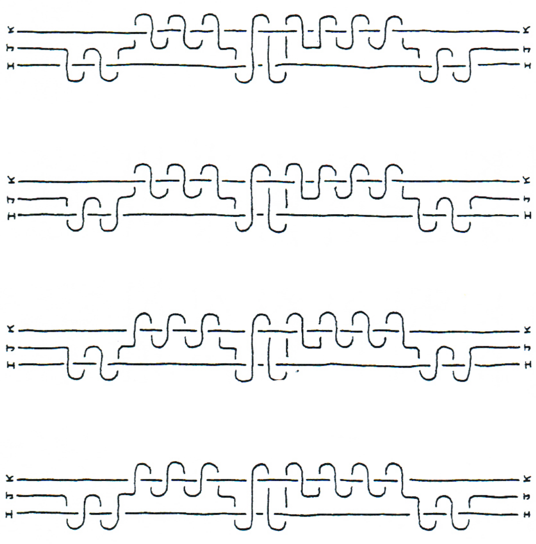
degré ALPHA2 = +1



BETA2

BETA2 = BA'BA'BA' = /w', v'/ = /u, w/ = /u, v'/ = GAMMA(+1, +1)' = DELTA(0,0)'

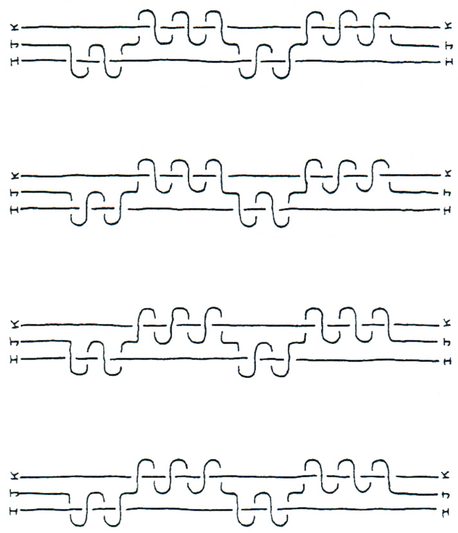
degré BETA2 = -1



DELTA(2,3)   DELTA(-2,3)   DELTA(2,-3)   DELTA(-2,-3)

DELTA(S,T) = $W^S U^T$ /W,U/ $U^{-T} W^{-S}$

S et T sont des entiers relatifs



GAMMA(2,3)   GAMMA(-2,3)   GAMMA(2,-3)   GAMMA(-2,-3)

GAMMA(M,N) = /W^M, U^N/

M et N sont des entiers relatifs non nuls.

DZETA = /W, U//W, U'/

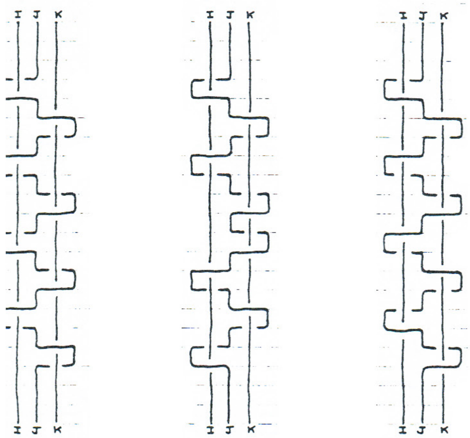
ETA = /W, U//U', W'/

TETA = /W, U//W', U/

DZETA = GAMMA (1,1) GAMMA (1,-1) = DELTA (0,0) DELTA (0,-1)

ETA = GAMMA (1,1) GAMMA (-1,-1)' = DELTA (0,0) DELTA (-1,-1)'

TETA = GAMMA (1,1) GAMMA (-1,1) = DELTA (0,0) DELTA (-1,0)'



DZETA ETA TETA

DZETA est (J, K) - homotopiquement neutre.

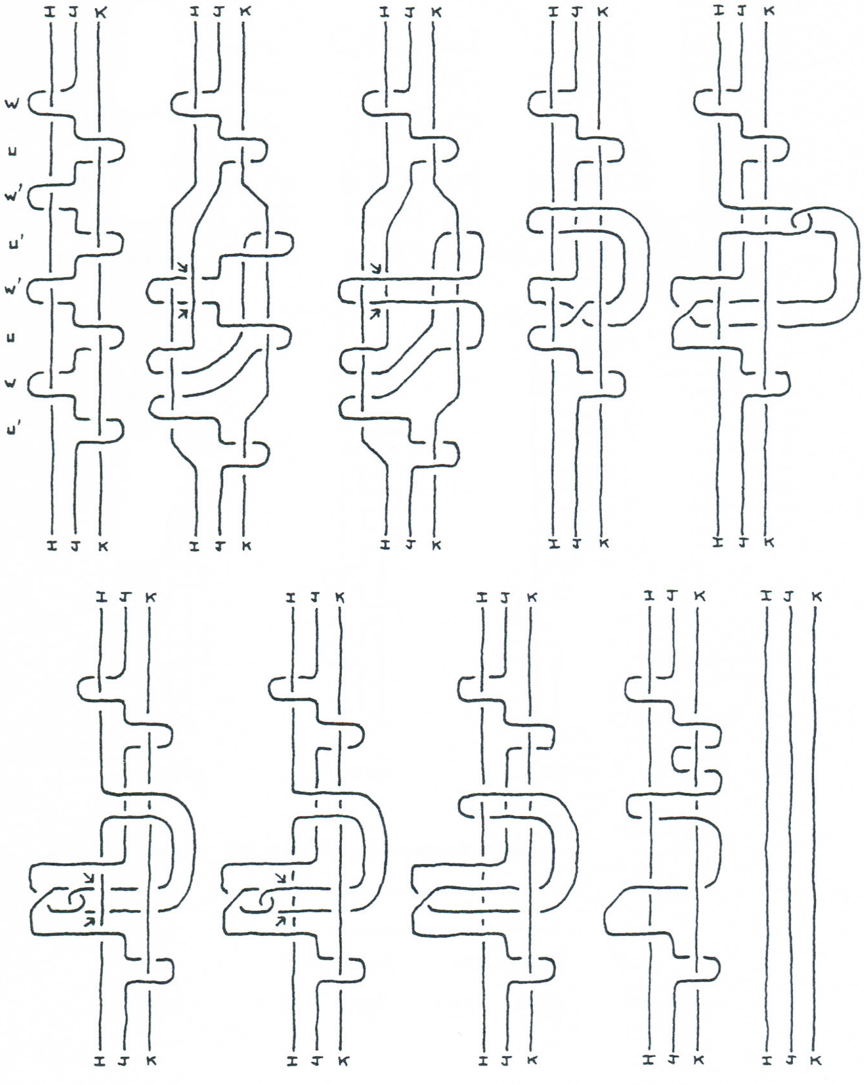
ETA — (I, K) ————————

TETA — (I, J) ————————

DZETA , ETA , TETA sont homotopiquement neutres.

degré DZETA = 0, degré ETA = 0, degré TETA = 0

La tresse TETA = /W, U//W', U/ est homotopiquement neutre.
Elle est (I, J)- homotopiquement neutre.



Ci dessus, sont dessinées dix étapes pour transformer la tresse TETA en la tresse neutre. Il y a homotopie entre la 2ème et la 3ème étape, c'est le brin J qui se traverse lui même deux fois. Il y a homotopie entre la 5ème et la 7ème étape, c'est le brin I qui se traverse lui même deux fois.

LE CAS DES TRESSES A TROIS BRINS

Les 3-tresses pures

C'est un groupe à trois générateurs et deux relations.
Il est engendré par:

- les trois générateurs U , V , W
- les deux relations UVW = VWU = WUV

Les 3-tresses boroméennes

C'est un groupe libre à une infinité de générateurs. C'est un sous groupe du groupe des tresses pures.

Dans le groupe des tresses pures, un élément boroméen, c'est un mot en U , V , W qui est de degré nul en U , de degré nul en V , et de degré nul en W . Du coup il peut s'exprimer
- soit comme un mot en V et W , de degré nul en V et de degré nul en W ;
- soit .... U .. W .... U .... W ;
- soit .... U .. V .... U .... V ;

Donc le groupe des tresses boroméennes, de trois façons différentes, apparait comme le groupe dérivé d'un groupe libre à deux générateurs.

Dans la suite, les éléments boroméens seront exprimés comme mots en U et W sans occurence de V . Pourquoi ce choix? Pour faire des dessins "en vrille", où c'est le brin du milieu J qui se vrille sur les brins latéraux I et K . Voir les pages de dessins.

Voici une première base du groupe libre des 3-tresses boroméennes. Ce sont les

$$\mathrm{GAMMA}(M,N) \;=\; /\; W^{M},\; U^{N} /$$

M et N sont des entiers relatifs non nuls.

Voici une deuxième base du groupe libre des 3-tresses boroméennes. Ce sont les

$$\mathrm{DELTA}(S,T) \;=\; W^{S}\, U^{T} \;/\; W \;,\; U \;/\; U^{-T}\, W^{-S}$$

S et T sont des entiers relatifs.

Soit un mot en W et U , de degré nul en W , et de degré nul en U . Comment le décomposer sur la première base ou sur la seconde base? Je trouve facile de faire la décomposition sur la base des GAMMA .
Il y a un exemple à la page suivante, à l'occasion de décomposer DELTA(S,T) sur la base des GAMMA .
Je ne sais pas faire directement la décomposition sur la base des DELTA. Je ne sais le faire que indirectement, en décomposant d'abord sur la base des GAMMA, et ensuite en décomposant les générateurs GAMMA sur la base des DELTA, ce qui n'est pas si commode. Voir page suivante.

Proposition:
- Le groupe des 3-tresses boroméennes est le groupe dérivé du groupe des 3-tresses pures.
- Un commutateur de une 3-tresse pure et une 3-tresse pure est une 3-tresse boroméenne.
- Soit P le groupe des 3-tresses pures, soit B le groupe des 3-tresses boroméennes, alors B = / P , P /

Traduction entre la 1ère base et la 2ème base

$$\mathrm{DELTA}(S,T) = \mathrm{GAMMA}(S,T)\ \mathrm{GAMMA}(S+1,T)'\ \mathrm{GAMMA}(S+1,T+1)\ldots$$
$$\ldots\ \mathrm{GAMMA}(S,T+1)'$$

$$\mathrm{GAMMA}(2,3) = \mathrm{DELTA}(1,0)\ \mathrm{DELTA}(1,1)\ \mathrm{DELTA}(1,2)\ldots$$
$$\ldots\ \mathrm{DELTA}(0,0)\ \mathrm{DELTA}(0,1)\ \mathrm{DELTA}(0,2)$$

— Comment calculer un DELTA en fonction des GAMMA ?

Il suffit d'appliquer la méthode générale pour décomposer, un mot en W et $\sqcup$ de degré nul en W et de degré nul en $\sqcup$, sur la base des GAMMA.

$$\mathrm{DELTA}(S,T) = W^{S}\sqcup^{T}W\sqcup W'\sqcup^{-T-1}W^{-S}$$

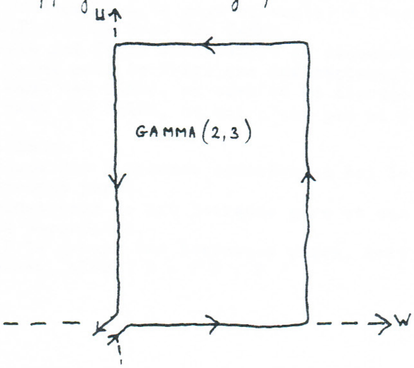
Il faut forger pour faire apparaître des commutateurs :

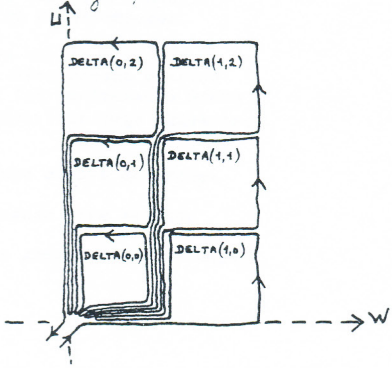
$$W^{S}\sqcup^{T}W\sqcup W'\sqcup^{-T-1}W^{-S} = \left(W^{S}\sqcup^{T}W^{-S}\sqcup^{-T}\right)\left(\sqcup^{T}W^{S+1}\sqcup^{-T}W^{-S-1}\right)\ldots$$
$$\ldots\left(W^{S+1}\sqcup^{T+1}W^{-S-1}\sqcup^{-T-1}\right)\left(\sqcup^{T+1}W^{S}\sqcup^{-T-1}W^{-S}\right)$$

C'est ça qui donne la décomposition de DELTA(S,T) sur la base des GAMMA.

— Comment calculer un GAMMA en fonction des DELTA ?

En s'appuyant sur des graphes dans le plan : le groupe abélien libre en W et $\sqcup$.





LE CAS DES TRESSES A TROIS BRINS

<u>Le degré MU(I,J,K) des 3-tresses boroméennes</u>

A une 3-tresse boroméenne, on associe un entier relatif qui est appellé son degré.

-Si la tresse boroméenne est exprimée sur la première base:
à GAMMA(M,N) est associé le degré MN ,
à l'inverse est associé le degré inverse:
à GAMMA(M,N)' est associé le degré -MN ,
à un composé est associé, comme degré, la somme des degrés des composants.

-Si la tresse boroméenne est exprimée sur la seconde base:
à DELTA(S,T) est associé le degré +1 ,
à l'inverse est associé le degré inverse:
à DELTA(S,T)' est associé le degré -1 ,
à un composé est associé, comme degré, la somme des degrés des composants.

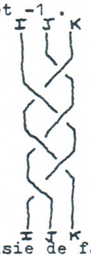
-Ces deux définitions sont équivalentes, comme il est possible de le vérifier par les traductions mutuelles entre les deux bases.

Ainsi le degré est un homomorphisme de groupes:

$$\boxed{\text{le groupe de les 3-tresses boroméennes}} \xrightarrow{\text{degré}} \boxed{Z}$$

Cette fonction degré, il y a deux façons de la choisir. Celà dépend de la façon d'attribuer aux deux tresses inverses ALPHA1 et BETA1 , les deux degrés inverses +1 et -1 .

ALPHA1



BETA1

Ici, la fonction degré a été choisie de façon que ALPHA1 ait le degré +1 , et BETA1 le degré -1 .

Cette fonction degré s'appelle MU(I,J,K) dans "Link groups" de Milnor. C'est vrai au signe près, c'est à dire que MU(I,J,K) c'est ou bien (+degré) ou bien (-degré). Il y a une chance sur deux, je n'ai pas vérifié.

LE CAS DES TRESSES A TROIS BRINS

Les 3-tresses homotopiquement neutres

Proposition:
- Une 3-tresse boroméenne est homotopiquement neutre si et seulement si son degré est nul.
- Deux 3-tresses boroméennes sont homotopes si et seulement si elles ont même degré.

Proposition:
Une 3-tresse homotopiquement neutre est une 3-tresse boroméenne.

D'après ce qui précède, le groupe des tresses homotopiquement neutres est le groupe noyau de la fonction degré.
C'est un sous groupe du groupe des 3-tresses boroméennes,qui est lui même un sous groupe du groupe des 3-tresses pures.
C'est un groupe libre à une infinité de générateurs.

Exemples: les tresses DZETA , ETA , TETA sont homotopiquement neutres.
Les GAMMA et les DELTA ne sont pas homotopiquement neutres.
Il y a une page de dessin qui montre explicitement comment TETA est une tresse homotopiquement neutre.

Proposition:
- Le groupe des 3-tresses homotopiquement neutres est le "dérivé second", au sens de la série centrale descendante, du groupe des 3-tresses pures.
- Un commutateur d'une 3-tresse pure et d'une 3-tresse boroméenne est une 3-tresse homotopiquement neutre.
- Soit P le groupe des 3-tresses pures, soit B le groupe des 3-tresses boroméennes, soit H le groupe des 3-tresses homotopiquement neutres, alors B = / P , P / et H = / P , B /

Proposition:
- Dans le groupe des 3-tresses pures, le sous groupe des 3-tresses homotopiquement neutres est l'enveloppe normale des trois tresses DZETA , ETA , TETA .
- Dans le groupe des 3-tresses pures, le sous groupe des 3-tresses homotopiquement neutres est l'enveloppe normale de deux parmi les trois tresses DZETA , ETA , TETA .

Problème: Soit deux couleurs parmi les trois couleurs (I,J,K) . Par exemple, soit (I,J) . Définition: Une 3-tresse est (I,J)-homotopiquement neutre ssi elle est équivalente à la tresse neutre par extra-souplesse des brins I et J ; c'est à dire: deux brins ne peuvent pas se traverser, mais le brin I peut se traverser lui même et le brin J peut se traverser lui même.
Ainsi, DZETA est (J,K)-homotopiquement neutre, ETA est (I,K)-homotopiquement neutre, TETA est (I,J)-homotopiquement neutre.
Une tresse (I,J)-homotopiquement neutre est homotopiquement neutre, la réciproque n'est pas vraie.
Le problème, c'est: On demande une présentation du sous groupe des 3-tresses (I,J)-homotopiquement neutres.

LE CAS DES TRESSES A TROIS BRINS

Les 3-tressettes boroméennes

Par définition, le groupe des tressettes boroméennes est le quotient du groupe des tresses boroméennes par le groupe des tresses homotopiquement neutres.

D'après ce qui précède:

Le groupe de les 3-tresses homotopiquement neutres	→	Le groupe de les 3-tresses boroméennes	degré →	Le groupe de les 3-tressettes boroméennes
NOYAU				Z
				QUOTIENT

D'après ce qui précéde, le groupe des 3-tressettes boroméennes, c'est Z . Et c'est la fonction degré qui désigne la 3-tressette boroméenne sous jacente à une 3-tresse boroméenne.

LE CAS DES TRESSES A TROIS BRINS

Les 3-tressettes pures

Par définition, le groupe des 3-tressettes pures est le quotient du groupe des 3-tresses pures par le sous groupe des 3-tresses homotopiquement neutres.

N'importe quelle 3-tresse pure X peut s'écrire, et celà d'une seule façon, sous la forme:

$X = U^E V^F W^G /W , U /^H X0$
où E F G H sont des entiers relatifs , et où X0 est une 3-tresse homotopiquement neutre.

Pourquoi?
Soit donc X une 3-tresse pure.
Si le brin I disparait, il reste une 2-tresse; soit E son enlacement.
.... J .... F ....
.... K .... G ....

Soit X1 la 3-tresse pure $U^E V^F W^G$.
Soit X2 la 3-tresse pure définie par:

X = X1X2 ou encore $X = U^E V^F W^G X2$.
Que reste t'il de X2 si l'un des brins disparait?
Proposition: X2 est une 3-tresse boroméenne.

Proposition:
Soit X une 3-tresse pure.
Il existe un et un seul entier relatif E , un et un seul entier relatif F , un et un seul entier relatif G , une et une seule 3-tresse boroméenne X2 , tels que:

$X = U^E V^F W^G X2$

Et maintenant pour X2 .
X2 est une 3-tresse boroméenne. Elle a un degré. Soit H son degré.

Soit X3 = $/W , U /^H$. C'est une 3-tresse boroméenne.
Soit X0 la 3-tresse boroméenne définie par:

X2 = X3X0 ou encore $X2 = / W , U /^H X0$.
Quel est le degré de X0 ?
Proposition: Le degré de X0 est nul . X0 est une 3-tresse homotopiquement neutre.

Proposition:
Soit X2 une 3-tresse boroméenne.
Il existe un et un seul entier relatif H , une et une seule 3-tresse homotopiquement neutre X0 , tels que:

$X2 = /W,U /^H X0$

Proposition:
Soit X une 3-tresse pure.
Il exise un et un seul entier relatif E , un et un seul entier relatif F , un et un seul entier relatif G , un et un seul entier relatif H , une et une seule 3-tresse homotopiquement neutre X0 , tels que:

$X = U^E V^F W^G / W , U /^H X0$

LE CAS DES TRESSES A TROIS BRINS

Et maintenant, dans le groupe quotient des 3-tresses pures.

Définition: U , V , W sont des 3-tresses pures.
Soit $\underline{U}$, $\underline{V}$, $\underline{W}$ les 3-tressettes pures qui leur sont sous jacentes.

Proposition:
Soit Y une 3-tressette pure.
Il existe un et un seul entier relatif E , un et un seul entier relatif F , un et un seul entier relatif G , un et un seul entier relatif H , tels que:

$$Y = \underline{U}^{E}\ \underline{V}^{F}\ \underline{W}^{G}\ \ /\ \underline{W}\ ,\ \underline{U}\ /^{H}$$

Autrement dit, il y a correspondance biunivoque entre une 3-tressette pure Y et un quadruplet (E,F,G,H) d'entiers relatifs.
Soit deux 3-tressettes pures Y1 et Y2 . Soit Y3 leur composé. Y3 = Y1Y2 . Si Y1 correspond au quadruplet (E1,F1,G1,H1) , et si Y2 correspond au quadruplet (E2,F2,G2,H2) , alors à quel quadruplet correspond Y3 ?

Proposition:
Soit Y1 , Y2 , Y3 des 3-tressettes pures, et soit E1 , F1 , G1 , H1 , E2 , F2 , G2 , H2 , E3 , F3 , G3 , H3 des entiers relatifs , tels que:

Y3 = Y1Y2

$$Y1 = \underline{U}^{E1}\underline{V}^{F1}\underline{W}^{G1}\ /\ \underline{W}\ ,\ \underline{U}\ /^{H1}$$

$$Y2 = \underline{U}^{E2}\ \underline{V}^{F2}\ \underline{W}^{G2}\ \ /\ \underline{W}\ ,\ \underline{U}\ /^{H2}$$

$$Y3 = \underline{U}^{E3}\ \underline{V}^{F3}\ \underline{W}^{G3}\ \ /\ \underline{W}\ ,\ \underline{U}\ /^{H3}$$

alors:
E3 = E1 + E2
F3 = F1 + F2
G3 = G1 + G2
H3 = H1 + H2 + G1E2 - F1E2 - G1F2

Proposition:
Le groupe des 3-tressettes pures est isomorphe à l'ensemble Z^4 , muni de la loi de composition:
(E1,F1,G1,H1) x (E2,F2,G2,H2) = (E1+E2,F1+F2,G1+G2,H1+H2+G1E2-F1E2-G1F2)

Je n'irai pas plus loin. Mais une fois le groupe des 3-tressettes pures ainsi repéré, on est à pied d'oeuvre pour la classification des 3-chainettes.
La classification des 3-chainettes, donnée par Milnor, c'est qu'une 3-chainette est caractérisée par quatre nombres E F G H , E et F et G étant des entiers relatifs, et H étant un entier modulo le P.G.C.D. de E et F et G .
La classification des 3-chainettes boroméennes, donnée par Milnor sous une autre forme, c'est que les 3-chainettes boroméennes forment un groupe, un groupe cyclique infini Z . Le groupe des 3-chainettes boroméennes est isomorphe au groupe des 3-tressettes boroméennes.

PROBLEMES POUR LES TRESSES A n BRINS (OU n-TRESSES)

Le problème, c'est la classification des n-tressettes pures.

Autrement dit, on demande une présentation du groupe des n-tressettes pures.

Un problème associé, c'est la classification des n-tressettes boroméennes.

Autrement dit, on demande une présentation du groupe des n-tressettes boroméennes.

Pour des raisons de "peignage" ou d'"extension", le second problème est un préalable au premier problème. Je ne développerai pas plus ça ici.

Il y a un groupe des n-tressettes boroméennes. Et il y a un groupe des n-chainettes boroméennes. Le groupe des n-chainettes boroméennes est isomorphe à

$$Z^{(n-2)!}$$

et est décrit par certaines fonctions MU de Milnor. Il y a un homomorphisme du premier groupe vers le second groupe. Cet homomorphisme est il toujours un isomorphisme comme dans le cas n=2 et dans le cas n=3 ? Pratiquement, il faut repérer les MU de Milnor sur le groupe des n-tresses boroméennes.

On demande une présentation du groupe des n-tresses boroméennes.

On demande une présentation du groupe des n-tresses homotopiquement neutres.

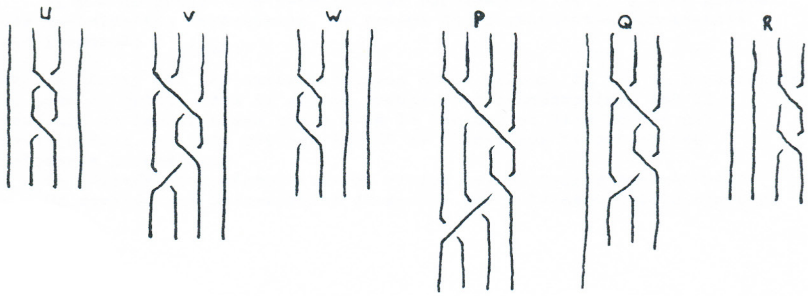
(Les notions présentes dans ce paragraphe, soit: -tresses pures, -tresses boroméennes, -tresses homotopiquement neutres, -tressettes pures, - tressettes boroméennes, ont été définies au début du paragraphe intitulé "le cas des tresses à trois brins".)

LE CAS DES TRESSES A 4 BRINS

Dans ce cas, je suis bien loin d'avoir la solution des problèmes posés.

Le groupe des 4-tresses pures

C'est un groupe à 6 générateurs et 11 relations.



$$\begin{cases} UVW = VWU = WUV \\ [U,P] = 1 \\ [U,Q] = [Q',R'] \\ [U,R] = [Q',R] \\ [V,P] = [P',R'] \\ [V,Q] = [[P',R'],Q] \\ [V,R] = [P',R] \\ [W,P] = [P',Q'] \\ [W,Q] = [P',Q] \\ [W,R] = 1 \end{cases}$$

la $[X,Y] = /X,Y/ = XYX'Y'$

QUELLE PRESENTATION POUR LE GROUPE DERIVE DU GROUPE LIBRE A TROIS GENERATEURS ?

C'est un groupe libre à une infinité de générateurs.

Il s'agit d'énumérer une base de générateurs, et d'avoir un algorithme pour décomposer, sur cette base, un mot du groupe dérivé.

Pour le groupe dérivé du groupe libre à 2 générateurs, A et B , je connais deux bases:
Première base: les $[A^p, B^q]$ pour p et q entiers relatifs non nuls.
Deuxième base: les $A^u B^v [A, B] B^{-v} A^{-u}$ pour u et v entiers relatifs.

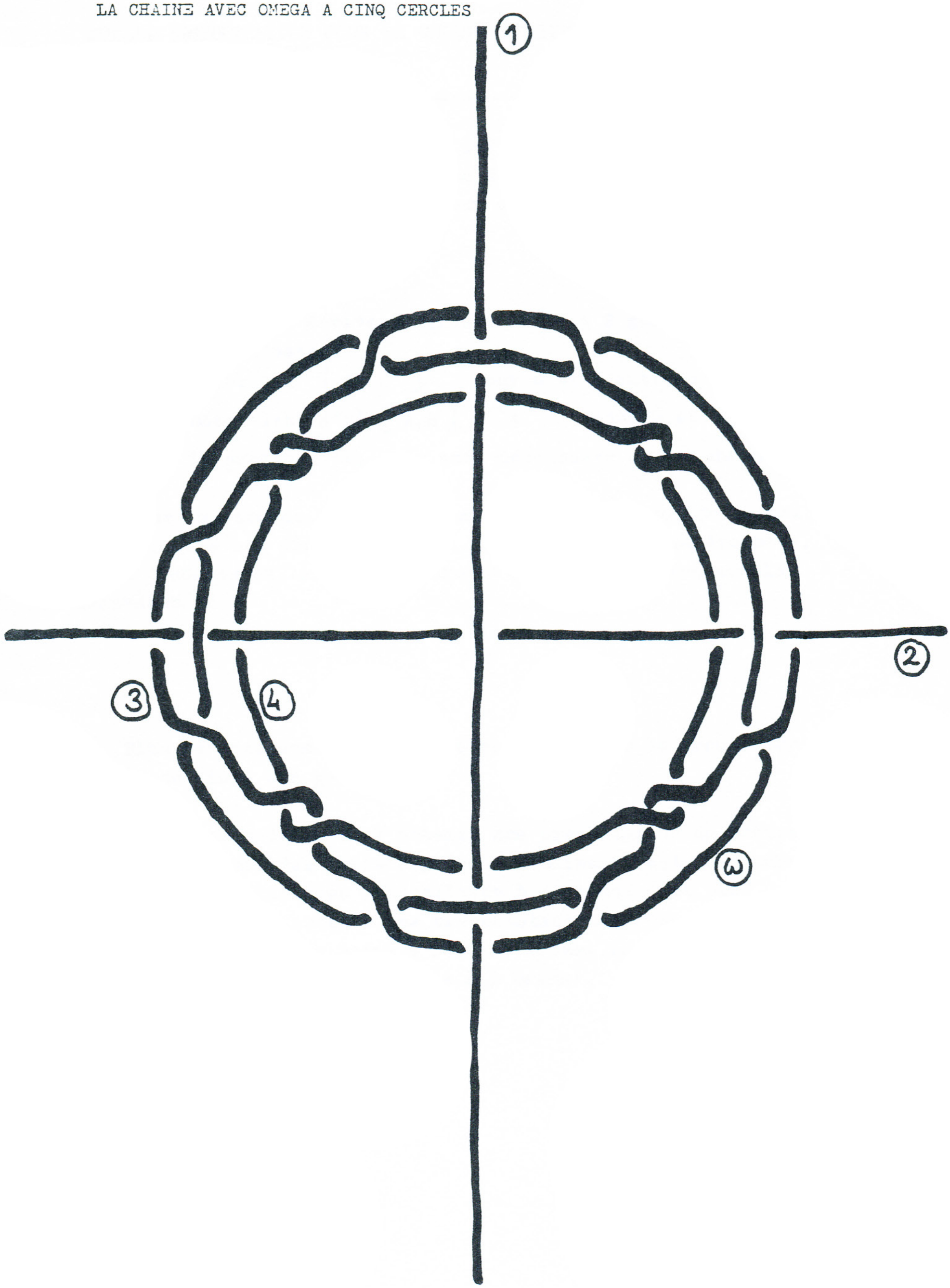
Pour la première base, je sais décomposer un mot du groupe dérivé.

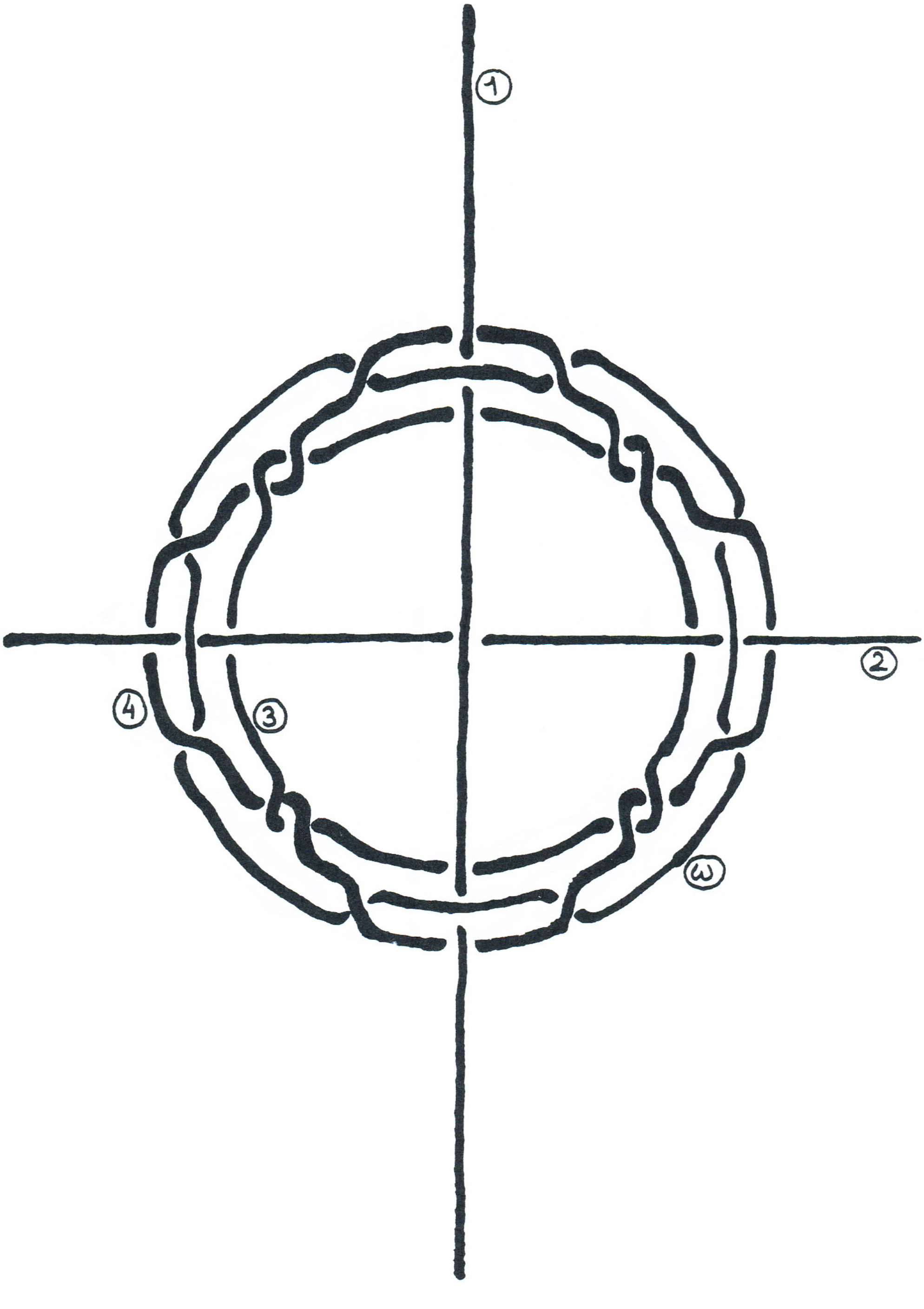
Pour la seconde base, je sais décomposer un mot du groupe dérivé, mais pas directement: en passant par la première base, et en décomposant les générateurs de la première base sur la seconde base.

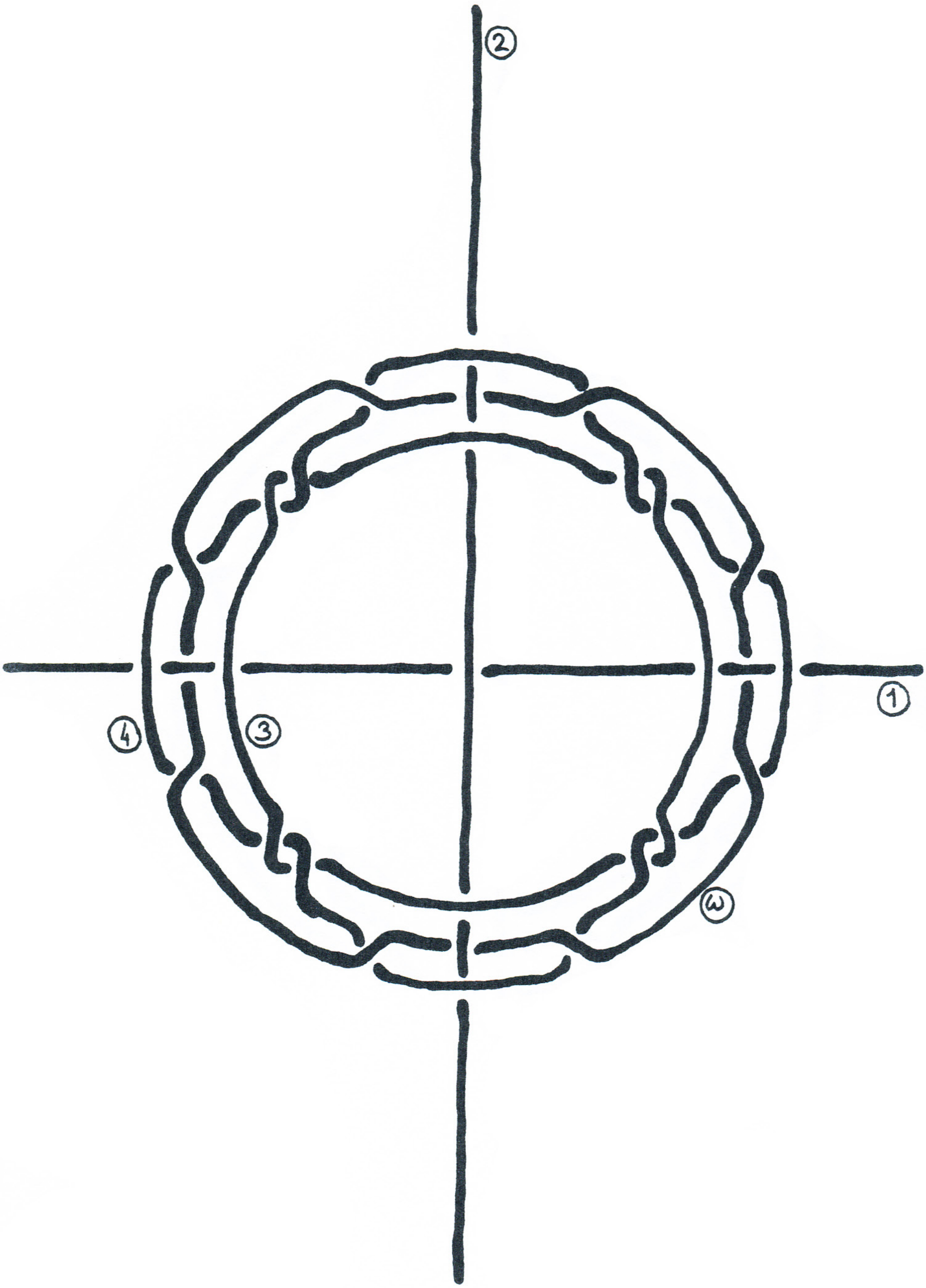
Plus généralement, quelle présentation pour le groupe dérivé du groupe libre à n générateurs?

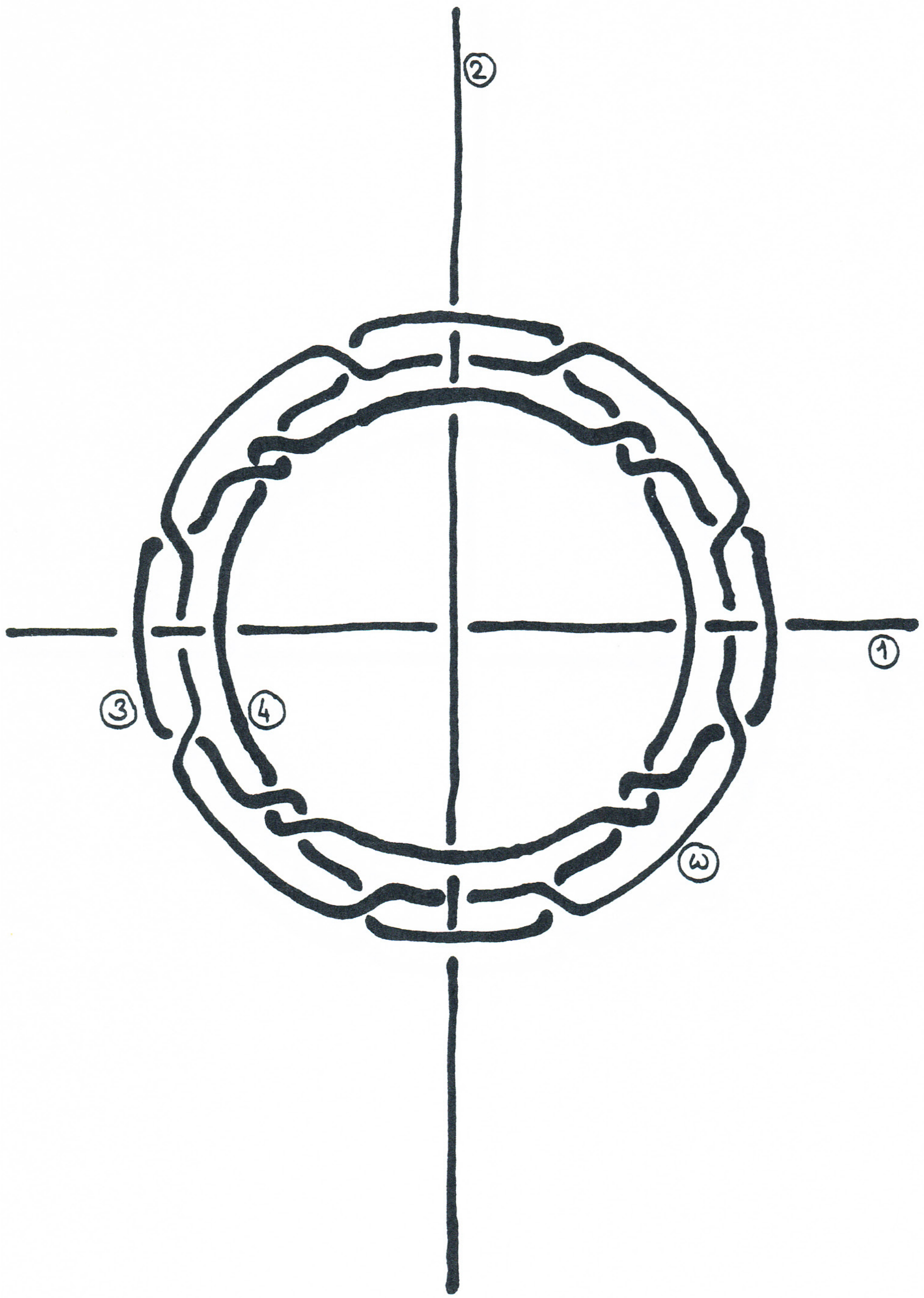
J'ai besoin de ça pour obtenir une présentation du groupe dérivé du groupe des tresses pures à 4 brins (C'est le groupe des tresses boroméennes généralisées à 4 brins) , et plus généralement pour obtenir une présentation du groupe dérivé du groupe des tresses pures à p brins (C'est le groupe des tresses boroméennes généralisées à p brins).

LA CHAINE AVEC OMEGA A CINQ CERCLES

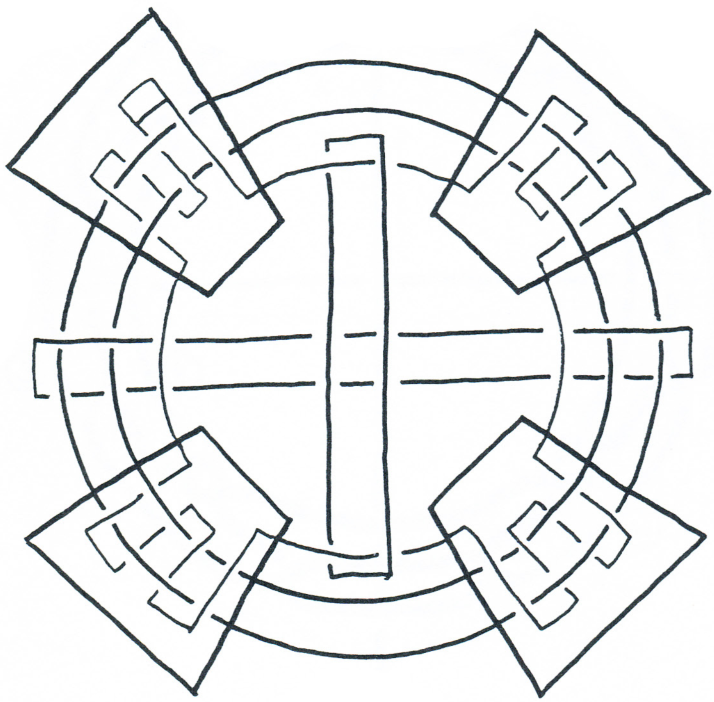


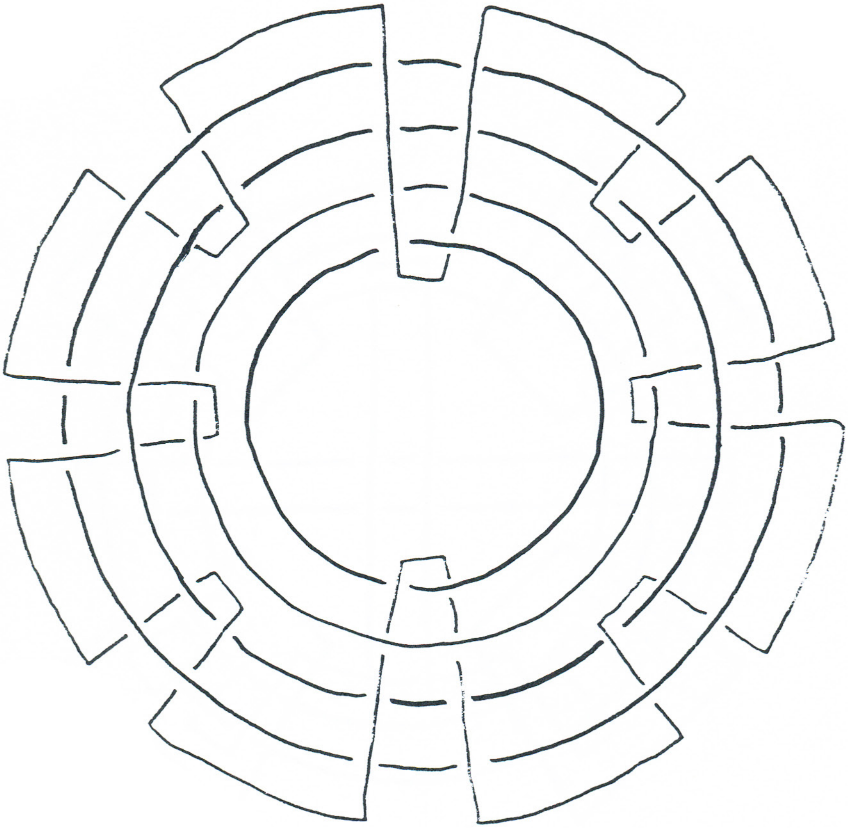

1
2
3
4
ω

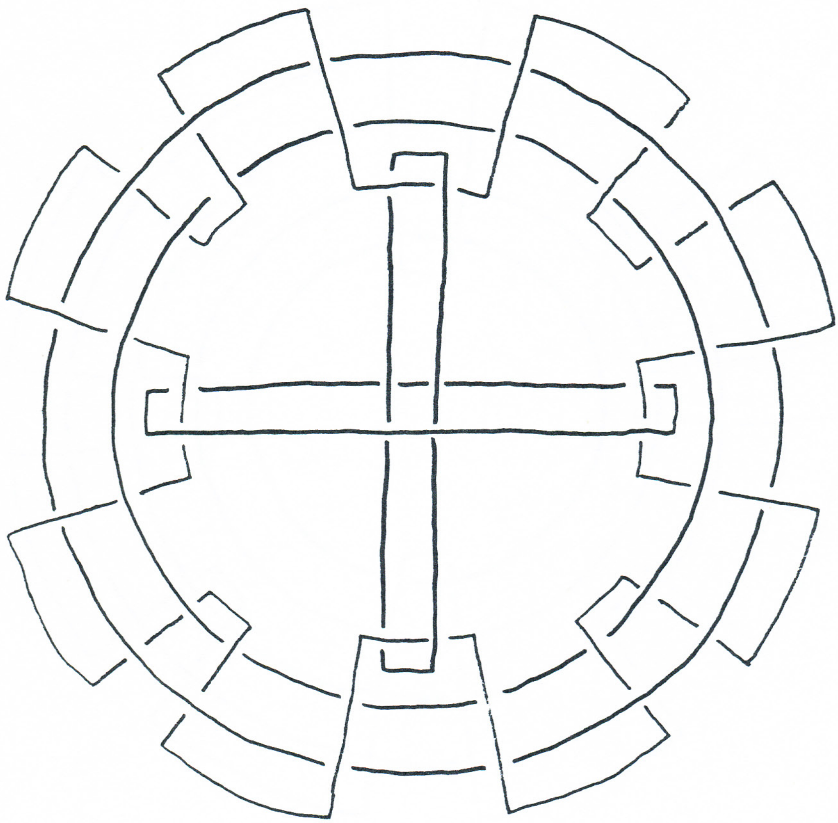

2
1
4
3
ω

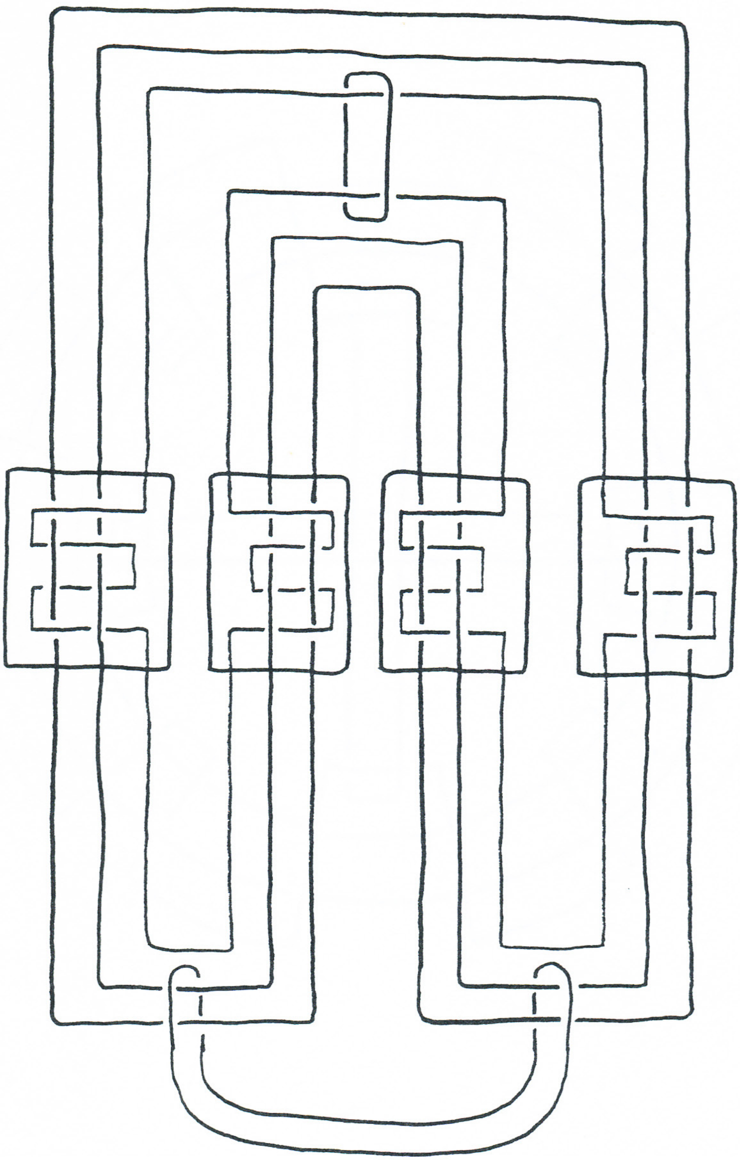

2
1
3
4
ω

LA CHAINE AVEC OMEGA A CINQ CERCLES, PLUSIEURS PRESENTATIONS









LES CHAINES AVEC OMEGA ET LES CHAINES CORDEENNES

Il s'agit du noeud boroméen avec oméga à cinq ronds. Les cinq ronds sont: oméga, 4, 3, 2, 1. Oméga sera écrit W, W se lit oméga.

Propriété: Le noeud avec oméga à cinq ronds et la corde à cinq ronds sont équivalents par homotopie.

L'équivalence par homotopie est définie dans Milnor(1954). Dans un "noeud-à-l'homotopie-près", un rond n'a pas la même consistance que dans un noeud, un rond peut se traverser lui même.

Autrement dit, le noeud avec oméga à cinq ronds et la corde à cinq ronds définissent le même noeud-à-l'homotopie-près.

L'homotopie peut se réaliser manuellement, mais de cette façon l'équivalence des deux noeuds n'est pas évidente. Par contre cette équivalence est calculable selon les calculs de Goldsmith(1973) ou selon les calculs de Milnor(1954).

Il y a une présentation qui est propice à ces calculs, c'est la présentation en tresse, la présentation en "entrelac". Dans une des pages suivantes il y a des présentations en entrelac du noeud avec oméga à cinq ronds et de la corde à cinq ronds. (La première définition du noeud avec oméga, c'est par sa présentation en entrelac).

Cette propriété n'est pas une propriété isolée, comme on va le voir. Mais ce qui suit n'est pas suffisament défini et démontré. Les problèmes de définition et de démonstration sont renvoyés à la fin.

Le genre corde et le genre oméga

Une corde peut être obtenue, à partir d'un noeud initial, par l'application répétée d'une même opération. Cette opération sera appellée ici: L'opération-du-rond-en--plus-genre-corde. Elle est définie dans une des pages suivantes comme "l'opération du rond en plus numéro 103".

Le noeud avec oméga à cinq ronds peut être obtenu, à partir d'un noeud initial, par l'application répétée d'une même opération. Cette opération sera appelée ici: L'opération-du-rond-en-plus-genre-oméga. Elle est présentée sous deux formes dans les pages suivantes, comme "l'opération du rond en plus numéro 101", et comme "l'opération du brin en plus numéro 105".

Le noeud avec oméga à cinq ronds peut être obtenu, à partir d'un noeud initial dont les ronds sont (oméga et 4), par trois applications successives de l'opération--du-rond-en-plus-genre-oméga qui fournissent successivement des noeuds dont les ronds sont (oméga et 4 et 3) puis (oméga et 4 et 3 et 2) et enfin (oméga et 4 et 3 et 2 et 1). Ce qui fait que la numérotation inverse serait plus naturelle.

Ces deux opérations du rond en plus ont en commun que: à partir d'un noeud boroméen, elles fournissent un autre noeud boroméen qui a les mêmes ronds et un autre rond en plus.

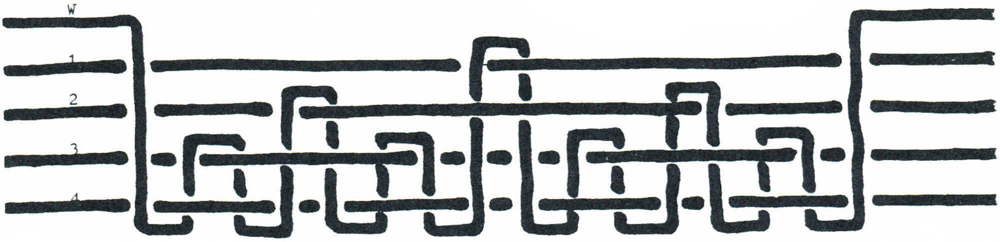
Ces deux opérations du rond en plus ont quelque chose d'autre en commun:
Elles sont égales à l'homotopie près. Ce qui veut dire que: appliquées au même noeud de départ, elles fournissent des noeuds équivalents par homotopie. Plus précisément,
-elles sont compatibles chacune avec l'homotopie, c'est à dire qu'elles définissent chacune une opération du rond en plus pour les noeuds-à-l'homotopie-près, et
-elles définissent la même opération du rond en plus pour les noeuds-à-l'homotopie-près.

Qu'est ce qui les différencie? Voici une différence.

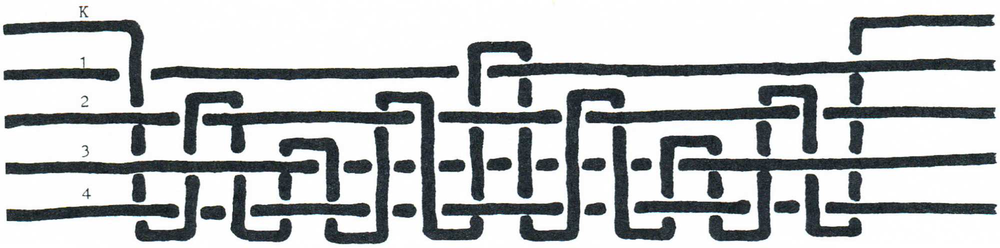
Ca se voit, non pas sur ces opérations, mais sur d'autres opérations dont elles dérivent. Ces opérations sont des opérations unaires. Elles dérivent de compositions qui sont des opérations binaires. C'est comme l'opération unaire (augmenter un nombre de 1) qui dérive de la composition binaire (ajouter deux nombres). Voir dans les pages suivantes: 101 dérive de 100, 103 dérive de 102, 105 dérive de 104.

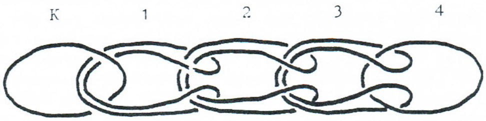
La différence, c'est que: la composition binaire dont dérive l'opération-du-rond--en-plus-genre-corde est symétrique, alors que la composition binaire dont dérive l'opération-du-rond-en-plus-genre-oméga n'est pas symétrique.

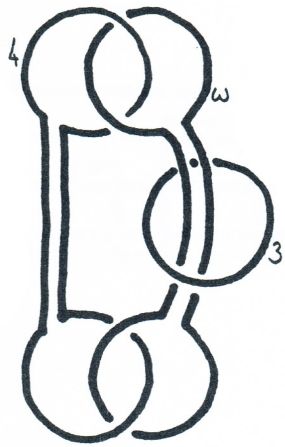
LA TRESSE-ENTRELAC AVEC W A CINQ RONDS



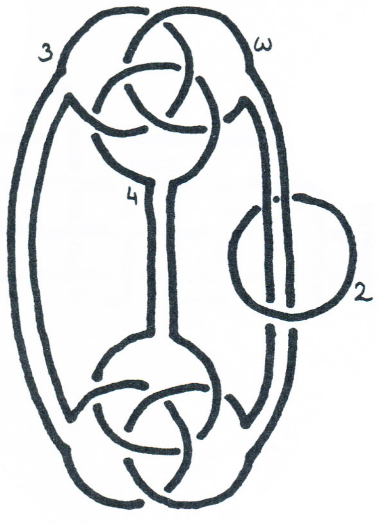
PRESENTATION EN TRESSE-ENTRELAC DE LA CORDE DE CINQ RONDS

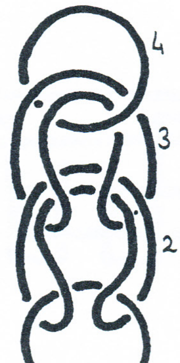


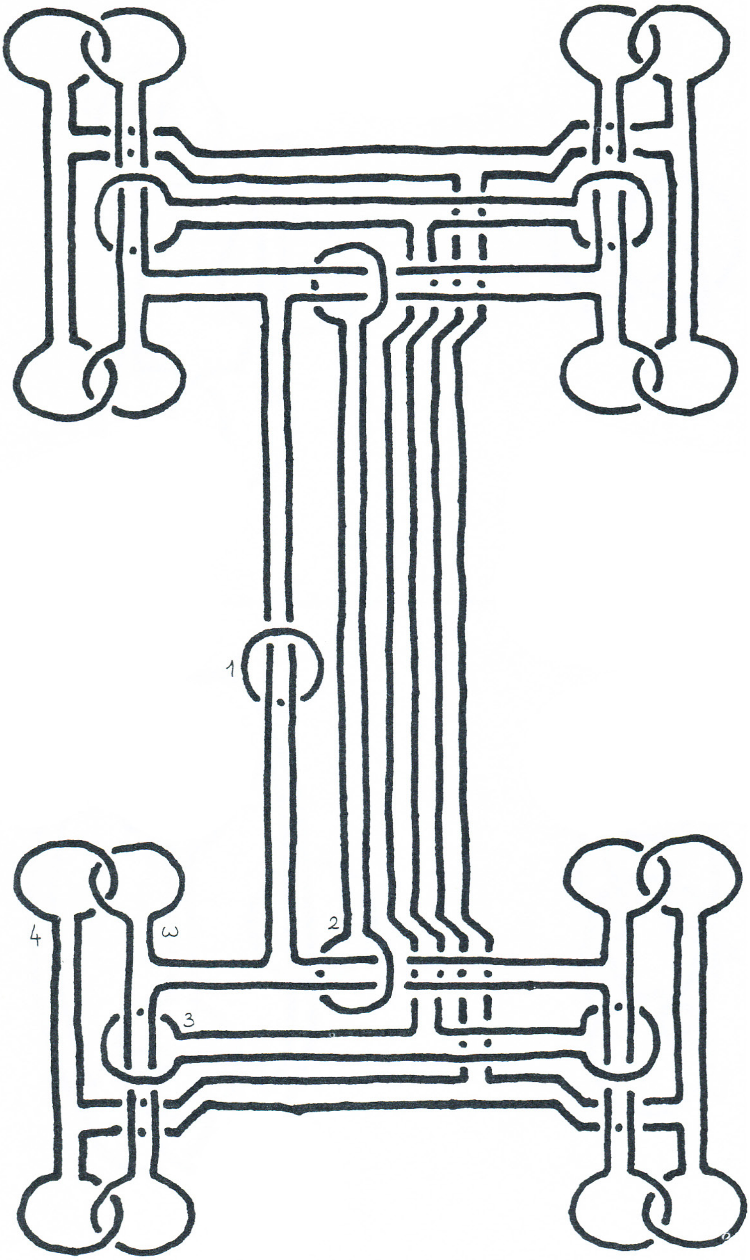



4
ω
3

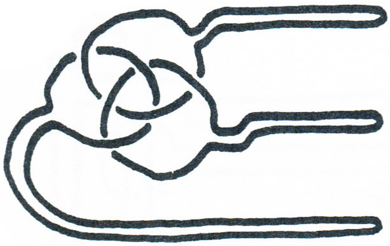

ω
4
3


3
ω
4
2


4
3
2
ω


1
2
4
ω
3

LE NOEUD ETIRE



Exemple de (noeud à trois ronds étiré)

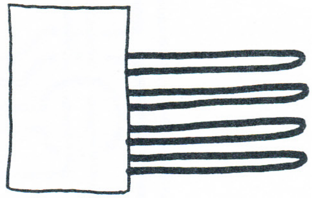
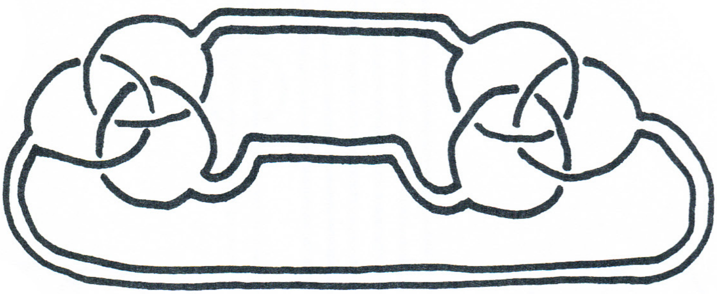
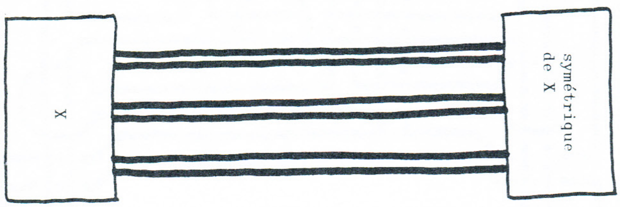


Schéma de
(noeud à quatre ronds étiré)

Le raccord d'un noeud étiré et de son symétrique:

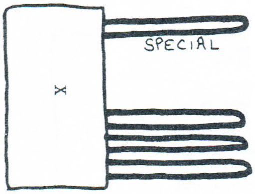




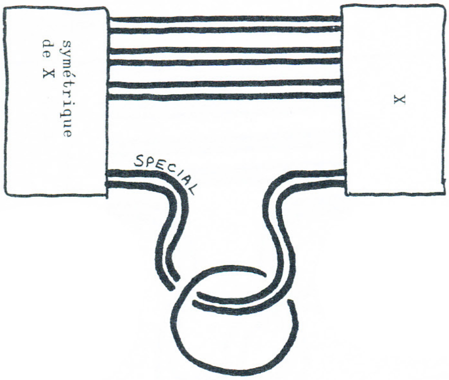
Le noeud résultant du raccord d'un noeud étiré et de son symétrique
est un noeud neutre, c'est à dire plusieurs ronds indépendants.

L'opération du rond en plus numéro 101

Voici X. C'est un (noeud dont un rond est spécial, étiré).
X a (n+1) ronds, n=3 .



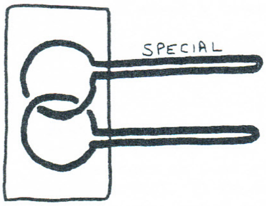
Opération du rond en plus à partir de X:



Le résultat de l'opération du rond en plus est un (noeud dont un rond est spécial). C'est un noeud à (n+1+1) ronds, n+1=4 .

Propriété: Si le noeud de départ est boroméen, alors le noeud d'arrivée est boroméen.

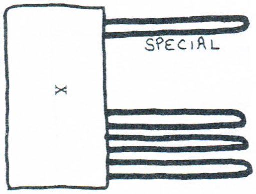
L'opération du rond en plus 101 est un cas particulier de la composition 100. Le résultat du rond en plus appliqué à X, c'est la même chose que le composé de X et du (noeud dont un rond est spécial, étiré) à (1+1) ronds, dessiné ci dessous:



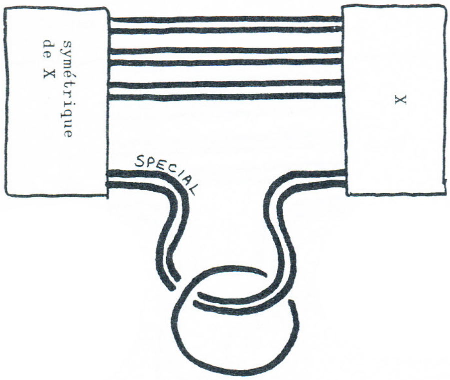
Problème: Cette opération du rond en plus est non homogène, au sens suivant: Le noeud de départ et le noeud d'arrivée ne sont pas de même espèce. Le noeud de départ est un (noeud dont un rond est spécial, étiré). Le noeud d'arrivée est un (noeud dont un rond est spécial). Il faudrait que cette opération du rond en plus soit homogène, c'est à dire qu'elle définisse un étirement du noeud d'arrivée.

L'opération du rond en plus numéro 101

Voici X. C'est un (noeud dont un rond est spécial, étiré).
X a (n+1) ronds, n=3 .



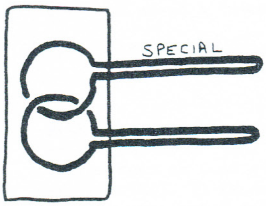
Opération du rond en plus à partir de X:



Le résultat de l'opération du rond en plus est un (noeud dont un rond est spécial). C'est un noeud à (n+1+1) ronds, n+1=4 .

Propriété: Si le noeud de départ est boroméen, alors le noeud d'arrivée est boroméen.

L'opération du rond en plus 101 est un cas particulier de la composition 100. Le résultat du rond en plus appliqué à X, c'est la même chose que le composé de X et du (noeud dont un rond est spécial, étiré) à (1+1) ronds, dessiné ci dessous:



Problème: Cette opération du rond en plus est non homogène, au sens suivant: Le noeud de départ et le noeud d'arrivée ne sont pas de même espèce. Le noeud de départ est un (noeud dont un rond est spécial, étiré). Le noeud d'arrivée est un (noeud dont un rond est spécial). Il faudrait que cette opération **du** rond en plus soit homogène, c'est à dire qu'elle définisse un étirement du noeud d'arrivée.

Le noeud dont un rond est spécial et orienté

Soit un noeud dont un rond a été distingué, c'est le rond spécial. Ce rond spécial est orienté et non noué sur lui même.

Alors,

Postulat: Il y a une et une seule façon de présenter le noeud comme chaine du rond spécial et d'un tore, tous les autres ronds étant à l'intérieur du tore.

C'est la présentation "en rond spécial et tore".

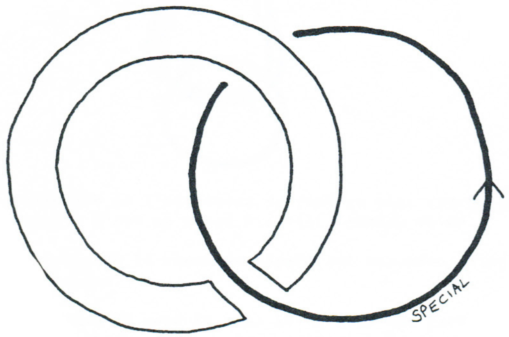
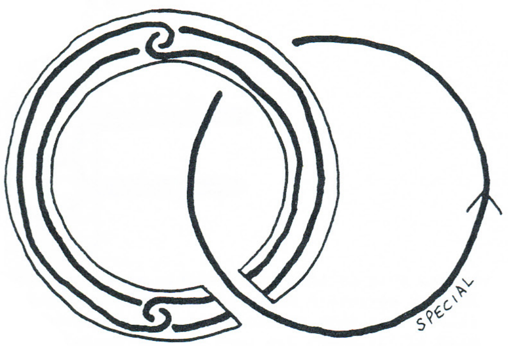


schéma de la
présentation
"en rond spécial et tore"

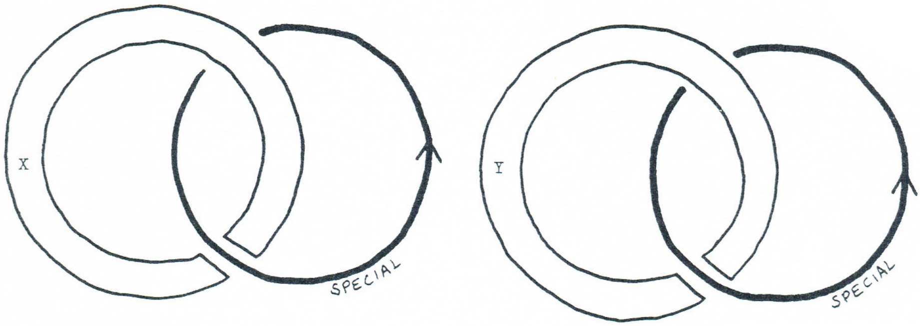


exemple de
présentation
"en rond spécial et tore"

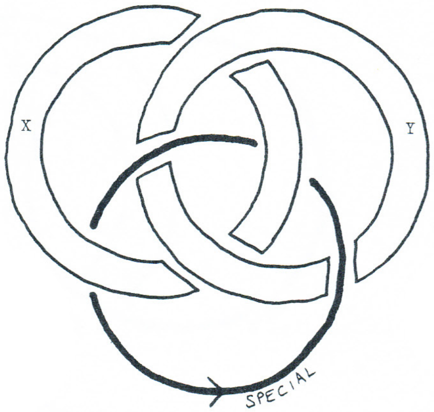
Il s'agit du
noeud boroméen.

La composition numéro 102

Voici X et Y. Ce sont des(noeuds dont un rond est spécial, et orienté).
X a (n+1) ronds. Y a (m+1) ronds.
Ils ont la présentation "en rond spécial et tore".



Composition de X et de Y:



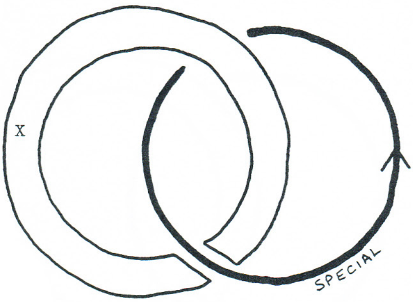
Le résultat de la composition est un (noeud dont un rond est spécial et orienté).
C'est un noeud à (n+m+1) ronds.
Tel qu'il est dessiné, il n'est pas en présentation "en rond spécial et tore".

Propriété: Si les composants sont boroméens, alors le composé est boroméen.

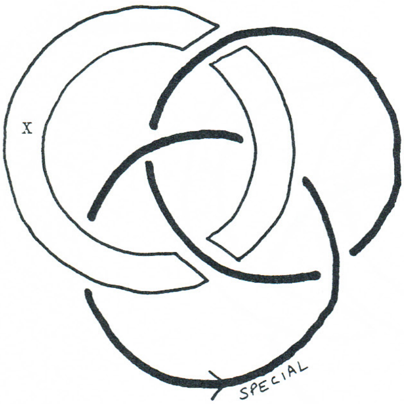
Cette composition est homogène au sens suivant: les composants et le composé sont de même espèce. Ce sont tous des noeuds dont un rond est spécial et orienté.

L'opération du rond en plus numéro 103

Voici X. C'est un(noeud dont un rond est spécial et orienté).
X a (n+1) ronds.
Il a la présentation "en rond spécial et tore".



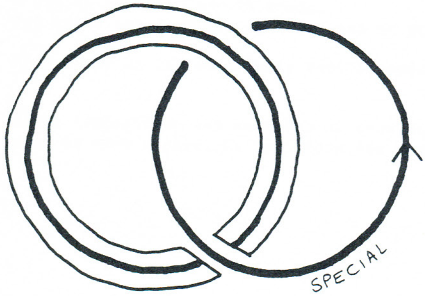
Opération du rond en plus à partir de X:



Le résultat de l'opération du rond en plus est un (noeud dont un rond est spécial et orienté). C'est un noeud à (n+1+1) ronds. Tel qu'il est dessiné, il n'est pas en présentation "en rond spécial et tore".

Propriété: Si le noeud de départ est boroméen, alors le noeud d'arrivée est boroméen.

L'opération du rond en plus 103 est un cas particulier de la composition 102.
Le résultat de l'opération du rond en plus appliquée à X, c'est la même chose que le composé de X et du (noeud dont un rond est spécial et orienté) dessiné en bas à gauche.

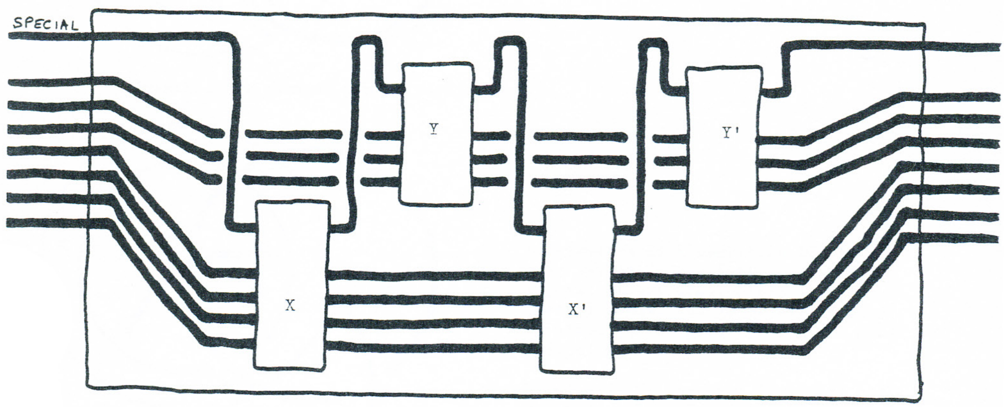


Cette opération du rond en plus est homogène au sens suivant:
Le noeud de départ et le noeud d'arrivée sont de même espèce.
Ce sont tous des (noeud dont un rond est spécial et orienté).

La composition numéro 104

Voici X et Y. Ce sont des (tresse dont un brin est spécial).
X a (n+1) brins, n=4 . Y a (m+1) brins, m=3 .

Composition de X et de Y:



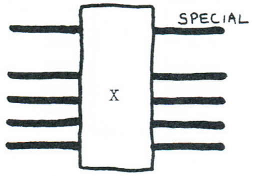
Le résultat de la composition est une (tresse dont un brin est spécial).
C'est une tresse à (n+m+1) brins, n+m=7 .

Propriété: Si les composants sont des tresses boroméennes, alors le composé est une tresse boroméenne.

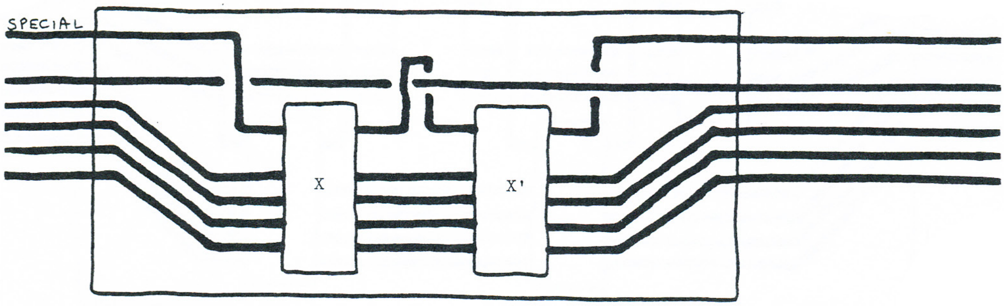
Cette composition est homogène au sens suivant: les composants et le composé sont de même espèce. Ce sont tous des (tresse dont un brin est spécial).

L'opération du brin en plus numéro 105

Voici X. C'est une (tresse dont un brin est spécial).
C'est une tresse à (n+1) brins, n=4 .



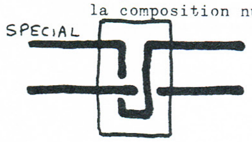
Opération du brin en plus à partir de X:



Le résultat de l'opération du brin en plus est une (tresse dont un brin est spécial). C'est une tresse à (n+1+1) brins, n+1=5 .

Propriété: Si la tresse de départ est boroméenne, alors la tresse d'arrivée est boroméenne.

L'opération du brin en plus numéro 105 est un cas particulier de la composition numéro 104. Le résultat de l'opération du brin en plus appliquée à X, c'est la même chose que le composé de X et de la (tresse dont un brin est spécial) à (1+1) brins dessinée ci contre.



Cette opération du brin en plus est homogène au sens suivant: la tresse de départ et la tresse d'arrivée sont de même espèce. Ce sont tous des (tresse dont un brin est spécial).

Problèmes de définition et de démonstration

Toutes les opérations dont il est question fonctionnent sur des noeuds dont un rond est spécial ou sur des tresses dont un brin est spécial. Le rond spécial est un rond comme un autre. Dans le cas de 102 et 103, le rond spécial est assujetti à ne pas être noué sur lui même. Voir le postulat.
Toutes les opérations dont il est question fonctionnent sur des noeuds orientés. Ceci a été esquivé dans les pages de dessin.

Problème de définition pour le genre oméga:
Les opérations genre oméga fonctionnent sur des noeuds étirés. Il y a de multiples façons d'étirer un noeud. Pour que les opérations genre oméga soient itérables, sans introduire à chaque étape un arbitraire d'étirement, il faut qu'elles fournissent un noeud étiré.
C'est à celà que servent les tresses, c'est une façon d'obtenir un noeud étiré à partir de noeuds étirés.
Il faudrait se débarasser des tresses, et pour celà définir les opérations genre oméga de façon qu'elles fournissent des noeuds étirés à partir de noeuds étirés.

La composition binaire dont dérive l'opération-du-rond-en-plus-genre-corde est symétrique:
Ce n'est pas exactement vrai. Elle est symétrique à l'orientation près du rond spécial. Echanger le role des deux composants est équivalent à inverser le sens du rond spécial du composé. Pour être exact, elle n'est pas symétrique, elle est "antisymétrique".

L'homotopie et les calculs d'homotopie sont définis:
pour les noeuds, dans Milnor(1954) "Link groups".
pour les tresses, dans Goldsmith(1973) "Homotopy of braids: in answer to a question of E.Artin".
Dans Milnor, en trois pages du paragraphe 5, il y a un recensement complet de tous les noeuds-à-l'homotopie-près boroméens. Il y a deux opérations, ce sont deux compositions binaires, qui suffisent à engendrer et différencier tous les noeuds-à-l'homotopie-près boroméens. Il manque une présentation qui rendrait commodément utilisable ce recensement.

Les propriétés suivantes sont non démontrées, elles doivent être démontrables avec Milnor et Goldsmith.

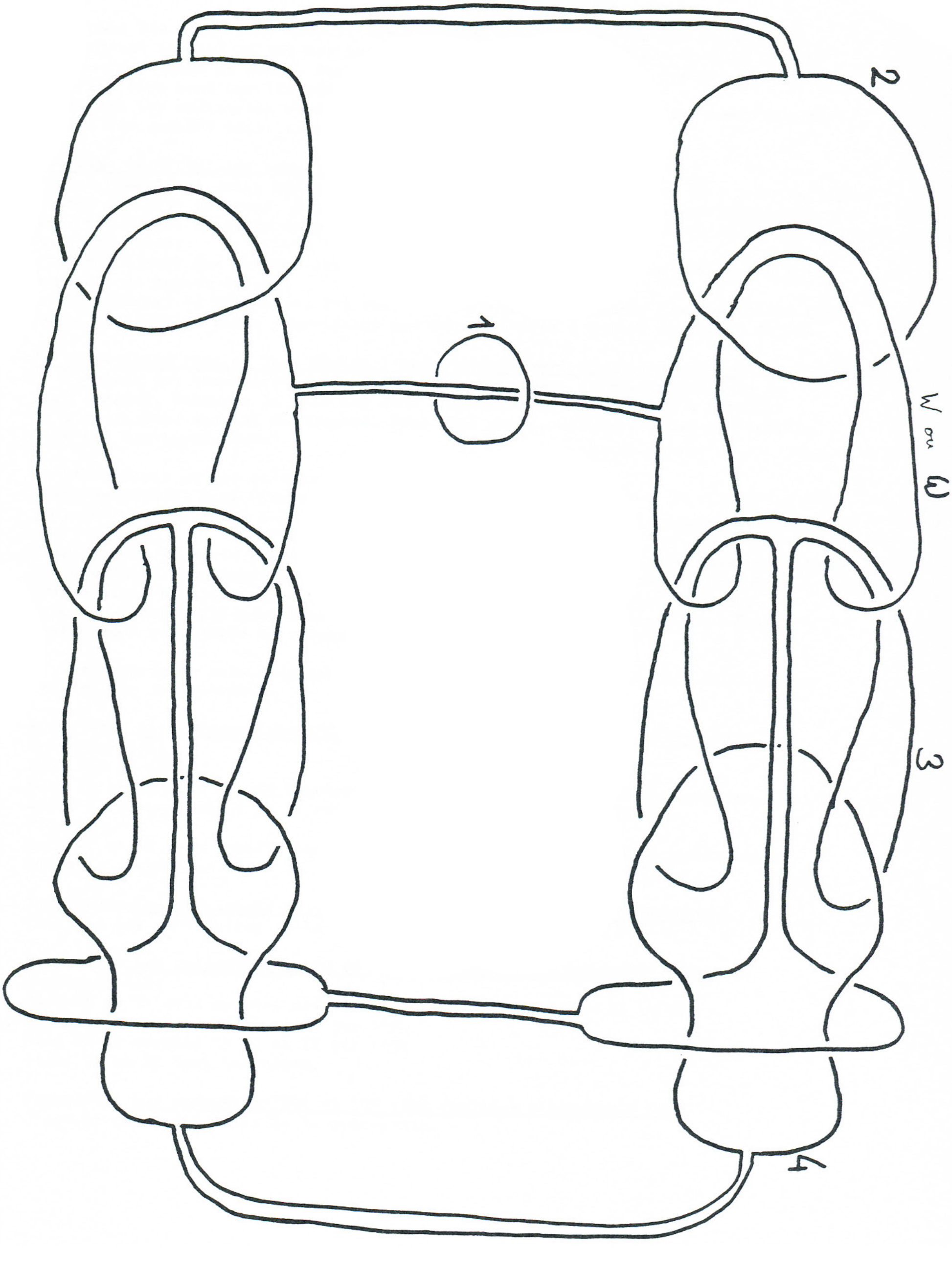
Propriété: Les compositions 100,102,104 sont compatibles avec l'homotopie.
Autrement dit:
Pour 100 et 102,
Soit X1 et X2 deux noeuds homotopes. Soit Y1 et Y2 deux noeuds homotopes.
Alors le composé de X1 et Y1 est homotope au composé de X2 et Y2.
Pour 104,
Soit X1 et X2 deux tresses homotopes. Soit Y1 et Y2 deux tresses homotopes.
Alors le composé de X1 et Y1 est homotope au composé de X2 et Y2.

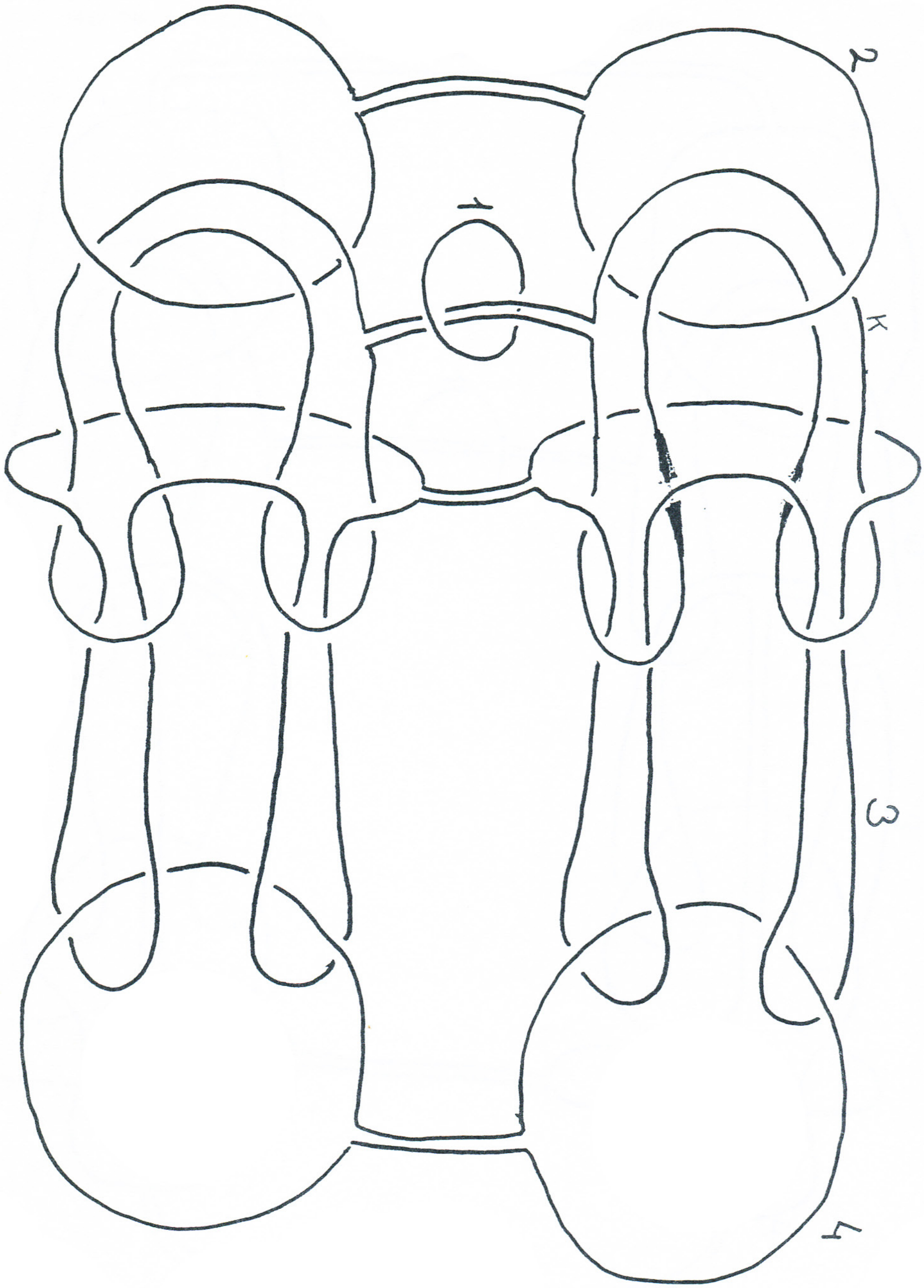
Propriété: Les opérations 101,103,105 sont compatibles avec l'homotopie.
C'est un cas particulier de la précédente.

Propriété: Les compositions 100 et 102 sont égales à l'homotopie près.
Autrement dit:
Soit X1 et Y1 deux noeuds. Soit X2 et Y2 des étirements de X1 et Y1.
Soit Z1 le composé de X1 et Y1 par 102.
Soit Z2 le composé de X2 et Y2 par 100.
Alors Z1 et Z2 sont homotopes.

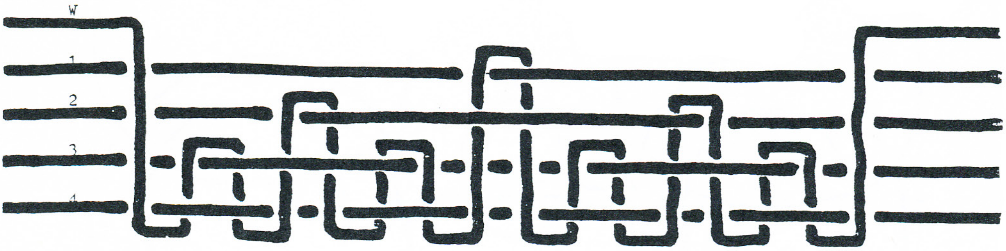
Propriété: Les opérations 101 et 103 sont égales à l'homotopie près.
C'est un cas particulier de la précédente.

DEUX CHAINES A CINQ CONSTRUITES A PARTIR D'UNE CHAINE A QUATRE

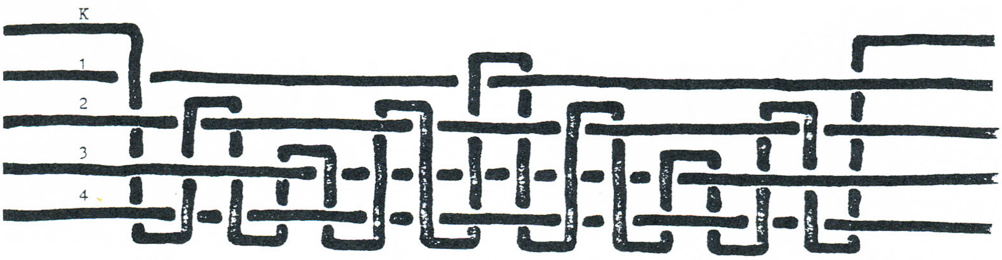


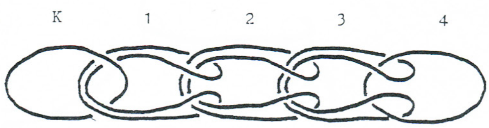


LA TRESSE-ENTRELAC AVEC W A CINQ RONDS

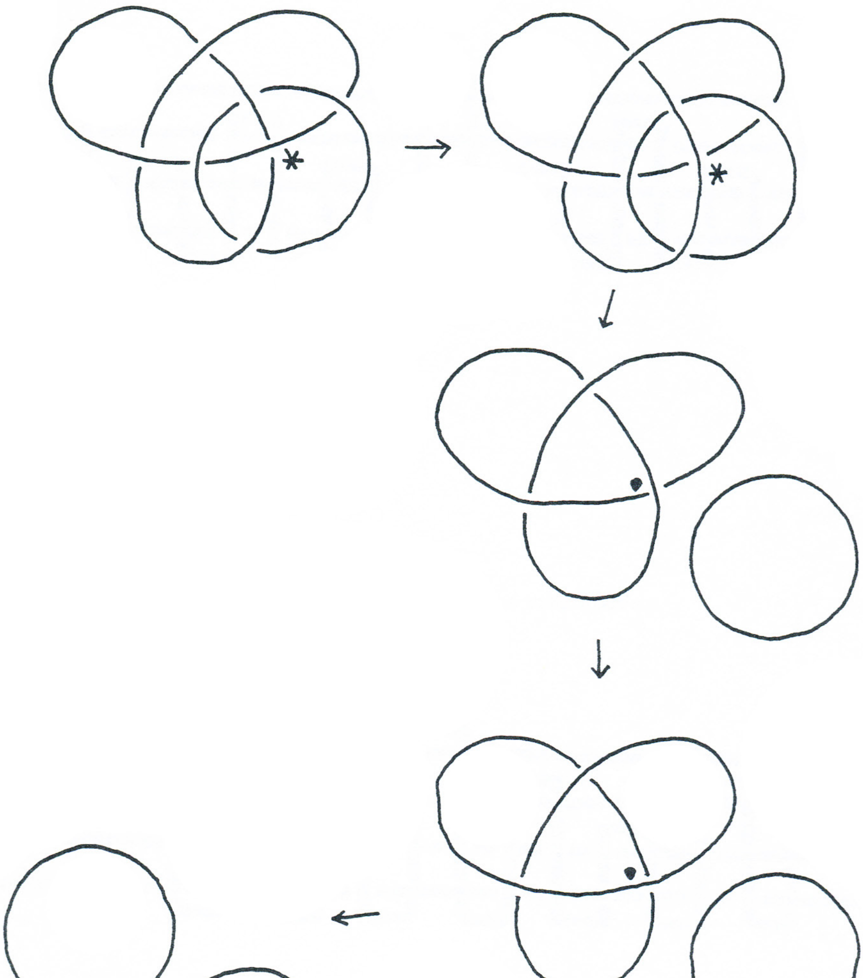


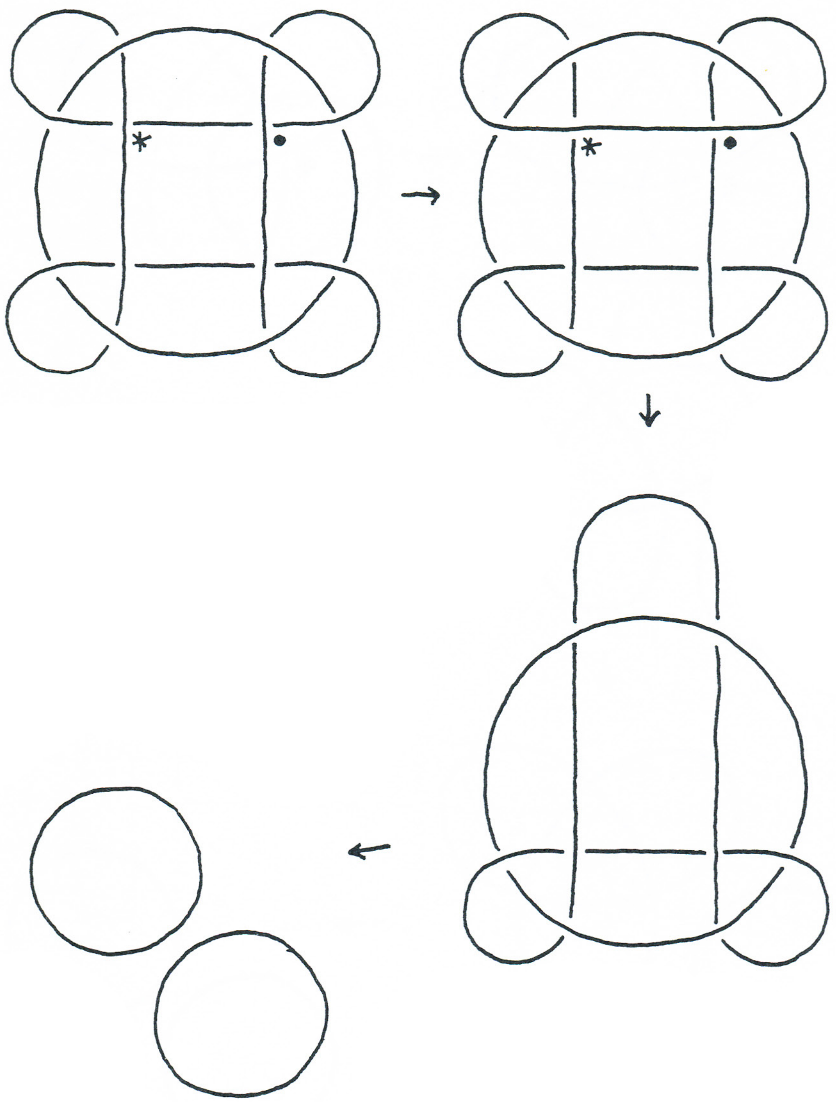
PRESENTATION EN TRESSE-ENTRELAC DE LA CORDE DE CINQ RONDS

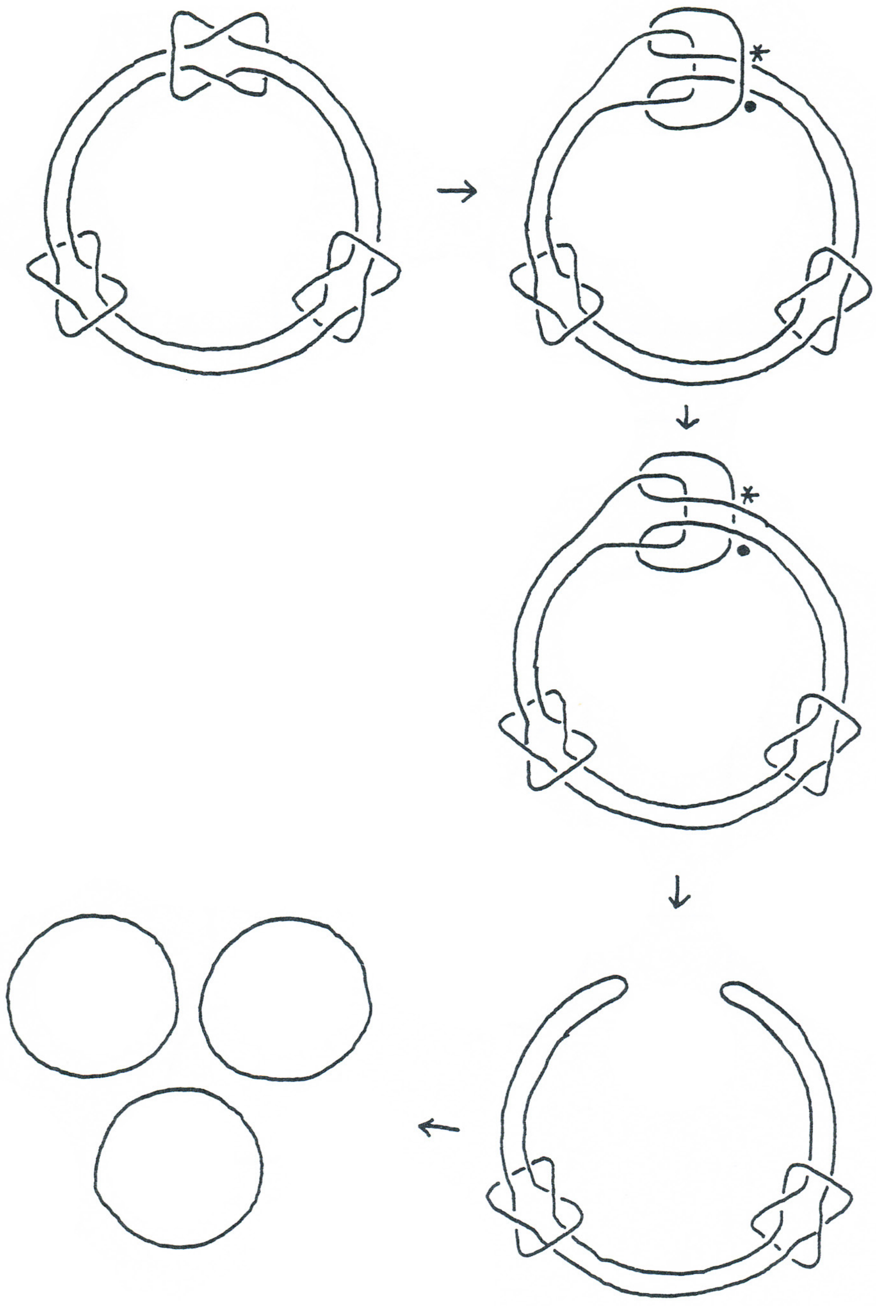


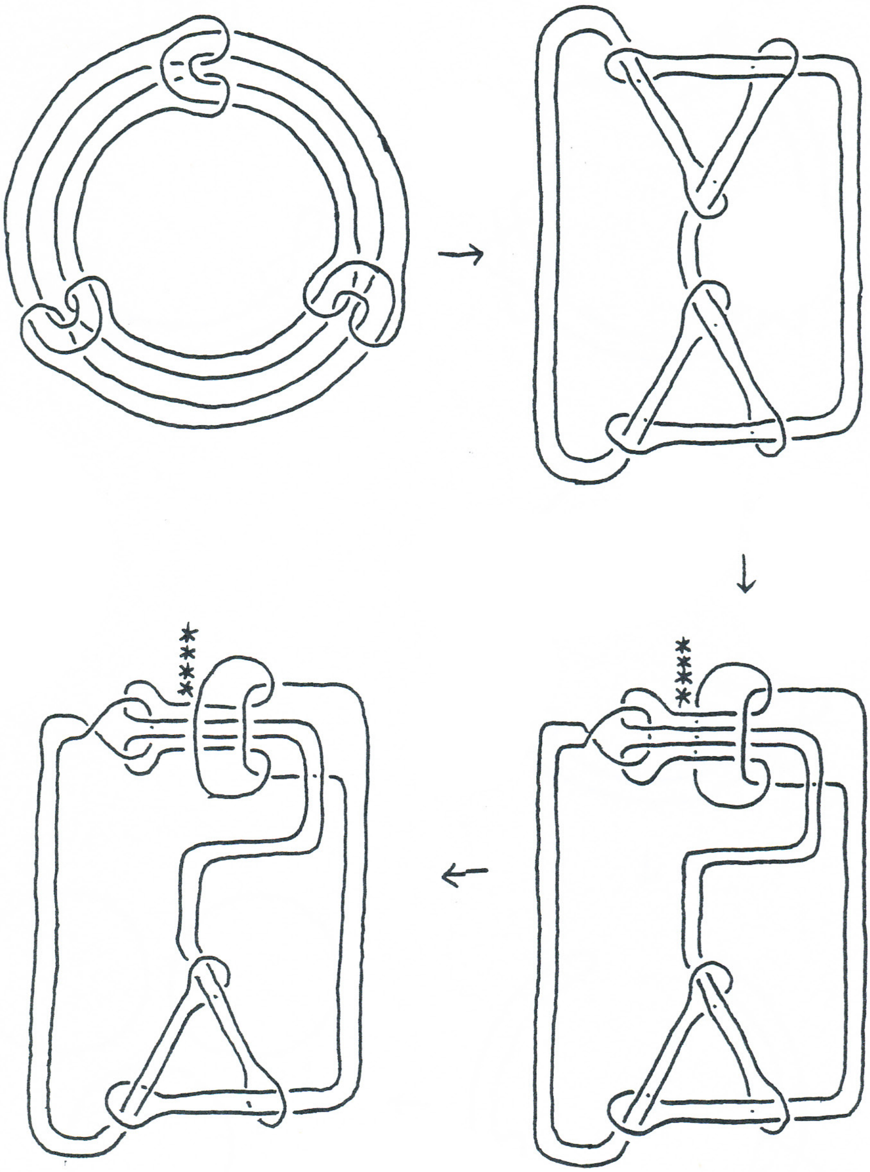


CHAINES HOMOTOPIQUEMENT NEUTRES



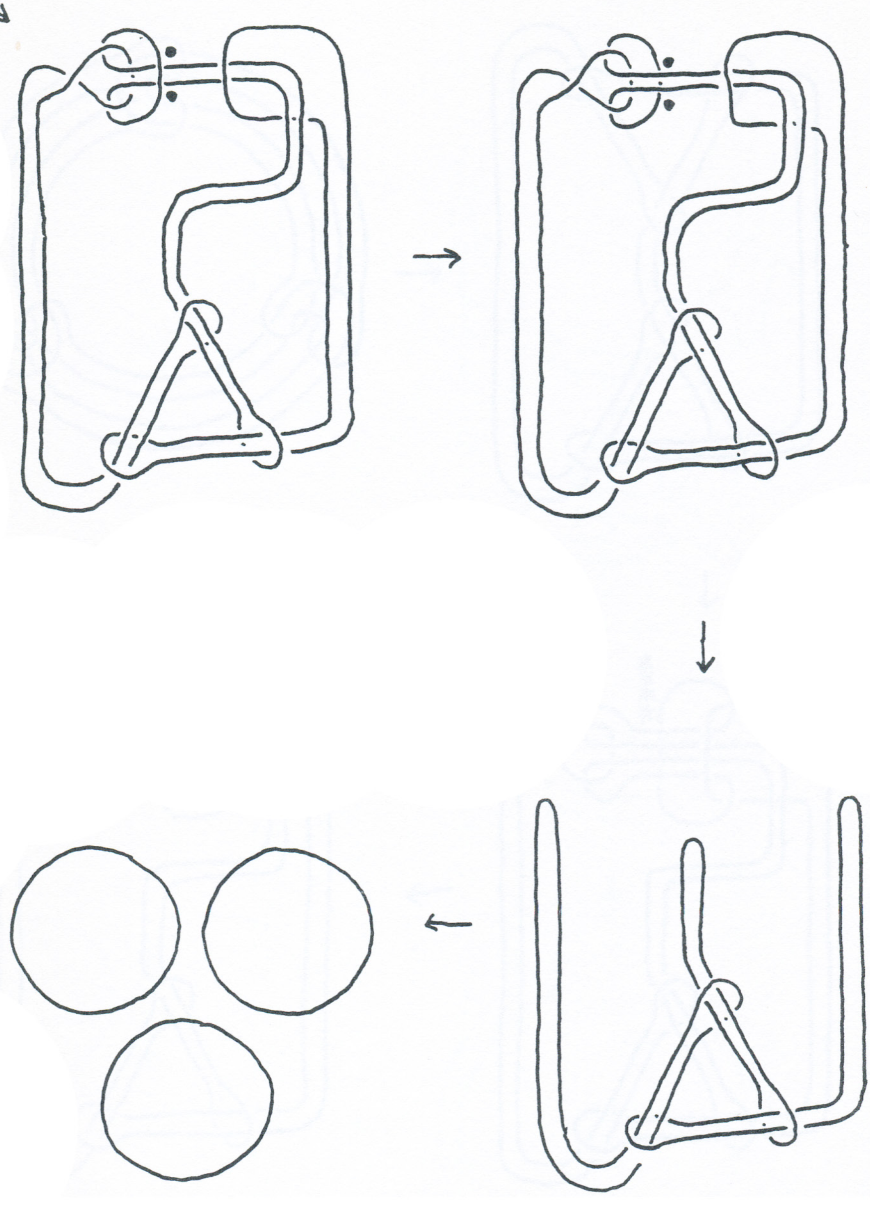






VOIR SUITE

SUITE



texte 38

Plusieurs points de vue sur l'homotopie et de l'homotopie.

Premier point de vue: il y a des chainoeuds qui se dénouent par homotopie.

Soit un chainoeud. De deux choses l'une, ou bien il se dénoue par homotopie, ou bien il ne se dénoue pas par homotopie.

Voici plusieurs façons de formuler. "il se dénoue par homotopie", ou encore "il peut se dénouer si chaque rond peut se traverser lui même", ou encore "il n'est pas noué sans l'auto-obstruction".

Deuxième point de vue: l'équivalence par homotopie entre chainoeuds.

Soit deux chainoeuds. De deux choses l'une, ou bien ils sont équivalents par homotopie, ou bien ils ne sont pas équivalents par homotopie.

Voici plusieurs façons de formuler. "ils sont équivalents par homotopie", ou encore "ils peuvent se transformer l'un dans l'autre si chaque rond peut se traverser lui même", ou encore "ils ne diffèrent que par l'auto-obstruction", ou encore "ils ont même obstruction mutuelle".

Comment s'exprime le premier point de vue à partie du second point de vue? Un chainoeud se dénoue par homotopie si il est équivalent par homotopie à un chainoeud neutre.

Milnor s'exprime dans le deuxième point de vue. Par exemple, il emploie le terme "invariant d'homotopie". Une caractéristique de chainoeud est un "invariant d'homotopie" si elle ne peut pas distinguer deux chainoeuds équivalents par homotopie.

Troisième point de vue: les chaines, un nouveau genre d'objet.

Soit plusieurs chainoeuds équivalents par homotopie. On dira qu'ils sont le même objet, qu'ils définissent le même objet, qu'ils ont le même objet sous jacent.

Comment appeller les objets ainsi définis? "chaine", ou encore "chainoeud-à--l'homotopie-près", ou encore "objet de Milnor", ou encore "objet de pure obstruction mutuelle".

Ce qui a été fait ici, est une pratique établie, le "quotient abstrait". Soit un genre d'objet, et une équivalence définie entre objets. Alors on peut toujours constituer u un nouveau genre d'objet en identifiant les objets équivalents.

A ce stade, c'est façon de parler, c'est pure définition.

Comment s'exprime le deuxième point de vue à partir du troisième point de vue? Deux chainoeuds sont équivalents par homotopie si ils ont même chaine sous jacente. Un invariant d'homotopie d'un chainoeud, c'est une caractéristique de la chaine sous jacente.

Quatrième point de vue: les chaines boroméennes.

Cinquième point de vue: le système des chaines boroméennes.

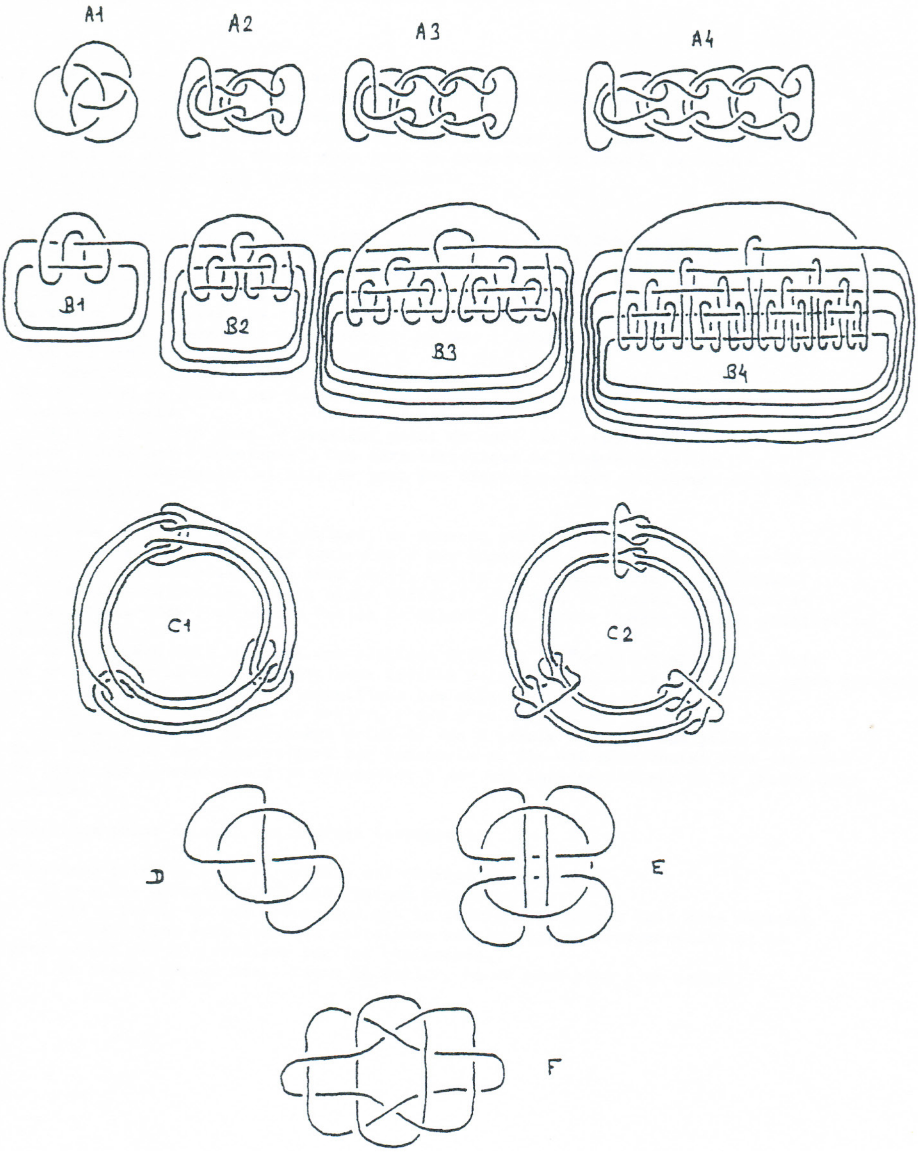
Il y a des opérations sur les chaines boroméennes.

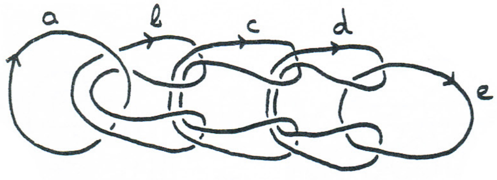
C'est à partir de ces opérations que le résultat de Milnor doit être exprimé.

Ces opérations sont bien des opérations sur les chaines boroméennes, et ne proviennent pas d'opérations sur les chainoeuds.

A ce stade, ce qui était façon de parler, on ne peut plus s'en passer.

ENCHAINEMENTS PLUS OU MOINS SUBTILS





K(abcde)

La corde à cinq ronds

— Ses invariances
— Sa place dans HB5 , le groupe des noeuds-à-l'homotopie-près boroméens à cinq ronds .
— Ses index de Milnor

Les invariances de la corde à cinq ronds

$$
\begin{aligned}
K(a\,b\,c\,d\,e) &= K(b\,a\,c\,e\,d)\\
&= K(d\,e\,c\,b\,a)\\
&= K(e\,d\,c\,a\,b)\\
&= K(a\,b\,c\,d\,e)
\end{aligned}
$$

Les anti-invariances de la corde à cinq ronds

$$
\begin{aligned}
K(a\,b\,c\,d\,e) &= K'(e\,d\,c\,b\,a)\\
&= K'(a\,b\,c\,e\,d)\\
&= K'(b\,a\,c\,d\,e)\\
&= K'(d\,e\,c\,a\,b)
\end{aligned}
$$

$$K(a\,b\,c\,d\,e) = K'(e\,d\,c\,b\,a)$$

$$K(a\,b\,c\,d\,e) = K'(a\,b\,c\,e\,d)$$

$$K(a\,b\,c\,d\,e) \cdot K(a\,b\,d\,e\,c) \cdot K(a\,b\,e\,c\,d) = 1$$

Ces trois formules suffisent
pour faire les calculs dans HB5
sur la corde à cinq ronds

$$
\begin{aligned}
K(a\,b\,c\,d\,e) &= K'(a\,c\,d\,e\,b) \cdot K(a\,c\,e\,d\,b) \cdot K(a\,d\,e\,c\,b) \cdot K'(a\,e\,d\,c\,b) \\
&= K(b\,c\,d\,e\,a) \cdot K'(b\,c\,e\,d\,a) \cdot K'(b\,d\,e\,c\,a) \cdot K(b\,e\,d\,c\,a) \\
&= K'(d\,a\,b\,c\,e) \cdot K(d\,b\,a\,c\,e) \cdot K(d\,c\,a\,b\,e) \cdot K'(d\,c\,b\,a\,e) \\
&= K(e\,a\,b\,c\,d) \cdot K'(e\,b\,a\,c\,d) \cdot K'(e\,c\,a\,b\,d) \cdot K(e\,c\,b\,a\,d) \\
&= K'(a\,b\,d\,e\,c) \cdot K(a\,b\,e\,d\,c) \\
&= K'(c\,d\,e\,b\,a) \cdot K(c\,e\,d\,b\,a) \\
&= K(b\,a\,d\,e\,c) \cdot K'(b\,a\,e\,d\,c) \\
&= K(c\,d\,e\,a\,b) \cdot K'(c\,e\,d\,a\,b) \\
&= K(c\,a\,b\,e\,d) \cdot K'(c\,b\,a\,e\,d) \\
&= K(d\,e\,a\,b\,c) \cdot K'(d\,e\,b\,a\,c) \\
&= K'(c\,a\,b\,d\,e) \cdot K(c\,b\,a\,d\,e) \\
&= K'(e\,d\,a\,b\,c) \cdot K(e\,d\,b\,a\,c) \\
&= K(a\,b\,c\,d\,e) \\
&= K'(e\,d\,c\,b\,a) \\
&= K(b\,a\,c\,e\,d) \\
&= K'(d\,e\,c\,a\,b) \\
&= K'(a\,b\,c\,e\,d) \\
&= K(d\,e\,c\,b\,a) \\
&= K'(b\,a\,c\,d\,e) \\
&= K(e\,d\,c\,a\,b)
\end{aligned}
$$

Les vingt décompositions correspondant aux vingt couples d'extrémités

Les 120 index de Milnor
de la corde à cinq ronds.

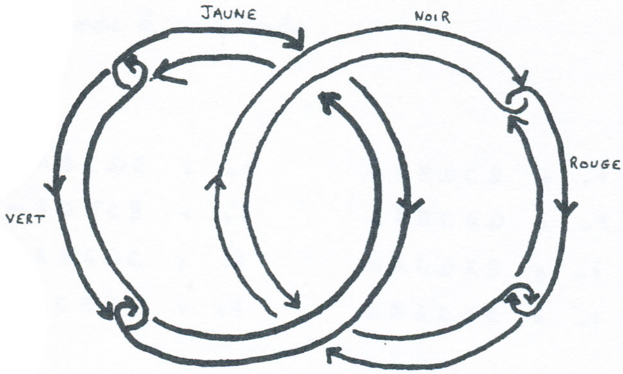
m A B C D E	= +1	m A E D C B	= −1
m A D E C B	= +1	m A B C E D	= −1
m A B E D C	= +1	m A C D E B	= −1
m A C E D B	= +1	m A B D E C	= −1
m A B D C E	= 0	m A E C D B	= 0
m A B E C D	= 0	m A D C E B	= 0
m A C B D E	= 0	m A E D B C	= 0
m A C B E D	= 0	m A D E B C	= 0
m A D B C E	= 0	m A E C B D	= 0
m A D B E C	= 0	m A C E B D	= 0
m A D C B E	= 0	m A E B C D	= 0
m A E B D C	= 0	m A C D B E	= 0

Formules :

$m\,x\,y\,z\,t\,u = m\,y\,z\,t\,u\,x$

$m\,x\,y\,z\,t\,u = -m\,x\,u\,t\,z\,y$

LA CORDE DE QUATRE RONDS COLOREE ORIENTEE, SES INDEX DE MILNOR

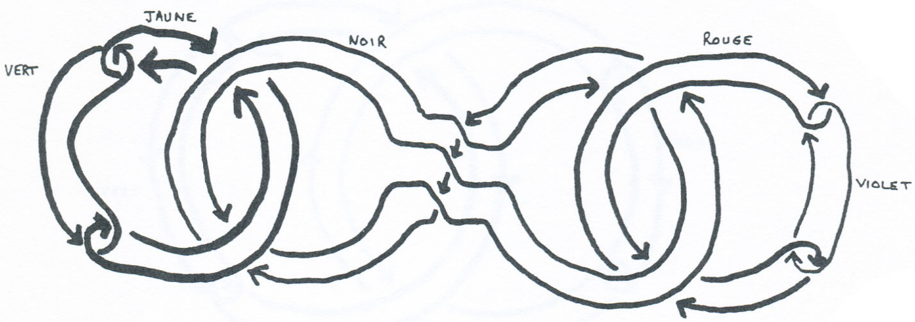


$$\mu(\text{noir}, \text{rouge}, \text{vert}, \text{jaune}) = \mu(\text{rouge}, \text{noir}, \text{jaune}, \text{vert}) = +1$$

$$\mu(\text{noir}, \text{rouge}, \text{jaune}, \text{vert}) = \mu(\text{rouge}, \text{noir}, \text{vert}, \text{jaune}) = -1$$

$$\mu(\text{noir}, \text{jaune}, \text{rouge}, \text{vert}) = \mu(\text{noir}, \text{vert}, \text{rouge}, \text{jaune}) = 0$$

LA CORDE DE CINQ RONDS COLOREE ORIENTEE, SES INDEX DE MILNOR



$$\begin{cases} \mu(\text{noir}, \text{rouge}, \text{violet}, \text{vert}, \text{jaune}) = +1 \\ \mu(\text{noir}, \text{vert}, \text{jaune}, \text{violet}, \text{rouge}) = +1 \\ \mu(\text{noir}, \text{jaune}, \text{vert}, \text{rouge}, \text{violet}) = +1 \\ \mu(\text{noir}, \text{violet}, \text{rouge}, \text{jaune}, \text{vert}) = +1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu(\text{noir}, \text{rouge}, \text{violet}, \text{jaune}, \text{vert}) = -1 \\ \mu(\text{noir}, \text{vert}, \text{jaune}, \text{rouge}, \text{violet}) = -1 \\ \mu(\text{noir}, \text{jaune}, \text{vert}, \text{violet}, \text{rouge}) = -1 \\ \mu(\text{noir}, \text{violet}, \text{rouge}, \text{vert}, \text{jaune}) = -1 \end{cases}$$

Les 16 autres circulations correspondant aux 8 autres cercles sont nulles

LE SYSTEME DES CHAINETTES BOROMEENNES

L'échelle des colorations

Termes non définis: "coloration", "différence symétrique". Il est possible de faire la différence symétrique de deux colorations ssi elles ont exactement une couleur commune. Soit x et y deux colorations ayant exactement une couleur commune, alors il est possible de faire leur différence symétrique, leur différence symétrique est notée "x.y" .

"Coloration" est un autre terme pour "ensemble", "couleur" est un autre terme pour "élément". Au sens habituel, il est toujours possible de faire la différence symétrique. Au contraire, ici, la différence symétrique ne peut se faire que pour deux ensembles ayant exactement un élément commun.

La différence symétrique est commutative. La différence symétrique est associative. Autrement dit, soit x y z des colorations telles que: - x et y ont exactement une couleurcommune,- y et z ont exactement une couleur commune, - x et z n'ont rien de commun, alors il est possible de faire la différence symétrique de x et y , leur différence symétrique est désignée par x.y , alors il est possible de faire la différence symétrique de x.y et de z , leur différence symétrique est désignée par (x.y).z , alors il est possible de faire la différence symétrique de y et z , leur différence symétrique est désignée par y.z , alors il est possible de faire la différence symétrique de x et de y.z , leur différence symétrique est désignée par x.(y.z) , alors (x.y).z = x.(y.z) .

Comme on le voit, c'est lourd.

Toutes les structures qui suivent sont des structures au dessus de l'échelle des colorations.

Les échelles de groupes

Termes non définis: "coloration", "différence symétrique", "addition", "opposition", "multiplication", "x-élément". A chaque coloration x est associé le groupe des x-éléments. L'addition, c'est l'addition des groupes, autrement dit, soit x une coloration, soit deux x-éléments, il est possible de les ajouter, et leur somme est un x-élément. Soit A et B deux x-éléments, leur somme est notée "A+B". Soit x et y deux colorations ayant exactement une couleur commune, soit A un x-élément et B un y-élément. Il est possible de faire la différence symétrique de x et y , soit z leur différence symétrique. Alors il est possible de multiplier A et B et leur produit est un z-élément. Leur produit est noté "A.B" . La multiplication est commutative. La multiplication est associative. La multiplication est distributive par rapport à l'addition. Autrement dit: Soit x et y deux colorations ayant exactement une couleur commune. Soit A un x-élément, soit B et B' des y-éléments. Alors il est possible de faire la différence symétrique de x et y , soit z la différence symétrique de x et y . Alors il est possible d'ajouter B et B' , leur somme est désignée par B+B' . Alors il est possible de multiplier A et B ,
leur produit est désigné par A.B , il est possible de multiplier A et B' , leur produit est désigné par A.B' , il est possible de multiplier A et (B+B') , leur produit est désigné par A.(B+B') .
A.B et A.B' sont des z-éléments, il est possible de les ajouter, leur somme est désignée par (A.B)+(A.B') . Alors A.(B+B') est un z-élément. Alors A.(B+B')=(A.B)+(A.B') .
Deux éléments sont opposés ssi ce sont des éléments de même coloration et que leur somme est nulle. La multiplisation est compatible avec l'opposition. Autrement dit: Soit x et y des colorations ayant exactement une couleur commune, alors il est possible de faire leur différence symétrique, soit z leur différence symétrique. Soit A un x-élément, Soit B et B' des y-éléments. Alors il est possible de multiplier A et B, leur produit est désigné par A.B c'est un z-élément. Alors il est possible de multiplier A et B', leur produit est un z-élément et est désigné par A.B' . Alors si B et B' sont opposés, alors A.B et A.B' sont opposés.

page 2

Problème: quels sont les automorphismes d'une échelle de groupes?

Les échelles d'"ensembles avec opposition"

Termes non définis: "coloration", "différence symétrique", "opposition", "multiplication", "x-élément". A chaque coloration x est associé l'"ensemble avec opposition" des x-éléments. Soit x et y deux colorations ayant exactement une couleur commune, soit A un x-élément et B un y-élément, alors il est possible de les multiplier et leur produit est noté A.B . Il est possible de faire la différence symétrique de x et y , soit z leur différence symétrique. A.B est un z-élément. Soit x une coloration, soit A et B deux x-éléments, alors ou bien ils sont opposés ou bien ils ne sont pas opposés. La multiplication est compatible avec l'opposition (voir le paragraphe suivant).
Problème: quels sont les automorphismes d'une échelle d'ensembles avec opposition.

L'échelle de groupes des chainettes boroméennes

Termes non définis: raccordement, enlacement, symétrie, inversion de fil, inversion de sens pour un cercle, x-chainette boroméenne, coloration, différence symétrique.

Les chainettes boroméennes avec les opérations de raccordement et d'enlacement forment une échelle de groupe.

Il y a une involution sur les chainettes boroméennes, c'est: le composé de la symétrie et de l'inversion de fil. Inverser le sens d'un cercle revient au même que faire une symétrie et une inversion de fil. Une chainette boroméenne et sa transformée par une symétrie et une inversion de fil sont opposées.

Problème: quels sont les automorphismes de l'échelle de groupes des chainettes boroméennes.

L'échelle d'ensembles avec opposition des chaines fikéennes

Termes non définis: enlacement, symétrie, inversion de fil, inversion de sens pour un cercle, coloration, différence symétrique, x-chaine fikéenne.

Les chaines fikéennes avec l'opération d'enlacement et l'involution qui est la composée de la symétrie et de l'inversion de fil, forment une échelle d'ensembles avec opposition.

Inverser le sens d'un cercle revient au même que faire une symétrie et une inversion de fil.

Problème: quels sont les automorphismes de l'échelle d'ensembles avec opposition des chaines fiféennes?

Rapport entre l'échelle d'ensembles avec opposition des chaines fikéennes et l'échelle de groupes des chainettes boroméennes

Une chaine désigne une chainette, une chaine boroméenne désigne une chainette boroméenne, une chaine fikéenne est une chaine boroméenne, donc une chaine fikéenne désigne une chainette boroméenne.

La désignation est compatible avec l'enlacement. La désignation est compatible avec l'opposition. La désignation respecte la coloration.

Par des procédés indirects (Milnor) on peut s'assurer que cette désignation est une injection: deux chaines fikéennes différentes désignent des chainettes boroméennes différentes.

page 3

La notation fikéenne

Il y a une notation, la notation fikéenne, qui permet de noter exactement les chaines fikéennes et les chainettes boroméennes. Pour introduire cette notation, elle va être définie séparément, indépendament de son rôle de notation, pour ensuite n'être plus utilisée que comme notation.

Il va y avoir: les schémas fiféens, les fiks et l'échelle d'ensembles avec opposition des fiks, une certaine échelle de groupes engendrée par l'échelle d'ensembles avec opposition des fiks et par une relation. C'est comme un groupe qui est engendré par des générateurs et des relations.

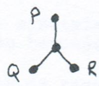
Les schémas fikéens

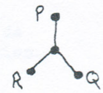
Termes non définis: coloration, différence symétrique, multiplication, x-schéma fikéen, symétrie.

Exemples:

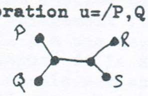
coloration x=/P/; un x-schéma fikéen: 

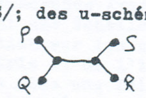
coloration y=/P,Q/; un y-schéma fikéen: 

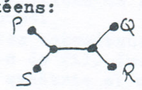
coloration z=/P,Q,R/; deux z-schémas fikéens: 



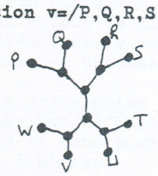
coloration u=/P,Q,R,S/; des u-schémas fikéens:

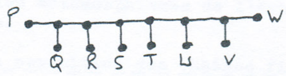






coloration v=/P,Q,R,S,T,U,V,W/; des v-schémas fikéens:



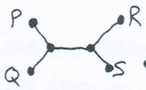


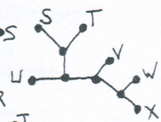
Soit x une coloration. Un x-schéma fikéen, c'est ...

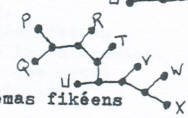
Définition: un graphe plan sans circularité, dont les points ont ou bien une branche ou bien trois branches, et dont les points à une branche sont colorés par les couleurs de x, à chaque couleur correspondant exactement un point à une branche.

La symétrie du plan est un automorphisme des schémas fikéens.

Exemple de multiplication des schémas fikéens:

coloration x=/P,Q,R,S/; A , un x schéma fikéen: 

coloration y=/S,T,U,V,W,X/; B , un y schéma fikéen: 

coloration z=/P,Q,R,T,U,V,W,X/; C , un z-schéma fikéen: 

z=x.y et C=A.B

La symétrie est compatible avec la multiplication.

Problème: y a t il d'autres automorphismes des schémas fikéens que la symétrie.

PREMIERE INTRODUCTION AU CALCUL DES CHAINETTES BOROMEENNES

Lacan parle des chaines boroméennes. A partir de là, ce texte s'intéresse à un article: "Link groups" de Milnor dans la revue "Annals of Mathematics" volume 59 année 1954 pages 177-195 .

Cet article tombe sur la notion de chaine boroméenne. Quel était son problème?

Dans la littérature mathématique actuelle sur les chaines et les noeuds, il y a séparation entre l'objet auquel on s'intéresse et l'objet sur lequel on calcule. L'objet auquel on s'intéresse, ce sont les chaines et les noeuds. L'objet sur lequel on calcule, c'est le "groupe fondamental" et les "lacets".

L'article tend à résorber cette séparation. Voir théorème 3 page 181 . C'est ça le problème de l'article, et c'est à l'occasion de ce problème que l'article tombe sur la notion de chaine boroméenne.

L'objet de l'article, c'est la "chaine HCO". La chaine HCO , c'est une modalité de la chaine. L'objet de ce texte, c'est la chaine HCO . Il ne sera pas question de chaine boroméenne, mais de chaine HCO boroméenne.

L'article donne une "caractérisation" des chaines HCO boroméennes, au sens suivant: -n'importe quelle chaine HCO boroméenne est caractérisée, et -deux chaines HCO boroméennes différentes sont caractérisées différement.

Cette caractérisation est une "caractérisation par engendrement".

Voici l'engendrement. - Le genre d'objet de cet engendrement, ce sont les chaines HCO boroméennes. - La base de cet engendrement, ce sont certaines chaines HCO boroméennes, ce sont les chaines HCO cordéennes. - Cet engendrement a une opération, c'est le raccordement (ou addition). Alors, une "façon d'engendrer", c'est: plusieurs chaines HCO cordéennes, et plusieurs raccordements à partir de ces chaines HCO cordéennes.

Pour que cet engendrement fasse caractérisation, il faut assurer:
- Disposer d'un algorithme qui, à partir de n'importe quelle chaine HCO boroméenne, arrive à une façon de l'engendrer. Autrement dit, disposer d'un algorithme qui, à partir de n'importe quelle chaine HCO boroméenne, arrive à une façon d'engendrer telle que: cette chaine HCO boroméenne est l'arrivée de cette façon d'engendrer.
- Disposer d'un algorithme qui, à partir de deux façons d'engendrer, arrive à savoir si oui ou non elles ont même arrivée.
- Disposer d'une caractérisation des chaines HCO cordéennes.

Dans ce texte, il n'y a pas tout ce qu'il faut. Il y a la définition des chaines HCO boroméennes. Il y a la définition du raccordement (ou addition). Il y a les relations algébriques qui permettent de calculer si oui ou non deux façons d'engendrer ont même arrivée. Il n'y a pas de définition des chaines HCO cordéennes, il n'y a qu'une définition partielle. Il y a une caractérisation des chaines HCO cordéennes qui est suffisante mais insatisfaisante. Il manque surtout un algorithme qui, à partir de n'importe quelle chaine HCO boroméenne, arriverait à une façon de l'engendrer. On trouve de quoi le faire dans l'article.

Ceci était un premier engendrement.

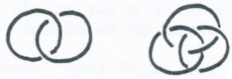
Voici un deuxième engendrement. - Le genre d'objet de cet engendrement, ce sont les chaines HCO boroméennes. - La base de cet engendrement, ce sont les chaines HCO boroméennes correspondant aux deux chaines:

- Cet engendrement a deux opérations: le raccordement (ou addition), et l'enlacement des tores.

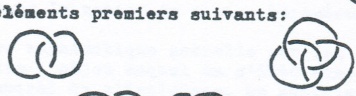
Pour que cet engendrement fasse caractérisation, il faudrait avoir le rapport algébrique des deux opérations. Ca n'est pas fait. Ca serait fait si la conjecture suivante était assurée: "Pour les chaines HCO boroméennes, l'enlacement des tores est distributif par rapport au raccordement (ou addition)".

C'est ça qu'il manque pour assurer la bonne caractérisation, celle par le deuxième engendrement.

L'article permet de prévoir que les chaines HCO (et pas seulement les chaines HCO boroméennes) seront, ce n'est pas fait, réduites algébriquement et combinatoirement aux éléments premiers suivants:



Plus précisément, aux éléments premiers suivants:
-les deux chaines:

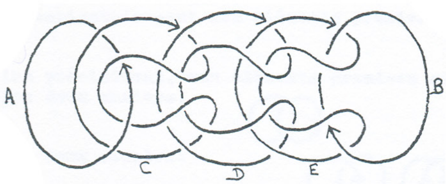


-les deux couples:

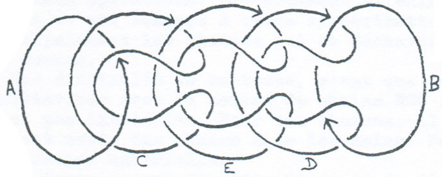

-les deux opérations: raccordement et enlacement des tores.
Qu'est ce qui échappe à cette algébrisation et combinatorisation? Principalement les chaines qui se déchainent par homotopie. Principalement les noeuds.

Une difficulté de ce texte, c'est que ce n'est pas immédiat de se familiariser avec la notion de chaine HCO . Cette notion est commentée, mais n'est pas introduite. Pour les chaines, il y a une réalisation matérielle, on peut avoir une chaine dans les mains. Pour les chaines HCO, pas de réalisation matérielle.

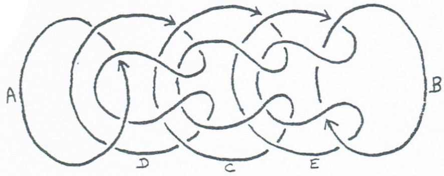
Ce texte manque de définitions et de démonstrations. Ce texte vise à présenter et traduire l'article. Ca n'est que commencé.



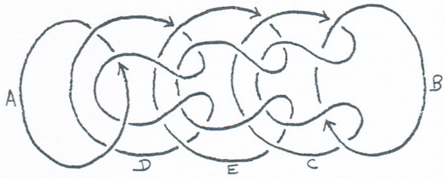
K5(A,C,D,E,B)



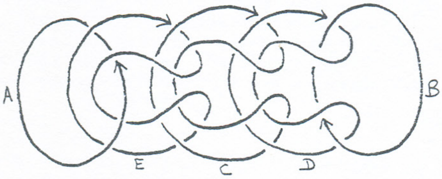
K5(A,C,E,D,B)



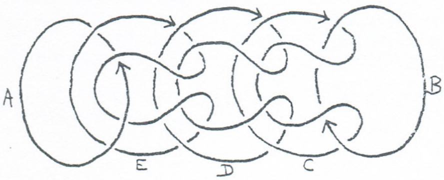
K5(A,D,C,E,B)



K5(A,D,E,C,B)



K5(A,E,C,D,B)



K5(A,E,D,C,B)

colorer avec les cinq couleurs A et B et C et D et E

Annexe: Le raccordement.

Le raccordement est une construction sur les chaines colorées orientées. Cette construction est ici définie dans le cas général. Ce cas général sera abandonné au profit d'un cas spécial, le cas des chaines colorées orientées alhomotopieprès boroméennes. Ce cas général ne servira qu'à définir le cas spécial. Ce cas général n'aura été qu'un auxilliaire provisoire.

Un raccordement part de deux chaines colorées orientées, et arrive à une chaine colorée orientée. Les chaines de départ et la chaine d'arrivée ont même coloration et même polarisation des couleurs.

Le raccordement est ici défini par sept exemples de raccordement, figurés par sept dessins.

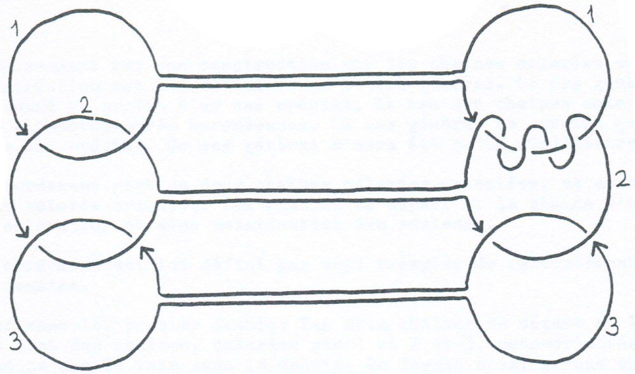
Premier exemple, premier dessin: Les deux chaines de départ et la chaine d'arrivée sont des chaines, colorées par 1 et 2 et 3, mono-orientées. On peut le voir ou ne pas le voir dans le dessin. Le dessin n'est qu'une chaine, aplatie, colorée par 1 et 2 et 3, mono-orientée.

Comment faire un raccordement?
Soit x une coloration polarisée. Soit Y et Z deux x-chaines colorées orientées. Soit u une couleur de x. Soit (v,w) la polarisation de u. Il y a un rond de couleur u dans Y et un rond de couleur u dans Z. Ils sont chacun orientés par la polarisation (v,w). Faire circuler un ruban entre les deux, l'attacher aux extrémités de façon compatible avec les orientations des ronds. Recommençer la même chose avec chaque couleur. Couper les ronds aux extrémités des rubans. Ne conserver que les bords des rubans. Le résultat, c'est une nouvelle x-chaine colorée orientée.

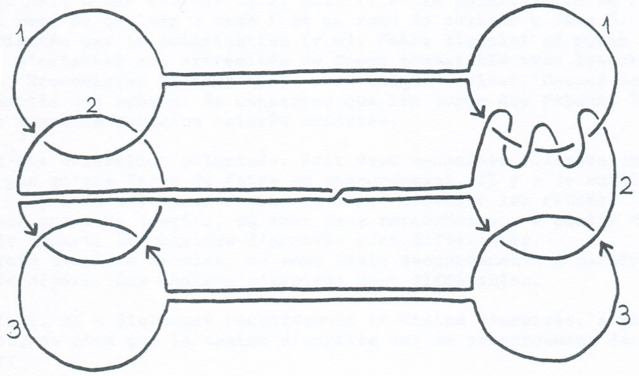
Soit x une coloration polarisée. Soit deux x-chaines colorées orientées. Il n'y a pas qu'une façon de faire un raccordement. Il y a de multiples façons, parceque il y a de multiples façons de faire circuler les rubans.
Les deux premiers dessins, ce sont deux raccordements à partir des mêmes chaines de départ. Les chaines d'arrivée sont différentes.
Les trois derniers dessins, ce sont trois raccordements à partir des mêmes chaines de départ. Les chaines d'arrivée sont différentes.

Jusqu'ici, on a distingué raccordement et chaine d'arrivée. A partir de maintenant, on dira que la chaine d'arrivée est un raccordement des chaines de départ.

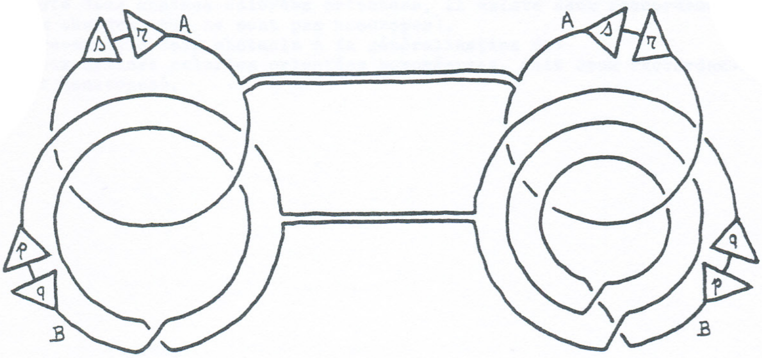
Les deux premiers dessins ont une autre utilité. Ca servira de contre-exemple. Il est dit, dans l'article page 194, que ces deux raccordements ne sont pas homotopes. Donc:
(Il existe deux chaines colorées orientées, il existe deux raccordements de ces deux chaines, qui ne sont pas homotopes).
Ce contre-exemple fait obstacle à la généralisation de:
(Soit deux chaines colorées orientées boroméennes. Soit deux raccordements. Ils sont homotopes).



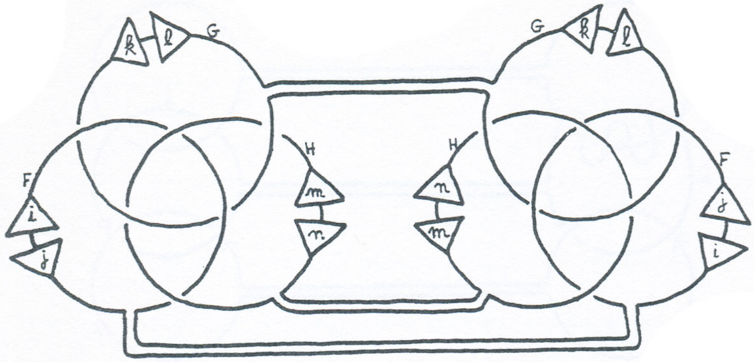
colorer avec trois couleurs 1 et 2 et 3
même chaine que figure 8 page 194



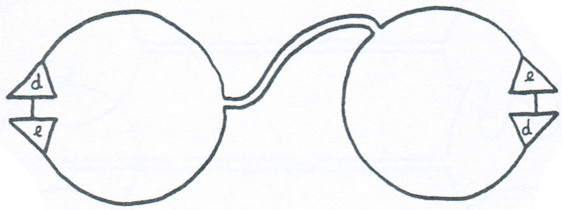
colorer avec trois couleurs 1 et 2 et 3
même chaine que figure 9 page 194

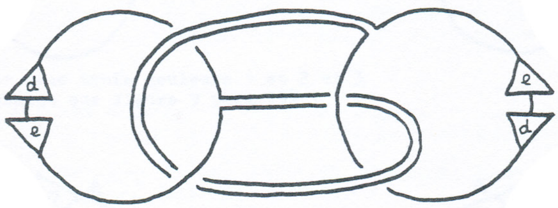


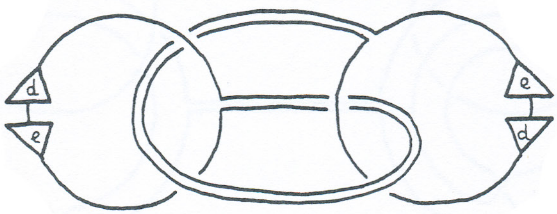
colorer avec deux couleurs A et B



colorer avec trois couleurs F et G et H







Annexe: La chaine cordéenne

Définition de la chaine cordéenne

La chaine cordéenne est ici définie par la première page de dessins. Il y a deux présentations planes de la chaine cordéenne à six ronds, une présentation plane de la chaine cordéenne à trois ronds, une présentation plane de la chaine cordéenne à deux ronds.

Si n est un entier supérieur ou égal à deux, il y a une et une seule chaine cordéenne à n ronds, ou autrement dit, il y a une et une seule n-chaine cordéenne.

La 2-chaine cordéenne, c'est l'enlacement.

La 3-chaine cordéenne, c'est "la chaine boroméenne", au sens de "la chaine boroméenne prototypique".

En haut et à droite de la page de dessins, il y a une présentation plane de la 6-chaine cordéenne. C'est une présentation "en tricot". La présentation "en tricot" des chaines cordéennes est favorable pour les problèmes combinatoires.

Combinatoire

Proposition: Soit n un entier supérieur ou égal à deux. Soit x une n-coloration. Si n=2 , alors il y a une et une seule x-chaine colorée cordéenne. Si n=3 , alors il y a une et une seule x-chaine colorée cordéenne. Si n est supérieur ou égal à 4 , alors il y a ((n!)/8) x-chaines colorées cordéennes.

Comment les distinguer les unes des autres? On peut les distinguer les unes des autres par le schéma suivant. Il y a n places, et il y a bien ((n!)/8) façons de placer les n couleurs à ces n places.

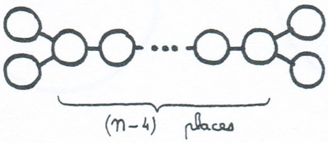


schéma à n places

Proposition: Soit x une coloration. Soit y une x-coloration polarisée. Soit A une x-chaine colorée cordéenne. Il y a deux y-chaines colorées orientées cordéennes, ayant A comme chaine colorée sous jacente.

Problème: comment les distinguer?

Proposition: Soit y une coloration polarisée. Soit A une chaine à-l'homotopie-près colorée orientée cordéenne. Il y a une et une seule chaine colorée orientée cordéenne, ayant A comme chaine à-l'homotopie-près colorée orientée sous jacente.

La fonction Kn

La fonction Kn est ici définie par la deuxième page de dessin. C'est une reprise de la figure 7 page 190 de l'article.

Soit n un entier supérieur ou égal à deux. La fonction Kn a n arguments. Ses arguments sont des couleurs. Ses valeurs sont des n-chaines colorées mono-orientées cordéennes.

Attention: dans cette figure, n joue deux rôles différents. D'une part, n est le nombre d'arguments de la fonction Kn. Ou encore n est un nombre de ronds. D'autre part, n et (n-1) et (n-2) et ... sont des arguments de la fonction Kn. Ou encore ce sont des couleurs.

La fonction Kn (suite)

Proposition: Soit n et m des entiers supérieurs ou égaux à un.
Soit A...B n couleurs. Soit C...D m couleurs. Soit (A...B,X) une (n+1)-coloration. Soit (Y,C...D) une (m+1)-coloration.
Alors (n+1) et (m+1) et (n+m) sont des entiers supérieurs ou égaux à deux.
Alors (A...B,C...D) est une (n+m)-coloration.
Alors Kn+m(A...B,C...D) est l'enlacement droit du complémentaire de X dans Kn+1(A...B,X) et du complémentaire de Y dans Km+1(Y,C...D).

Pour le sens de l'expression "u est l'enlacement droit du complémentaire de v dans w et du complémentaire de s dans t" , voir l'annexe "Autres opérations".

L'entre-deux

L'entre-deux est ici défini par la troisième page de dessins.

L'entre-deux, c'est une coloration spéciale de la chaine mono-orientée cordéenne. Cette coloration spéciale n'est pas une coloration, au sens de ce texte. Au sens de ce texte, une coloration, c'est quand une chaine à n ronds est colorée par n couleurs. Pour la coloration spéciale des entre-deux, une chaine à au moins deux ronds est colorée par trois couleurs.

Un entre-deux, c'est une coloration de une chaine mono-orientée cordéenne, par les trois couleurs "entrée" et "sortie" et "intermédiaire", ou encore par E et S et I. Il y a un et un seul rond de couleur "entrée". Il y a un et un seul rond de couleur "sortie". Tous les autres ronds sont de couleur "intermédiaire".

Proposition: Soit n un entier supérieur ou égal à deux.
Il y a deux entre-deux à n ronds.

Comment les distinguer? Voici une mauvaise façon, une bonne façon, et le passage de l'une à l'autre.

Proposition: Soit n un entier supérieur ou égal à deux. Les deux entre-deux à n ronds sont: +Kn(E,I,I,...,I,S) et -Kn(E,I,I,...,I,S)

Proposition: Soit n un entier pair supérieur ou égal à deux. Il y a deux entre-deux à n ronds: celui qui est G et celui qui est D .

Proposition: Soit n un entier impair supérieur ou égal à deux. Il y a deux entre-deux à n ronds: celui qui est U et celui qui est V .

Proposition: Si n est un entier pair supérieur ou égal à deux, alors Kn(E,I,I,...,I,S) est l'entre-deux à n ronds qui est D . Si n est un entier impair supérieur ou égal à deux, alors Kn(E,I,I,...,I,S) est l'entre-deux à n ronds qui est V .

Qu'est ce que c'est que "être G" "être D" "être U" "être V" ? Je ne vais ni l'introduire ni le définir. Mais seulement, donner d'abord de quoi ça dépend et ensuite le système que ça forme.

De quoi ça dépend?
- G et D , ce sont les deux entre-deux à deux ronds, le gauche et le droit. Voir page de dessins.
- U et V , ce sont les deux entre-deux à trois ronds. Voir page de dessins.
- Il y a deux opérations binaires, la concaténation G et la concaténation D .
Définition: Soit A et B des entre-deux. Le concaténé G (respectivement D) de A et de B, c'est l'enlacement gauche (respectivement droit) du complémentaire du rond de "sortie" dans A et du rond d'"entrée" dans B.

Pour le sens de cette expression, voir l'annexe "Autres opérations".

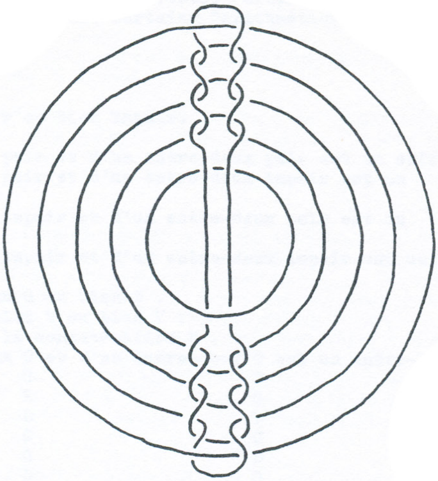
L'entre-deux (suite)

Comment se fait il que G et D ont deux usages, l'un pour les entre-deux pairs, l'autre pour les concaténations? Je ne vais pas le justifier. Ces deux usages en sont un seul au sein d'une certaine "arithmétique polarisée". Le système des entre-deux introduit une certaine "arithmétique polarisée".

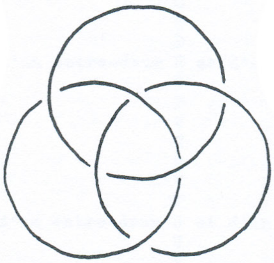
Le système des entre-deux

-Un entre-deux est ou bien pair ou bien impair.
-Il y a deux concaténations.
-Un concaténé d'un entre-deux pair et d'un entre-deux pair est un entre-deux pair.
-Un concaténé d'un entre-deux pair et d'un entre-deux impair est un entre-deux impair.
-Un concaténé d'un entre-deux impair et d'un entre-deux pair est un entre-deux impair.
-Un concaténé d'un entre-deux impair et d'un entre-deux impair est un entre-deux pair.
-Un entre-deux pair est ou bien G ou bien D .
-Un entre-deux impair est ou bien U ou bien V .
-Il y a la concaténation G et la concaténation D .

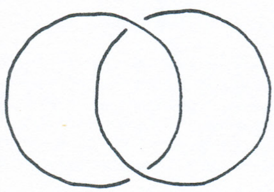
-Le concaténé	G	d'un entre-deux	G	et d'un entre-deux	G	est un entre-deux	G	.
-	G		G		D		D	
-	G		D		G		D	
-	G		D		D		G	
-	D		G		G		D	
-	D		G		D		G	
-	D		D		G		G	
-	D		D		D		D	
-Le concaténé	G	d'un entre-deux	G	et d'un entre-deux	U	est un entre-deux	U	
-	G		G		V		V	
-	G		D		U		V	
-	G		D		V		U	
-	D		G		U		V	
-	D		G		V		U	
-	D		D		U		U	
-	D		D		V		V	
-Le concaténé	G	d'un entre-deux	U	et d'un entre-deux	G	est un entre-deux	U	
-	G		U		D		V	
-	G		V		G		V	
-	G		V		D		U	
-	D		U		G		V	
-	D		U		D		U	
-	D		V		G		U	
-	D		V		D		V	
-Le concaténé	G	d'un entre-deux	U	et d'un entre-deux	U	est un entre-deux	G	
-	G		U		V		D	
-	G		V		U		D	
-	G		V		V		G	
-	D		U		U		D	
-	D		U		V		G	
-	D		V		U		G	
-	D		V		V		D	



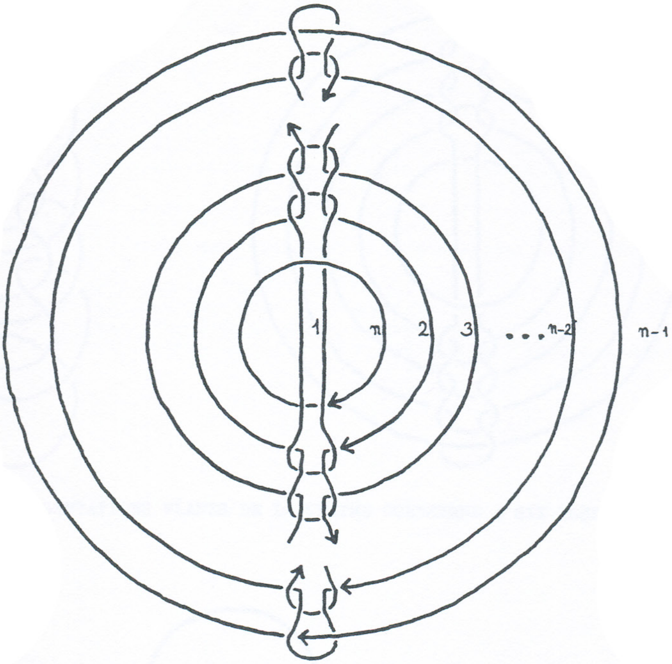
DEUX PRESENTATIONS PLANES DE LA CHAINE CORDEENNE A SIX RONDS



PRESENTATION PLANE DE LA CHAINE CORDEENNE A TROIS RONDS

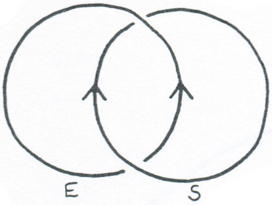


PRESENTATION PLANE DE LA CHAINE CORDEENNE A DEUX RONDS

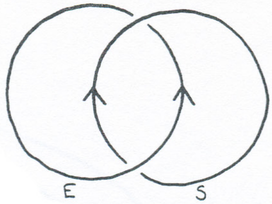


$K_n(n, 1, 2, 3, \ldots, n-2, n-1)$

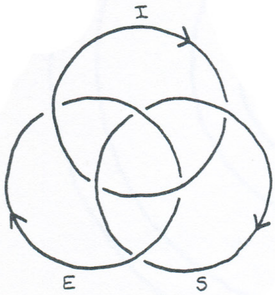
MEME CHAINE QUE
FIGURE 7 PAGE 190



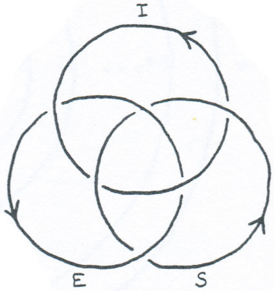
G



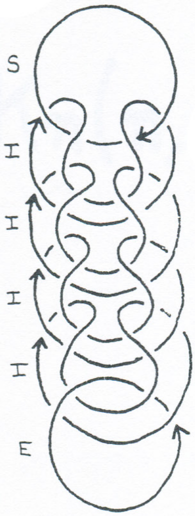
D



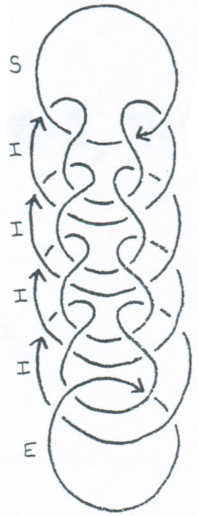
U



V



G



D

colorer avec les deux couleurs E et S et laisser I en noir

Annexe: Autres opérations

L'enlacement des tores

Cette opération n'est ici que partiellement définie. Les expressions "complémentaire" ou "tore complémentaire", "complémentaire gauche" et "complémentaire droit" ne sont pas définies.

Il y a un exemple à la première page de dessins.

Soit x et y des colorations à au moins deux couleurs. Soit X une couleur de x . Soit Y une couleur de y . Soit z la coloration dont les couleurs sont celles de x sauf X et celles de y sauf Y . z a au moins deux couleurs. Si x a n couleurs et si y a m couleurs, alors z a (n+m-2) couleurs.

Le "(X,Y)-enlacement gauche" et le "(X,Y)-enlacement droit" sont des opérations binaires. A partir d'une x-chaine CMO et d'une y-chaine CMO , elles arrivent à une z-chaine CMO. Plus précisément, à partir d'une x-chaine CMO dont les ronds ne sont pas noués, et d'une y-chaine CMO dont les ronds ne sont pas noués, elles arrivent à une z-chaine CMO dont les ronds ne sont pas noués. Les opérations d'"enlacement des tores" sont des opérations sur les chaines CMO dont les ronds ne sont pas noués.

Voici plusieurs façons de désigner la même opération:
- R est le (X,Y)-enlacement gauche de P et de Q.
- R est l'enlacement gauche du complémentaire de X dans P et du complémentaire de Y dans Q.
- R est l'enlacement gauche du tore complémentaire de X dans P et du tore complémentaire de Y dans Q.
- R est l'enlacement gauche du complémentaire gauche de X dans P et du complémentaire gauche de Y dans Q.
- R est l'enlacement gauche du complémentaire droit de X dans P et du complémentaire droit de Y dans Q.
- R est l'enlacement droit du complémentaire gauche de X dans P et du complémentaire droit de Y dans Q.
- R est l'enlacement droit du complémentaire droit de X dans P et du complémentaire gauche de Y dans Q.

Cette désignation multiple fait définition partielle.

Proposition: Un enlacement des tores à partir de deux chaines boroméennes arrive à une chaine boroméenne.

Problème: L'enlacement des tores est il compatible avec l'homotopie?

Problème: En supposant que l'enlacement des tores est compatible avec l'homotopie, est il distributif par rapport à l'addition des chaines HCMO boroméennes.

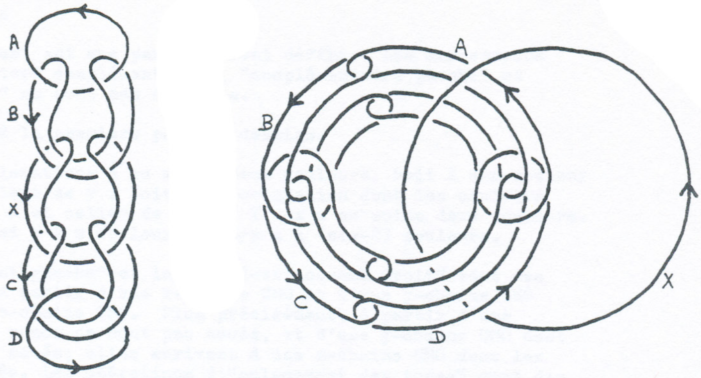
Problème combinatoire: Ici, l'enlacement des tores est indiqué pour des chaines CMO . Ca permet de distinguer l'enlacement gauche et l'enlacement droit. Comment distinguer les deux enlacements possibles si on fait des enlacements de tores pour des chaines CO ?

Les chaines HCO boroméennes opèrent sur les chaines HCO

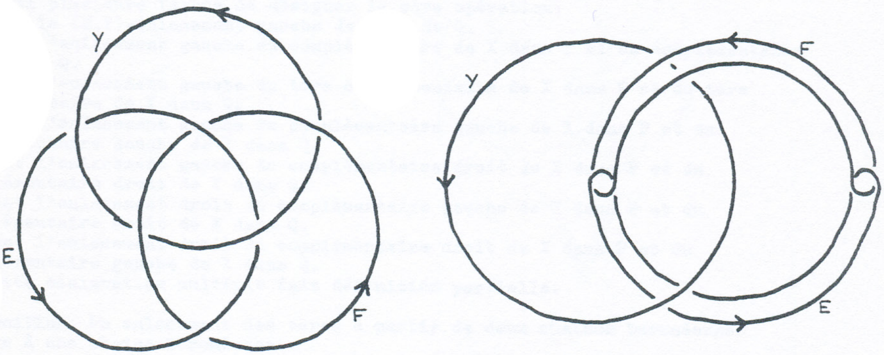
Soit k une coloration polarisée. Soit C une k-chaine CO . Soit B une k-chaine CO boroméenne. Deux raccordements de C et de B sont homotopes.
Soit C une k-chaine HCO. Soit B une k-chaine HCO BOROMEENNE. Il y a un unique raccordement de C et de B. C'est compatible avec l'addition des k-chaines HCO boroméennes. Le groupe des k-chaines HCO boroméennes opère sur les k-chaines HCO. Il est alors naturel d'associer à une k-chaine HCO le sous groupe des k-chaines HCO boroméennes qui la laisse invariante. Ceci est un point de départ.

Il y a un exemple à la deuxième page de de dessins.

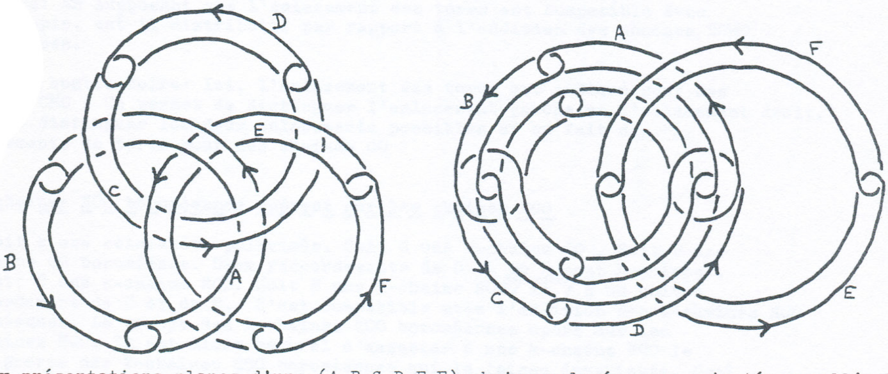
R EST LE (X,Y)-ENLACEMENT GAUCHE DE P ET Q



Deux présentations planes d'une (A,B,C,D,X)-chaine colorée mono-orientée appellée P

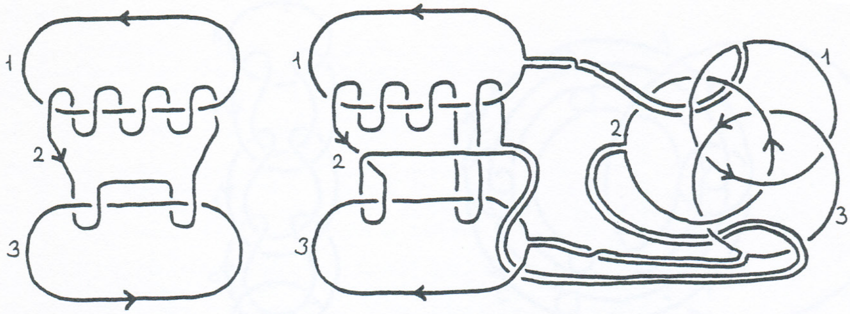


Deux présentations planes d'une (Y,E,F)-chaine colorée mono-orientée appellée Q

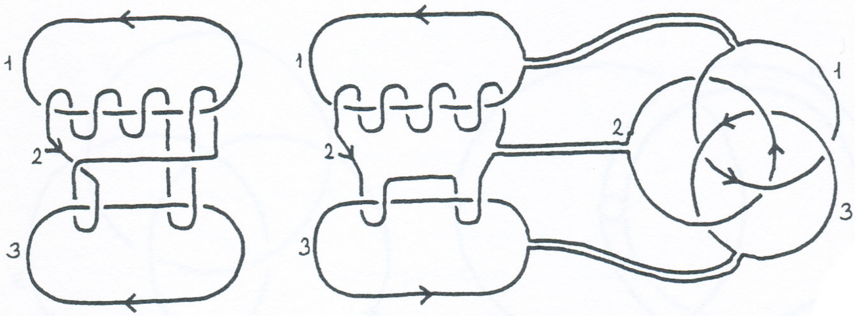


Deux présentations planes d'une (A,B,C,D,E,F)-chaine colorée mono-orientée appellée R

colorer avec les huit couleurs A et B et C et D et E et F et X et Y

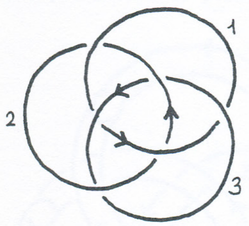


Deux présentations d'une (1,2,3)-chaine HCMO appellée H



Deux présentations d'une (1,2,3)-chaine HCMO appellée K

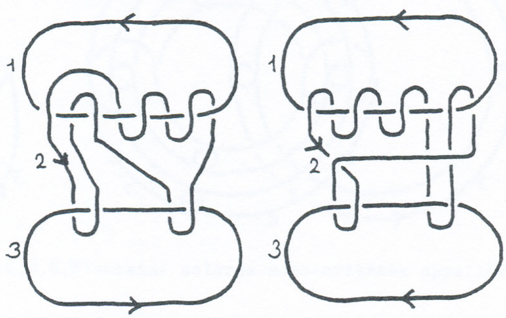
colorer avec les trois couleurs 1 et 2 et 3



Présentation d'une
(1,2,3)-chaine HCMO appellée L

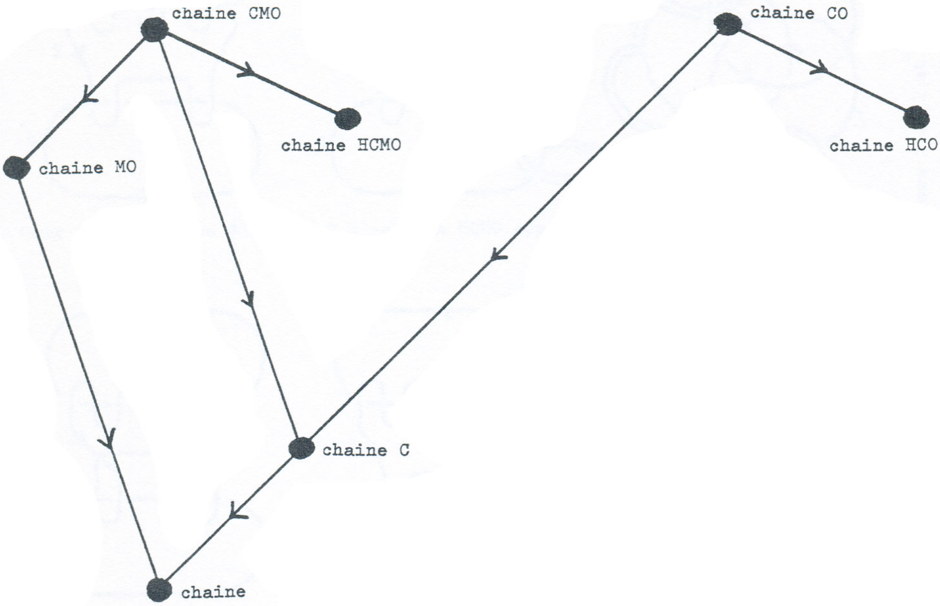
L'UNIQUE RACCORDEMENT DE H ET DE L EST K
L'UNIQUE RACCORDEMENT DE K ET DE L EST H

H et K sont des reprises des figures 8 et 9 page 194



Deux présentations d'une même (1,2,3)-chaine HCMO

Annexe: Plusieurs genres d'objet



Ci dessus sont représentés plusieurs genres d'objet, et leurs relations de "sous jacence".

Exemple: une chaine C a une et une seule chaine sous jacente. Une chaine a plusieurs chaine C "sur jacentes". Si une chaine a n ronds, alors elle a au plus (n!) chaines C sur jacentes. Une chaine a au moins une chaine C sur jacente.
Exemples: La chaine boroméenne prototypique a une et une seule chaine C sur jacente. La chaine cordéenne à quatre ronds a trois chaines C sur jacentes.

Abbréviations:
"chaine C" veut dire "chaine colorée".
"chaine MO" "chaine mono-orientée".
"chaine CO" "chaine colorée orientée".
"chaine CMO" "chaine colorée mono-orientée".
"chaine HCO" "chaine à l'homotopie près colorée orientée".
"chaine HCMO" "chaine à l'homotopie près colorée mono-orientée".

Annexe: Problèmes de définition et de démonstration

Définition des chaines CO homotopiquement boroméennes

Les chaines CO homotopiquement boroméennes sont définies dans l'article. Ce sont les "almost trivial link". Les chaines CO homotopiquement neutres sont définies dans l'article. Ce sont les "trivial link".

Proposition: Soit une chaine CO . Les trois conditions suivantes sont équivalentes.
- elle est homotopiquement boroméenne.
- n'importe laquelle de ses sous chaines strictes est homotopiquement neutre.
- elle est homotope à une chaine CO boroméenne.

L'équivalence des deux premières conditions, c'est la définition dans l'article des chaines CO homotopiquement boroméennes. Il reste à justifier l'équivalence des deux dernières conditions.

Il faudrait une justification directe, c'est à dire ne faisant pas appel à la notion de lacet. Faute de mieux, voici une justification très indirecte, faisant appel non seulement à la notion de lacet mais à la caractérisation des chaines HCO boroméennes. Il suffit de montrer que n'importe quelle chaine HCO boroméenne a une chaine CO surjacente qui est boroméenne. N'importe quelle chaine HCO boroméenne a une tresse surjacente qui est à permutation identique et boroméenne. Parceque: -c'est vrai pour les chaines cordéennes, -la composition des tresses avec permutation identique est surjacente au raccordement, -les tresses avec permutation identique et boroméennes sont stables par composition. C'est donc la caractérisation par le premier engendrement qui a été utilisée.

Définition du raccordement (ou addition) pour les chaines HCO boroméennes

Dans ce texte, raccordement a trois usages. - Le raccordement est une construction pour les chaines CO . Soit deux chaines CO de même coloration polarisée, il y en a de multiples raccordements possibles. - Le raccordement (ou addition) est une opération pour les chaines HCO boroméennes. Soit deux chaines HCO boroméennes de même coloration polarisée, il y en a un et un seul raccordement. - Le raccordement est l'opération par laquelle les chaines HCO boroméennes opèrent sur les chaines HCO . Soit une chaine HCO et une chaine HCO boroméenne de même coloration polarisée, il y en a un et un seul raccordement.

Le raccordement, comme construction pour les chaines CO , est défini dans l'annexe "Le raccordement". Il y a un contre exemple qui montre qu'il n'y a pas de raccordement unique.

Le raccordement (ou addition), comme opération pour les chaines HCO boroméennes, est défini à partir du précédent par l'intermédiaire de la propriété de compatibilité que voici:

Proposition: Soit x une coloration polarisée. Soit A A' B B' des x-chaines CO. Soit C un raccordement de A et B . Soit C' un raccordement de A' et B' .
Si A et A' sont homotopes, et si A et A' sont homotopiquement boroméennes, et si B et B' sont homotopes, et si B et B' sont homotopiquement boroméennes, alors C et C' sont homotopes, et alors C et C' sont homotopiquement boroméennes.

Cette proposition est la pierre d'angle de ce texte. C'est elle qui assure la définition du raccordement (ou addition) pour les chaines HCO boroméennes.

Cette proposition est une conséquence de:

Proposition: Soit x une coloration polarisée. Soit A A' B B' des x-chaines CO . Soit C un raccordement de A et B . Soit C' un raccordement de A' et B' .
Si A et A' sont homotopes, et si B et B' sont homotopes, et si B et B' sont homotopiquement boroméennes, alors C et C' sont homotopes.

Cette proposition est une conséquence de la proposition suivante. La proposition suivante est étrangère à ce texte, et utilise une autre notion de "raccordement".

Proposition: Soit A une chaine MO à au moins deux ronds. Soit B et C deux ronds de A . Soit E la sous chaine de A contenant tous les ronds de A sauf C . Soit F la chaine MO arrivée d'un "raccordement" de B et C dans A . Soit F' la chaine MO arrivée d'un autre "raccordement" de B et C dans A . Si dans E B ne tient pas sans chaque autre rond, alors F et F' sont homotopes.

Dans cette proposition, si A a n ronds, alors E et F et F' ont (n-1) ronds.
Il faudrait une justification directe de cette proposition, c'est à dire ne faisant pas appel à la notion de lacet. Faute de mieux, voici une justification faisant appel à la notion de lacet.
Cette proposition est une conséquence de:

Proposition: Soit une chaine HCO . Soit A un rond. Soit deux lacets du "link group".
Si ils ne tiennent pas sans A , alors ils commutent.

Cette proposition est établie par l'article.
Ainsi est assurée la définition du raccordement (ou addition) pour les chaines HCO boroméennes.

Le raccordement, comme opération parlaquelle les chaines HCO boroméennes opèrent sur les chaines HCO , est définie au paragraphe suivant.

Définition du raccordement par lequel les chaines HCO boroméennes opèrent sur les chaines HCO

Le raccordement, comme construction pour les chaines CO , est défini dans l'annexe "Le raccordement".

Le raccordement, comme opération par laquelle les chaines HCO boroméennes opèrent sur les chaines HCO , est défini à partir du précédent par l'intermédiaire d'une propriété de compatibilité: la deuxième proposition du paragraphe précédent.

Donc, la définition du raccordement (ou addition) pour les chaines HCO boroméennes, était un cas spécial de la définition du raccordement par lequel les chaines HCO boroméennes opèrent sur les chaines HCO .

Ainsi la définition est assurée.

Pourquoi la restriction aux chaines HCO qui sont boroméennes? Est ce que le raccordement ne serait pas une opération pour les chaines HCO , qu'elles soient boroméennes ou pas?
Non. Il y a un contre exemple dans l'annexe "Le raccordement". Ce contre exemple est tiré des figures 8 et 9 de la page 194 . Il existe des chaines CO A B et un raccordement C de A et B et un raccordement C' de A et B tels que: C et C' ne sont pas homotopes.

Définition de l'enlacement des tores pour les chaines HCO boroméennes

Dans ce texte enlacement des tores a deux usages. - l'enlacement des tores est une opération pour les chaines CO dont les ronds ne sont pas noués et ayant au moins deux ronds. - l'enlacement des tores est une opération pour les chaines HCO boroméennes.ayant au moins deux ronds.

L'enlacement des tores, comme opération pour les chaines CO dont les ronds ne sont pas noués et ayant au moins deux ronds, est définie dans l'annexe "L'enlacement des tores".

L'enlacement des tores, comme opération pour les chaines HCO boroméennes ayant au moins deux ronds, est défini à partir du précédent par l'intermédiaire de la propriété de compatibilité que voici:

Proposition: Soit A et A' des chaines CMO dont les ronds ne sont pas noués et ayant au moins deux ronds et dont une couleur est X . Soit B et B' des chaines CMO dont les ronds ne sont pas noués et ayant au moins deux ronds et dont une couleur est Y . Soit C le (X,Y)-enlacement gauche (respectivement droit) de A et B . Soit C' le (X,Y)-enlacement gauche (respectivement droit) de A' et B' .
Si A et A' sont homotopes, et si A et A' sont homotopiquement boroméennes, et si B et B' sont homotopes, et si B et B' sont homotopiquement boroméennes, alors C et C' sont homotopes, et alors C et C' sont homotopiquement boroméennes.

Cette proposition est une conséquence des deux propositions suivantes.

Proposition: Soit une chaine CO . Les trois conditions suivantes sont équivalentes.
- elle est homotopiquement boroméenne.
- n'importe laquelle de ses sous chaines strictes est homotopiquement neutre.
- elle est homotope à une chaine CO boroméenne.

Cette proposition a été commentée au premier paragraphe.

Proposition: Soit un tore CO boroméen. Soit un rond de ce tore. Il est possible de le plaçer dans un tore solide, de telle façon qu'il y ait une section qui ne rencontre que ce rond.

Ainsi est assurée la définition de l'enlacement des tores, domme opération pour les chaines HCO boroméennes ayant au moins deux ronds.

Pourquoi la restriction aux chaines HCO qui sont boroméennes? est ce que l'enlacement des tores ne serait pas une opération pour les chaines HCO qu'elles soient boroméennes ou pas?
Non. Il y a un contre exemple dans l'annexe "L'enlacement des tores". Ce contre exemple est tiré des figures 3 et 4 page 184 . Il existe des chaines CMO dont une couleur est X A et A' et une chaine CMO dont une couleur est Y B , tels que:A et A' sont homotopes,et lė (X,Y)-enlacement gauche de A et B et le (X,Y)-enlacement gauche de A' et B ne sont pas homotopes.

La définition de la chaine cordéenne

Dans l'annexe "La chaine cordéenne", la chaine cordéenne n'est pas définie. L'entre-deux est une modalité de la chaine cordéenne. L'entre-deux n'est pas défini. La concaténation est une modalité de l'enlacement des tores. La concaténation est définie. Il y a une caractérisation par engendrement des entre-deux.

Voici des indications sur la définition de la chaine cordéenne.
Les chaines cordéennes sont les chaines qui sont sous jacentes aux entre-deux.
Les entre-deux ont une caractérisation par engendrement. Ca peut servir de définition par engendrement.

Ou est la difficulté de définition de la chaine cordéenne? C'est qu'il faut introduire une modalité de chaine, l'entre-deux, et une modalité de l'enlacement des tores, la concaténation. C'est cette difficulté qui indique que le deuxième engendrement est meilleur que le premier engendrement.

La conjecture: l'enlacement des tores est distributif par rapport au raccordement

Voici l'énoncé précis de cette conjecture.

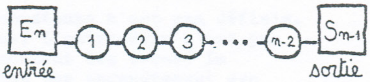
Proposition (conjecture): Soit x et y des colorations à au moins deux couleurs. Soit X une couleur de x . Soit Y une couleur de y . Soit z la coloration dont les couleurs sont celles de x sauf X et celles de y sauf Y . Soit A A' A" des x-chaines HCMO boroméennes. Soit B une y-chaine HCMO boroméenne. Soit C le (X,Y)-enlacement gauche (respectivement droit) de A et B . Soit C' le (X,Y)-enlacement gauche (respectivement droit) de A' et B . Soit C" le (X,Y)-enlacement gauche (respectivement droit) de A" et B .
Alors C et C' et C" sont des z-chaines HCMO boroméennes.
Si A=A'+A" (dans le groupe des x-chaines HCMO boroméennes), alors C=C'+C" (dans le groupe des z-chaines HCMO boroméennes).

Assurer cette conjecture rendrait le deuxième engendrement utilisable algébriquement.

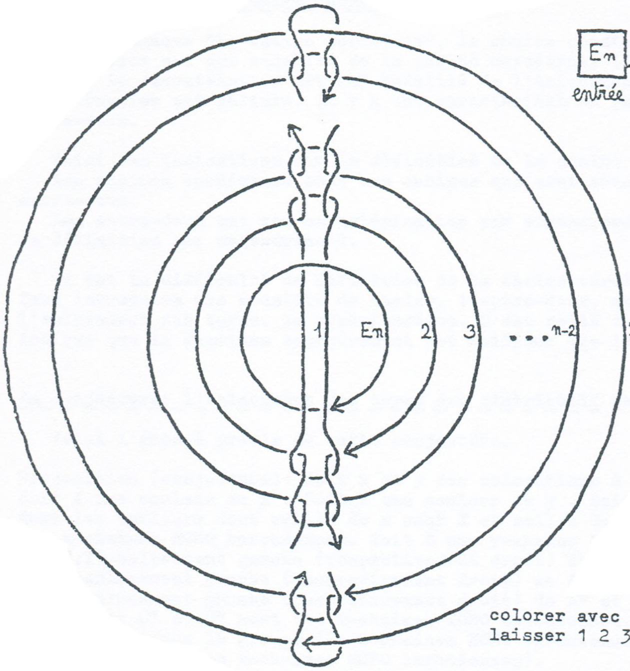
Il y a un cas spécial de cette proposition qui est assuré. C'est le cas où y est une coloration à trois couleurs, et où B est boroméenne prototypique. C'est justifié par le dessin qui suit.

Il y a un cas spécial, qui est une conséquence du cas spécial précédent, et qui sert de règle de calcul pour les fonctions Kn . C'est:

Proposition: Soit n un entier supérieur ou égal à deux. Soit x une n-coloration. Soit X une couleur de x . Soit p un entier. Soit A,B,...,E,F p couleurs rangées dans un certain ordre, l'ordre dans lequel elles sont écrites.
Soit z la (n+p-1)-coloration dont les couleurs sont celles de x sauf X et A,B,...,E,F . Soit plusieurs x-chaines HCMO cordéennes d'extrémité X , écrites sous la forme Kn(....,X) . Soit une relation algébrique vraie, entre elles, dans le groupe des x-chaines HCMO boroméennes. Soit la relation algébrique qui s'en déduit en remplaçant systématiquement Kn(....,X) par Kn+p-1(....,A,B,...,E,F).
Alors les Kn+p-1(....,A,B,...,E,F) sont des z-chaines HCMO cordéennes.
Alors la nouvelle relation algébrique est une relation algébrique dans le groupe des z-chaines HCMO boroméennes.
Alors la nouvelle relation algébrique est vraie.

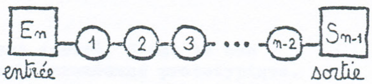


D

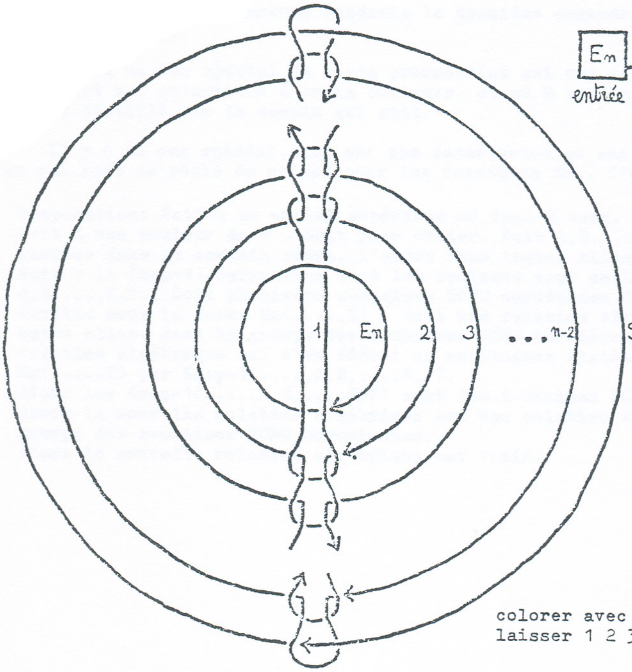


même chaine que
figure 7 page 190
quand
n EST PAIR

colorer avec les deux couleurs En et Sn-1
laisser 1 2 3 ... n-2 en noir



V



même chaine que
figure 7 page 190
quand
n EST IMPAIR

colorer avec les deux couleurs En et Sn-1
laisser 1 2 3 ... n-2 en noir

DEUXIEME INTRODUCTION AU CALCUL DES CHAINETTES BOROMEENNES

Lacan parle des chaines, des chaines boroméennes, et d'une certaine chaine boroméenne que voici:

Cette chaine boroméenne sera appellée dans le présent texte: la chaine boroméenne prototypique.

A partir de là, le présent texte s'intéresse à un certain article, intitulé "Link groups", qui rencontre la notion de chaine boroméenne. L'article en question, c'est "Link groups" par J.Milnor dans la revue "Annals of mathematics" volume 59 année 1954 pages 177-195 . Voir plus spécialement la figure 7 page 190 .

L'article "Link groups" tombe sur la notion de chaine boroméenne, à l'occasion de la préoccupation suivante: Dans la littérature mathématique actuelle sur les chaines, il y a séparation entre l'objet auquel on s'intéresse et l'objet sur lequel on calcule. L'objet auquel on s'intéresse, ce sont la chaine et les cercles d'une chaine. L'onjet sur laquel on calcule, ce sont le "groupe fondamental", et les "lacets". L'article "Link groups" tend à résorber dette séparation. Voir le théorème 3 page 181 .

Le présent texte veut présenter, traduire, simplifier l'article "Link groups". C'est loin d'être achevé. Ce qui fait que le présent texte vend la peau de l'ours avant de l'avoir tué.

De l'article "Link groups", on peut tirer les choses suivantes:
- le rôle que jouent les chaines boroméennes parmi les chaines.
- le rôle que joue la chaine boroméenne prototypique parmi les chaines boroméennes.

Plus précisément:
- la distinction des chaines et des chaines HCMO .
- le rôle des chaines HCMO boroméennes parmi les chaines HCMO .
- le rôle de la chaine HCMO boroméenne prototypique parmi les chaines HCMO boroméennes.

Qu'est ce qu'une chaine HCMO ? C'est une modalité de chaine. La distinction des chaines HCMO et des chaines est le préalable du présent texte. Le présent texte est entièrement consacré aux chaines HCMO . La familiarité avec cette distinction n'est pas immédiate. Une chaine peut être réalisée matériellement. Il n'y a pas de réalisation matérielle d'une chaine HCMO , ou alors il faudrait en trouver.

Les chaines HCMO boroméennes jouent un rôle parmi les chaines HCMO . (les chaines HCMO boroméennes"opèrent"sur les chaines HCMO). Le présent texte ne donne que le point de départ de ça.

Les chaines HCMO boroméennes forment système. Autrement dit, la diversité des chaines HCMO boroméennes est réduite algébriquement et combinatoirement. Ce système explicite comment une chaine HCMO boroméenne, n'importe laquelle, peut être engendrée à partir de la chaine HCMO boroméenne prototypique.

Donc, il est question d'un certain système des chaines HCMO boroméennes. Ce système, il faut le fonder. Ce système, il faut le décrire. Pour le décrire, -il faut décrire ses éléments premiers,-il faut décrire un l'algorithme qui décide si,oui ou non, deux"façons d'engendrer à partir des éléments premiers" engendrent le même élément, -il faut décrire un l'algorithme qui à partir d'une chaine HCMO boroméenne, n'importe laquelle, fournit une "façon de l'engendrer à partir des éléments premiers".

Fondation du système des chaines HCMO boroméennes. Une façon de le fonder, c'est de démontrer l'équivalence du système et des résultats de l'article "Link groups" dans le paragraphe 5 . Une meilleure façon de le fonder, ça serait de le fonder directement. Le présent texte reste entre les deux, et indique seulement des démonstrations qui assurent la fondation.

Description du système des chaines HCMO boroméennes. Voici les éléments premiers de ce système:
- les chaines HCMO correspondant à la chaine, enlacement,:
- les chaines HCMO correspondants à la chaine boroméenne protoyypique:
- le couple:
- le couple:
- l'opération de "raccordement".
- l'opération appelée "l'enlacement des tores".

Un algorithme qui décide si, oui ou non, deux "façons d'engendrer à partir des éléments premiers" engendrent le même élément, est donné.

Par contre, il n'est pas donné d'algorithmequi, à partir d'une chaine HCMO boroméenne, n'importe laquelle, fournit une "façon de l'engendrer à partir des éléments premiers". Dans l'article "Link groups", il y a d'autres algorithmes qui permettent d'obtenir ça.

Ainsi il y a une réduction algébrique et combinatoire des chaines HCMO boroméennes, et à partir de là une réduction algébrique et combinatoire des chaines HCMO. Est ce que cette réduction réduit les chaines en général? NON. Ce qui échappe à cette réduction, c'est principalement les chaines qui se dénouent par homotopie, et principalement les noeuds.

Qu'est ce qui manque?
- fonder directement le système des chaines HCMO boroméennes, et le rôle que ça joue par rapport aux chaines HCMO . Ca devrait pouvoir se faire par des démonstrations par réccurence, correspondant à l'engendrement défini par ce système.
- un algorithme qui directement , à partir d'une chaine HCMO boroméenne, n'importe laquelle, fournisse une"façon de l'engendrer à partir des éléments premiers".

Après:
- il faudrait caractériser les chaines HCMO . Un point de départ pour ça, c'est qu'à une chaine HCMO est associé un certain groupe, le groupe des chaines HCMO boroméennes qui la laisse invariante par raccordement.
- il faudrait, pour respecter la généralité, passer à une autre modalité de chaine, non pas les chaines HCMO mais les chaines HCO. 9a pose des problèmes combinatoires. Ces difficultés n'étant pas surmontées, le présent texte se contente de la modalité HCMO .

Ce texte manque de définitions et de démonstrations.

Introduction

Lacan parle des chaines, des chaines boroméennes, et d'une certaine chaine boroméenne dont voici une présentation:

Dans le présent texte, cette chaine sera appelée"la chaine boroméenne prototypique".

A partir de là, le présent texte s'intéresse à un article intitulé "Link groups" qui rencontre la notion de chaine boroméenne. L'article en question, c'est: "Link groups" par J.Milnor dans la revue "Annals of mathematics" volume 59 année 1954 pages 177-195 . Voir plus spécialement la figure 7 page 190 .

Le présent texte veut présenter, traduire, simplifier l'article "Link groups". C'est loin d'être achevé. Ce qui fait que le présent texte vend la peau de l'ours avant de l'avoir tué.

De l'article "Link groups", on peut tirer les choses suivantes:
- Le rôle que jouent les chaines boroméennes parmi les chaines.
- Le rôle que joue la chaine boroméenne prototypique parmi les chaines boroméennes.

Plus précisément:
- La distinction des chaines HCO et des chaines.
- Le rôle que jouent les chaines HCO boroméennes parmi les chaines HCO.
- Le rôle que joue la chaine HCO boroméenne prototypique parmi les chaines HCO boroméennes.
- Le système des chaines HCO boroméennes.

Qu'est ce que c'est que la chaine HCO ? C'est une modalité de la chaine. Le présent texte s'occupe des chaines HCO . La distinction des chaines HCO et des chaines,est le préalable du présent texte. Cette distinction n'est pas immédiate. De plus, alors qu'il y a une réalisation matérielle des chaines, il n'y a pas de réalisation matérielle des chaines HCO . Ou alors, il faudrait en trouver une.

Au sujet du rôle que jouent les chaines HCO boroméennes parmi les chaines HCO, le présent texte ne donne que le point de départ. (Les chaines HCO boroméennes "opèrent" sur les chaines HCO).

Le rôle que joue la chaine HCO boroméenne prototypique parmi les chaines HCO boroméennes, est explicité par le système des chaines HCO boroméennes. La chaine HCO boroméenne prototypique "engendre" toutes les autres. Autrement dit, une chaine HCO boroméenne, n'importe laquelle, peut être obtenue à partir de la chaine HCO boroméenne prototypique.

Les chaines HCO boroméennes forment système. Qu'est ce que ça veut dire? Il y a des opérations qui font passer des unes aux autres. Autrement dit, elles se composent et se décomposent les unes à partir des autres. L'ensemble forme un système algébrique et combinatoire.

Voici les éléments premiers de ce système. Tout le reste s'en déduit par un pur jeu algébrique et combinatoire.

- Les chaines HCO correspondants à la chaine appellée "l'enlacement", dont voici une présentation:

- Les chaines HCO correspondants à la chaine boroméenne prototypique, dont voici une présentation:

- Le couple:

- Le couple:

- L'opération appellée "raccordement".
- L'opération appelée "l'enlacement des tores".

Ceci, c'était les éléments premiers du système des chaines HCO boroméennes. Pour que ce système soit utilisable, il ne suffit pas d'avoir les éléments premiers, il faut disposer des deux choses suivantes, qui concernent les "façons d'engendrer à partir des éléments premiers".
- Il faut disposer d'un algorithme qui décide si, deux "façons d'engendrer à partir des éléments premiers" engendrent, oui ou non, la même chose. Un tel algorithme est fourni dans le présent texte.
- Il faut disposer d'un algorithme qui, à partir d'une chaine HCO boroméenne, n'importe laquelle, fournit une "façon de l'engendrer à partir des éléments premiers". Un tel algoritme n'est pas fourni dans le présent texte. Pour celà, il faut se référer à l'article "Link groups".

Donc dans le présent texte, il n'y a pas tout ce qu'il faut pour que le système des chaines HCO boroméennes soit utilisable.

Ce système des chaines HCO boroméennes, vient d'être décrit. Par ailleurs, il faut le fonder. Ca pose des problèmes de définition et de démonstration. Le système des chaines HCO boroméennes, tel qu'il est décrit dans le présent texte, ne figure pas dans l'article "Link groups". Il est équivalent aux résultats du paragraphe 5 pages 189-192 . Une façon de le fonder, c'est de démontrer cette équivalence. Une meilleure façon de le fonder, ça serait de le fonder directement. Le présent texte est mixte, tantôt il y a référence à l'article "Link groups", tantôt il y a démonstration directe.

La différence de point de vue entre le présent texte et l'article "Link groups", c'est que le présent texte calcule sur les chaines HCO boroméennes, alors que l'article "Link groups" calcule sur les"lacets" Le but, c'est de se passer de la notion de "lacet". Pourquoi se passer de la notion de "lacet"? Ca sera dit plus loin.

Le but donc, c'est de se passer de la notion de lacet. Ce but n'est pas atteint. Que manque t il? - Comme dit plus haut, il manque un algorithme qui, à partir d'une chaine HCO boroméenne, n'importe laquelle, fournisse une "façon de l'engendrer à partir des éléments premiers". Et un algorithme qui ne fasse pas appel à la notion de lacet. Faute de ça, on peut obtenir la même chose, mais en passant par les résultats du paragraphe 5 et en passant par des calculs de"lacets". - Comme dit plus haut, il manque des démonstrations directes pour fonder le système des chaines HCO boroméennes, c'est à dire des démonstrations ne faisant pas appel à la notion de "lacet".

Ce qui précède, c'est ce qui manque pour pouvoir échapper à la notion de "lacet". Il y a d'autres choses qui manquent:
- Le rôle que jouent les chaines HCO boroméennes parmi les chaines HCO boroméennes. Dans le présent texte, il n'y a que le point de départ. Les chaines HCO boroméennes"opèrent"sur les chaines HCO . A une chaine HCO , n'importe laquelle, il est associé le groupe des chaines HCO boroméennes qui la laissent invariante par raccordement. Il faudrait caractériser les chaines HCO .
- Changement de modalité. Le présent texte s'occupe des chaines HCO . La chaine HCO, c'est une modalité de la chaine. Il y a une autre modalité de la chaine, c'est la chaine HCP . Pour respecter la généralité, il faudrait s'occuper des chaines HCP et non des chaines HCO . Mais il y a des difficultés combinatoires. Le présent texte, en s'occupant des chaines HCO , esquive et méconnait des problèmes combinatoires. Les chaines HCP sont définies plus loin.
- Parmi les éléments premiers, il y a deux couples. Dans le présent texte, ~~Ces deux couples ne~~ jouent pas le même rôle. C'est une apparence qui est fausse. Ces deux couples jouent le même rôle, non seulement eux deux, mais eux deux et un troisième couple, leur"couple corrélatif". Il y a ainsi trois couples qui jouent le même rôle. Pour faire apparaitre ça, il faut faire apparaitre d'autres opérations, les opérations dérivées de "l'enlacement des tores".

Les chaines et les chaines HCO .

Le terme "chaine" n'est pas défini ici. Le terme "chaine HCO" va être défini. La"chaine HCO"est une modalité de la chaine. "chaine HCO" est une abbréviation pour "chaine à l'homotopie près colorée orientée".
Avant de définir "chaine HCO", les termes "chaine H", "chaine C", "chaine O" vont être définis. La"chaine H", la"chaine C", la "chaine O" sont des modalités de la chaine. "chaine H" est une abbréviation pour "chaine à l'homotopie près", "chaine C" est une abbréviaition pour "chaine colorée", "chaine O" est une abbréviation pour "chaine orientée".
Une autre modalité de chaine, la"chaine HCP" sera indiquée. "chaine HCP" est une abbréviation pour "chaine à l'homotopie près colorée polarisée".
La notion de "chaine HCP" n'est pas utilisée dans le présent texte.
Le présent texte n'utuilise que la notion de"chaine HCO". La modalité de "chaine HCP" est seulement définie et non utilisée. C'est pour indiquer qu'il vaudrait mieux utiliser la modalité "chaine HCP" que la modalté "chaine HCO", mais ça soulève des difficultés combinatoires non résolues.

Les chaines et les chaines H .

L'homotopie est une relation d'équivalence sur les chaines. Par "quotient abstrait", ça définit un nouveau genre d'objet, les "chaines à l'homotopie près" ou "chaines H". Ceci était le résumé de ce qui va suivre.

Qu'est ce qui fait tenir une chaine? c'est que un morceau de fil fait obstruction à n'importe quel autre morceau de fil, ou encore c'est que un morceau de fil ne se laisse pas traverser par n'importe quel autre morceau de fil.
Une traversée, c'est quand un morceau de fil traverse un autre morceau de fil. Une traversée fait passer d'une chaine à une autre chaine. Qu'est ce qui fait tenir une chaine? C'est que les traversées ne sont pas possibles. Par exemple, combien faut il de traversées pour qu'une chaine soit déchainée . Une traversée ne change pas le nombre de cercles, ou encore si une traversée fait passer d'une chaine de départ à une chaine d'arrivée, alors la chaine de départ et la chaine d'arrivée ont le même nombre de cercles.
Une auto-traversée, c'est quand un morceau de fil traverse un autre morceau de fil appartenant au même cercle. Deux chaines sont homotopes, ou encore sont équivalentes par homotopie, ou encore sont homotopiquement équivalentes, si il est possible d'aller de l'une à l'autre par une succession d'auto-traversées.
Donc soit deux chaines, n'importe lesquelles. Elles sont ou ne sont pas homotopes. L'homotopie ou encore l'équivalence par homotopie est une relation d'équivalence. Si deux chaines sont homotopes, elles ont le même nombre de cercles.
Une chaine est homotopiquement neutre si elle se déchaine par homotopie, ou encore si elle est homotope à une chaine neutre.
Exemples: La figure alpha montre deux chaines qui sont différentes et qui sont homotopes. La figure beta montre des chaines qui ne sont pas neutres et qui sont homotopiquement neutres.
Ainsi, il y a un genre d'objet: les chaines, et une relation d'équivalence: l'homotopie. Dans un tel cas, c'est une pratique établie que de faire le "quotient abstrait". Faire le "quotient abstrait", c'est introduire un nouveau genre d'objet lié à l'ancien genre d'objet et à la relation d'équivalence. Dans le cas présent:

Un nouveau genre d'objet,appellé "chaine H" ou encore "chaine à l'homotopie près" est constitué par les conditions suivantes:
- à une chaine est associé une chaine H . La chaine H associée à une chaine est appelée la chaine H sous jacente à cette chaine.
- deux chaines sont homotopes si et seulement si elles ont même chaine H sou jacente.
— une chaine H est sous jacente à au moins une chaine .

Les chaines et les chaines HCO (suite)
Les chaines et les chaines H (suite)

Si une chaine H est sous jacente à une chaine, cette chaine est sur jacente à cette chaine H . Si une chaine est surjacente à une chaine H, elle est une présentation de cette chaine H .

Une chaine, ça peut être réalisé matériellement. Il n'y a pas de réalisation matérielle des chaines H . Ou alors il faudrait en trouver une. Ce qui fait que la modalité "chaine H" reste une façon de parler des chaines. Alors pourquoi introduire cet objet qui restera "abstrait" par rapport au "concret" d'une chaine? Puisque la chaine H n'est qu'une façon de parler des chaines, il devrait être possible de s'en passer. C'est possible. Par exemple le'article "Link groups" change de point de vue en cours de route. Au début, "link" a le sens de chaine, tandis que à la fin (paragraphe 6), "link" a le sens de chaine H . Le présent texte ne peut pas se passer de l'objet "chaine H".

Exemple: Les deux chaines de la figure alpha sont homotopes. Donc elles ont même chaine H sous jacente. Elles peuvent être considérées comme deux présentations différentes de la même chaine H . Et cette chaine H , est il possible de la voir? non. Il est possible de la désigner. N'importe laquelle de ses présentations la désigne. Une chaine H peut être désignée mais non pas réalisée.

Les chaines et les chaines C

Soit un ensemble. Ses éléments seront appelés des couleurs. L'ensemble lui même sera appellé une coloration. Une coloration est un ensemble de couleurs. Soit n un entier. Si une coloration a n couleurs, elle sera dite une n-coloration.

Soit une chaine. Ses éléments sont des cercles. Soit n un entier. Si une chaine a n cercles, alors elle sera dite une n-chaine.

Soit n un entier. Soit une n-coloration et une n-chaine. Il est possible d'attribuer une couleur à chaque cercle. Une chaine colorée, ou encore chaine C , c'est le résultat de cette attribution.

Une chaine colorée, ça peut réalisé matériellement. La meilleure façon, c'est que un cercle auquel est attribué une couleur soit fait avec un fil matériellement coloré. la meilleure façon de dessiner des chaines colorées, c'est que un cercle auquel est attribué une couleur soit dessiné avec un trait matériellement coloré. Le présent texte est en noir et blanc. Aussi, dans les dessins, une coloration est un ensemble de lettres, et l'attribution est faite en plaçant une lettre attribuée près de la ligne qui dessine le cercle auquel elle est attribuée.

Exemple. Dans la figure gamma, sont présentées plusieurs chaines colorées. Ce sont des 3-chaines. Elles sont colorées par la coloration dont les couleurs sont A et B et C .

Il est recommandé au lecteur de transformer les dessins en noir et blanc de chaines colorées en dessins colorés. Par exemple, dans la figure gamma, il faut se munir de quoi traçer des traits de trois couleurs différentes, et repasser toutes les lignes près desquelles sont placées la lettre A par une même couleur de trait, et de même pour les deux autres couleurs.

Exemple. Nouvelle figure gamma.

Soit x une coloration. Soit une chaine colorée par la coloration x, elle sera dite une x-chaine. Si n est un entier, et si x est une n-coloration, et si une chaine colorée est une x-chaine colorée, alors cette chaine colorée est une n-chaine colorée.

Soit une chaine. Soit une coloration et une attribution de ses couleurs à cette chaine. Le résultat est une chaine colorée. Cette chaine colorée sera dite sur jacente à cette chaine. Cette chaine sera dite sous jacente à cette chaine colorée.

Les chaines et les chaines HCO (suite)

Les chaines et les chaines O

Sur un cercle, il y a deux sens de parcours. Un cercle orienté, c'est un cercle dont les deux sens de parcours ont été distingués, l'un des sens de parcours est dit sens direct, l'autre sens de parcours est dit sens inverse. C'est une attribution, c'est l'attribution des éléments "direct" et "inverse" aux deux sens de parcours.

Une chaine orientée ou encore chaine O , c'est une chaine dont tous les cercles sont orientés. Une chaine orientée, c'est le résultat de l'attribution de "direct" et "inverse" aux sens de parcours, et ceci autant de fois qu'il y a ce cercles.

Soit une chaine et une chaine orientée obtenue à partir d'elle par attribution. La chaine orientée est dite surjacente à la chaine, et la chaine est dite sous jacente à la chaine orientée.

Exemple: La figure delta montre deux chaines orientées différentes ayant même chaine sous jacente.

Les chaines et les chaines HCO

Les chaines H , les chaines C , les chaines O , viennent d'être définies. A partir de là, voici les chaines HCO .

Un nouveau genre d'objet est constitué par les conditions suivantes, appellé "chaine HCO" ou encore "chaine à l'homotopie près colorée orientée",:
- à une chaine CO est associée une chaine HCO . La chaine HCO associée à une chaine CO est appellée sa chaine HCO sous jacente.
- deux chaines CO sont homotopes si et seulement si elles ont même chaine HCO sous jacente.
- une chaine HCO est sous jacente à au moins une chaine CO .

Une chaine CO , c'est le résultat d'une attribution de couleurs et aux cercles et d'attibutions de "direct" et "inverse" aux sens de parcours d'un cercle, et ceci autant de fois qu'il y a de cercles.

Deux chaines CO sont homotopes si il est possible de passer de l'une à l'autre par une succession d'auto-traversées.

Exemple : La figure epsilon montre six chaines CO qui sont différentes et qui sont homotopes. Ces six chaines CO désignent la même chaine HCO.

Soit une chaine CO et une chaine HCO qui lui est sous jacente. Cette chaine est sur jacente à cette chaine HCO . Cette chaine est une présentation de cette chaine HCO . Cette chaine désigne cette chaine HCO .

Voici les relations de sous jacence entre les différents genres d'objet qui ont été mentionnés jusqu'ici.

Les chaines HCO dans l'article "Link groups"

Ce qui est appellé "link" dans l'article "Link groups", a deux sens différents au début et à la fin de l'article.

Au début de l'article, c'est un cas spécial de chaine CO . Il s'agit de chaines orientées et colorées par une coloration spéciale. Soit n un entier, Soit l'ensemble dont les éléments sont 1,2,....,n . Cet ensemble sera appellé la numérotation à n éléments. La numérotation à n éléments est une n-coloration. Ses couleurs sont des numéros. Soit n un entier. Soit une n-chaine. Une attribution de numéros aux cercles ce cette n-chaine a pour résultat une chaine numérotée. "Link" a le sens de "chaine numérotée orientée". La numérotation est un cas spécial de la coloration.

A la fin de l'article (paragraphe 6), "link" prend le sens de "chaine HCO" au sens spécial ou la coloration est une numérotation.

Les chaines et les chaines HCO (suite)

Les chaines et les chaines O

Sur un cercle, il y a deux sens de parcours. Un cercle orienté, c'est un cercle dont les deux sens de parcours ont été distingués, l'un des sens de parcours est dit sens direct, l'autre sens de parcours est dit sens inverse. C'est une attribution, c'est l'attribution des éléments "direct" et "inverse" aux deux sens de parcours.

Une chaine orientée ou encore chaine O , c'est une chaine dont tous les cercles sont orientés. Une chaine orientée, c'est le résultat de l'attribution de "direct" et "inverse" aux sens de parcours, et ceci autant de fois qu'il y a ce cercles.

Soit une chaine et une chaine orientée obtenue à partir d'elle par attribution. La chaine orientée est dite surjacente à la chaine, et la chaine est dite sous jacente à la chaine orientée.

Exemple: La figure delta montre deux chaines orientées différentes ayant même chaine sous jacente.

Les chaines et les chaines HCO

Les chaines H , les chaines C , les chaines O , viennent d'être définies. A partir de là, voici les chaines HCO .

Un nouveau genre d'objet est constitué par les conditions suivantes, appellé "chaine HCO" ou encore "chaine à l'homotopie près colorée orientée",:
- à une chaine CO est associée une chaine HCO . La chaine HCO associée à une chaine CO est appellée sa chaine HCO sous jacente.
- deux chaines CO sont homotopes si et seulement si elles ont même chaine HCO sous jacente.
- une chaine HCO est sous jacente à au moins une chaine CO .

Une chaine CO , c'est le résultat d'une attribution de couleurs et aux cercles et d'attibutions de "direct" et "inverse" aux sens de parcours d'un cercle, et ceci autant de fois qu'il y a de cercles.

Deux chaines CO sont homotopes si il est possible de passer de l'une à l'autre par une succession d'auto-traversées.

Exemple : La figure epsilon montre six chaines CO qui sont différentes et qui sont homotopes. Ces six chaines CO désignent la même chaine HCO.

Soit une chaine CO et une chaine HCO qui lui est sous jacente. Cette chaine est sur jacente à cette chaine HCO . Cette chaine est une présentation de cette chaine HCO . Cette chaine désigne cette chaine HCO .

Voici les relations de sous jacence entre les différents genres d'objet qui ont été mentionnés jusqu'ici.

Les chaines HCO dans l'article "Link groups"

Ce qui est appellé "link" dans l'article "Link groups", a deux sens différents au début et à la fin de l'article.

Au début de l'article, c'est un cas spécial de chaine CO . Il s'agit de chaines orientées et colorées par une coloration spéciale. Soit n un entier, Soit l'ensemble dont les éléments sont 1,2,....,n . Cet ensemble sera appellé la numérotation à n éléments. La numérotation à n éléments est une n-coloration. Ses couleurs sont des numéros. Soit n un entier. Soit une n-chaine. Une attribution de numéros aux cercles ce cette n-chaine a pour résultat une chaine numérotée. "Link" a le sens de "chaine numérotée orientée". La numérotation est un cas spécial de la coloration.

A la fin de l'article (paragraphe 6), "link" prend le sens de "chaine HCO" au sens spécial ou la coloration est une numérotation.

Les chaines et les chaines HCO (suite)

Les chaines et les chaines HCP

Les chaines HCP sont définies à partir des chaines CP comme les chaines HCO à partir des chaines CO .

Le présent texte comme l'article "Link groups" s'occupe de chaines orientées et non de chaines polarisées. Pourtant pour respecter la généralité, il faudrait s'occuper des chaines HCP et non pas des chaines HCO . Pourquoi? Parceque l'orientation non seulement distingue deux sens de parcours opposés d'un cercle, mais encore fait cette distinction de la même façon pour différents cercles, ce qui crée un parallélisme entre eux. C'est à dire que ça permet de dire que le sens de parcours sur un cercle devient semblable à un sens de parcours sur un autre cercle.
Donc l'orientation structure trop fortement les chaines. Pour ce qui est en question dans l'article "Link groups" comme dans le présent texte, il suffit de distinguer les deux sens de parcours de cercles de même couleurs. Un cercle est comparable à un cercle de même couleur et non pas à n'importe quel cercle.

Donc l'orientation est une structure trop forte, et c'est la polarisation est est la bomme structure. Mais la polarisation soulève des difficultés combinatoires non résolues. Le présent texte se contente donc des chaines HCO et par là méconnait et esquive des problèmes combinatoires.

Les chaines HCO boroméennes.

La neutralité pour les chaines HCO : Une chaine CO est homotopiquement neutre si elle est homotope à une chaine CO neutre. Une chaine HCO est neutre si elle est sous jacente à au moins une chaine CO neutre.

Proposition: Soit une chaine HCO . Les trois propositions suivantes sont équivalentes:
- elle est neutre,
- au moins une de ses chaines CO sur jacentes est homotopiquement neutre.
- au moins une de ses chaines CO sur jacentes est neutre.

La notion de sous-chaine pour les chaines HCO : Soit x et y deux colorations. Si les couleurs de y sont des couleurs de x , alors c'est que: y est une sous coloration de x . Si y est une sous coloration de x , et si y est différent de x , alors c'est que: y est une sous coloration sticte de x . Si P est une x-chaine CO , et si y est une sous coloration de x , alors il y a une et une seule chaine CO_y soit Q , appelée la restriction de P à y . Q c'est ce qui reste de P quand on enlève les cercles dont les couleurs ne sont pas dans y . Q est une sous chaine de P . Si y est différent de x , alors Q est une sous chaine stricte de P . Soit x et y deux colorations, y étant une sous coloration de x . Soit P et P' deux x-chaines CO . Soit Q et Q' leurs restrictions à y . Si P et P' sont homotopes, alors Q et Q' sont homotopes. Ce qui permet de définir la notion de restriction et de sous chaine pour les chaines HCO . Soit x une coloration et y une sous coloration de x . Soit P une x-chaine HCO . Il existe une et une seule y-dhaine HCO Q soit Q , qui est sous jacente à la restriction à y de n'importe quelle chaine CO sur jacente à P . Q est la restriction de P à y , et Q est une sous chaine de P .

La boroméité pour les chaines HCO :

Proposition 1 : Soit une chaine HCO . Les deux propositions suivantes sont équivalentes:
- n'importe laquelle de ses sous chaines strictes est neutre,
- au moins une de ses chaines CO sur jacentes est boroméenne.

Voir annexe "Problèmes de définition et de démonstration".
Une chaine HCO sera dite boroméenne si pour elle les propositions précédentes, sont vraies. Une chaine CO sera dite homotopiquement boroméenne si sa chaine HCO sous jacente est boroméenne.

Dans l'article "Link groups", "homotopiquement neutre" se dit "trivial", et"homotopiquement boroméen" se dit "almost trivial".
Dans l'article "Link groups", il y a une description par un système complet d"invariants d'homotopie" des "almost trivial links" c'est à dire des chaines CO homotopiquement boroméennes.
Dans le présent texte, il y a une présentation du système des chaines HCO boroméennes.

... Une chaine CO est boroméenne si n'importe laquelle de des sous chaines strictes est complètement séparable. Ce sens de "boroméen" est le sens large. Voici le sens strict de boroméen: Une chaine CO est boroméenne si elle n'est pas séparable et si n'importa quelle de ses sous chaines strictes est complètement séparable. Donc, une chaine boroméenne au sens large, c'est ou bien une chaine complètement séparable, ou bien une chaine boroméenne au sens strict. Dans le présent texte, boroméen est pris au sens large. Pourquoi? Parceque dans le présent texte, les boroméens forment système. Et pour un système, il est plus commode d'inclure les cas dégénérés que de les exclure. Il y a deux dégénérescences de la notion de chaine boroméenne:
- les chaines à deux ronds et les chaines à un rond.
- les chaines complètement séparables.

Les chaines HCO boroméennes (suite).

Dans le présent texte, ces cas de dégénérescence ne sont pas exclus mais inclus au cas général.

Cas spéciaux de chaines HCO boroméennes

Sur la figur delta, il y adeux chaines orientées, ce sont les deux enlacements, l'enlacement gauche et l'enlacement droit. Soit A et B deux couleurs, et soit x la coloration ayant A et B pour couleurs. Un enlacement ne peut être coloré que d'une façon, autrement dit dans un enlacement les deux cercles sont interchangeable, autrement dit il y a une seule x-chaine CO sur jacente à un enlacement. Il y a donc deux enlacements colorés orientés , le gauche et le droit. Attention, ceci est légèrement abusif. Si x est une 2-coloration, alors il y a deux x-chaines CO d'enlacement. Mais il n'y a pas qu'une seule 2-coloration puisque n'importe quel ensemble à deux éléments convient.

Proposition: 2: Les deux chaines CO d'enlacement ne sont pas homotopes.

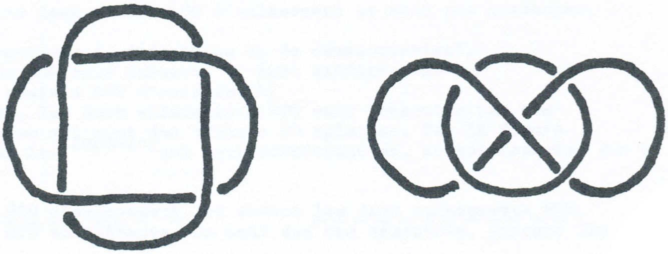
Voir l'annexe "Problèmes de définition et de démonstration". Donc leurs chaines HCO sous jacentes sont différentes. Il y a donc deux chaines HCO d'enlacement. Sur la figure eta , les deux enlacements HCO sont présentés par des présentations planes qui sont des chaines CO aplaties. Sur la figure eta , il y a aussi les formules qui leur correspondent, ce qui anticipe sur ce qui suit.

Les deux chaines HCO d'enlacement, ou encore les deux enlacements HCO, sont des chaines HCO boroméennes. Ce sont des cas dégénérés, puisque ils ont deux cercles.

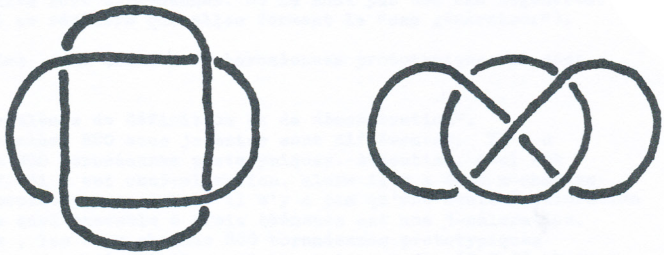
Sur la figure zéta, il y a deux chaines colorées polarisées. En changeant la polarisation en orientation, voir figure eta, ça fait deux chaines colorées orientées. Par définition, ce sont les deux chaines CO boroméennes prototypiques. Elles sont boroméennes. Ce ne sont pas des cas dégénérés. (au contraire, il se révélera que elles forment le "cas générateur").

Proposition 3 : Les deux chaines CO boroméennes prototypiques ne sont pas homotopes.

Voir l'annexe "Problèmes de définition et de démonstration". Donc leurs chaines HCO sous jacentes sont différentes. Il y a donc deux chaines HCO boroméennes prototypiques. Attention, ceci est légèrement abusif. Si x est une 3-coloration, alors il y a deux x-chaines HCO boroméennes prototuypiques. Mais il n'y a pas qu'une seule 3-coloration puisque n'importe quel ensemble à trois éléments est une 3-coloration. Sur la figure eta , les deux chaines HCO boroméennes prototypiques sont présentées par des présentations planes qui sont des (C,D,E)-chaines CO aplaties. Sur la figure eta, il y a aussi les formules qui leur correspondent, ce qui anticipe sur la suite. C'était les deux chaines HCO boroméennes prototypiques.

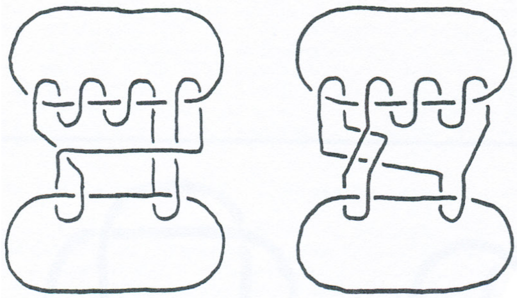


Deux présentations de la même chaine.

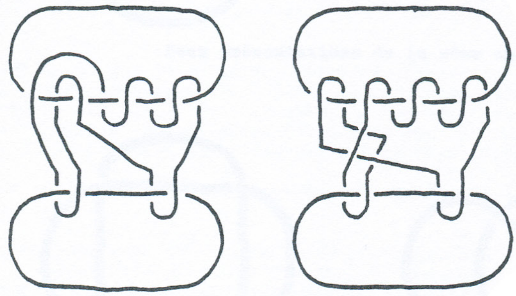


Deux présentations de la même chaine.

Figure alpha



deux présentations de la même chaine



deux présentations de la même chaine

figure alpha (suite)

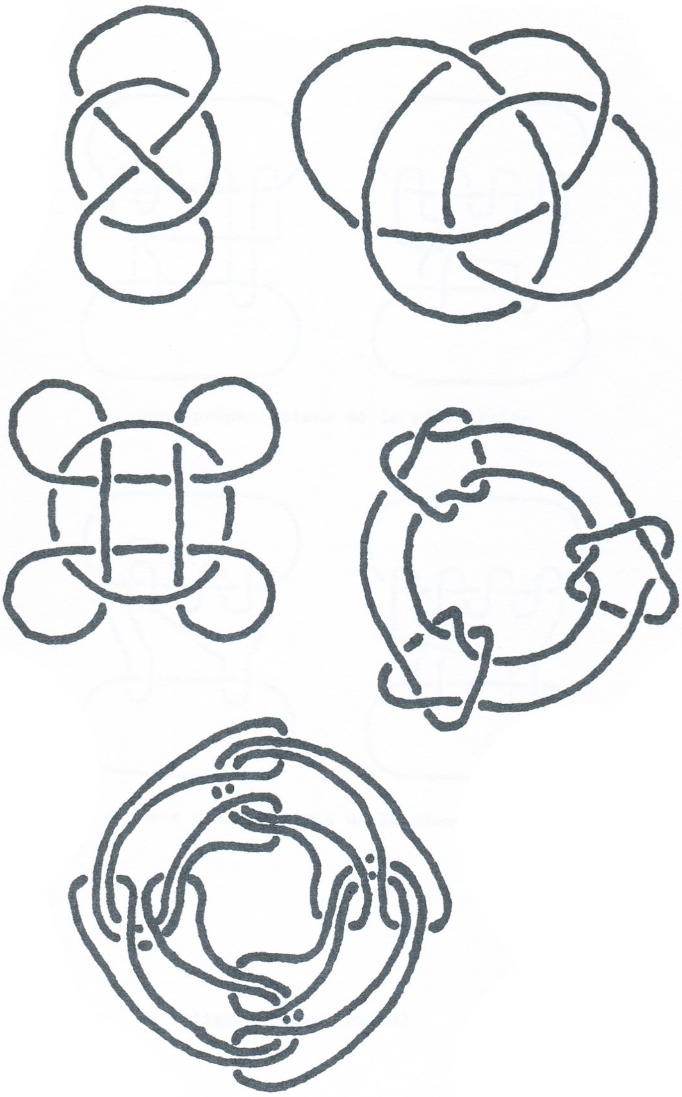
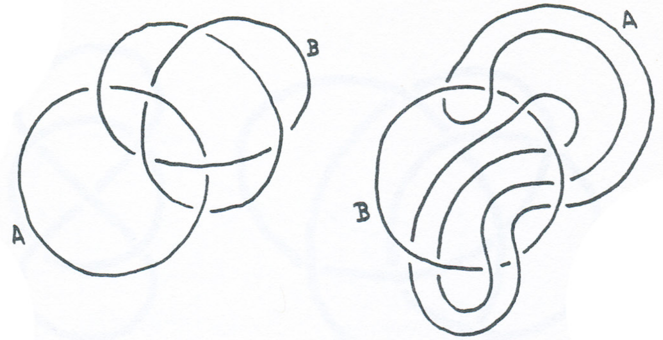
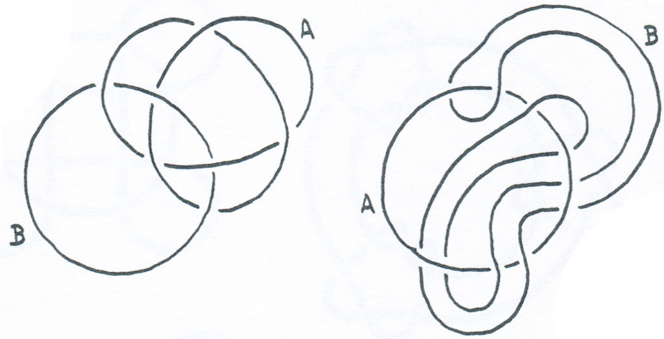


Figure beta



deux présentations de la même chaine colorée



deux présentations de la même chaine colorée

figure gamma
colorer avec les couleurs A et B

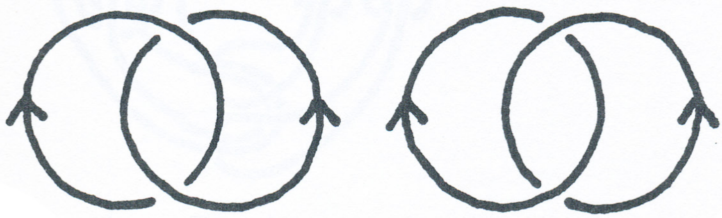


figure delta

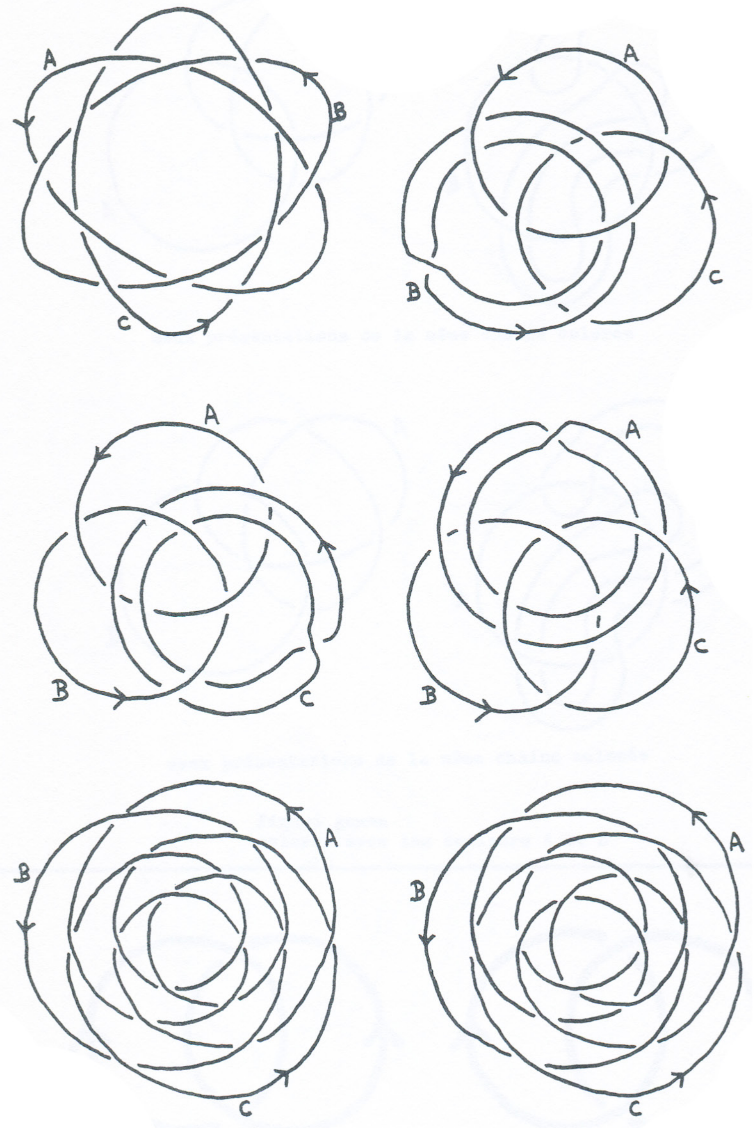


figure epsilon
colorer avec les couleurs A et B et C

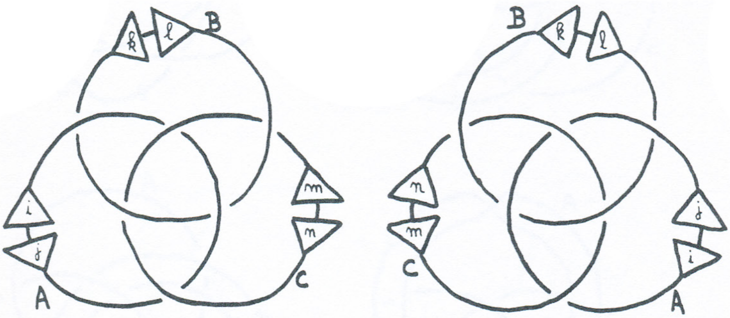
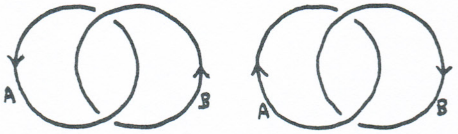
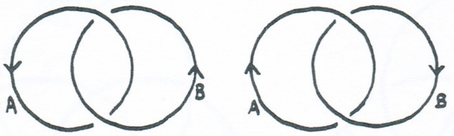


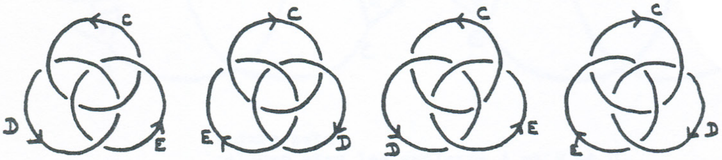
figure zeta
colorer avec les couleurs A et B et C



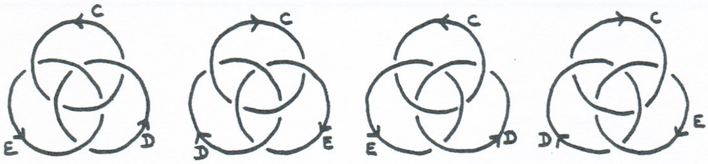
deux présentations de la même chaine colorée orientée



deux présentations de la même chaine colorée orientée

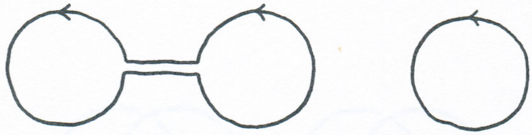


quatre présentations de la même chaine colorée orientée



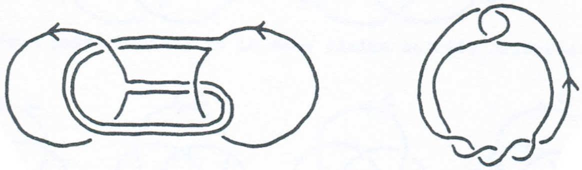
quatre présentations de la même chaine colorée orientée

figure eta
colorer avec les couleurs A et B et C et D et E

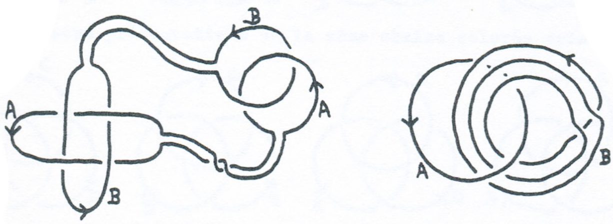


deux présentations de la même chaine orientée

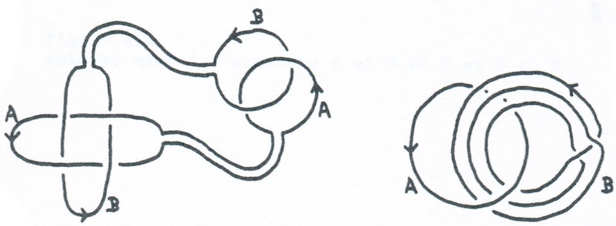
deux présentations de la même chaine orientée



deux présentations de la même chaine orientée

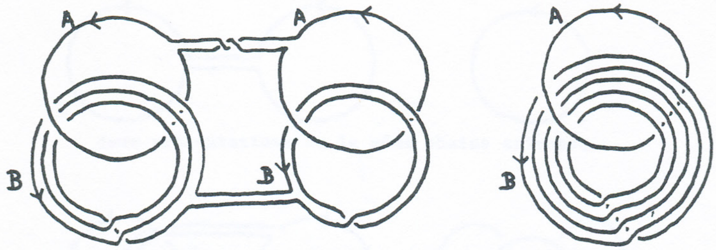


deux présentations de la même chaine colorée orientée

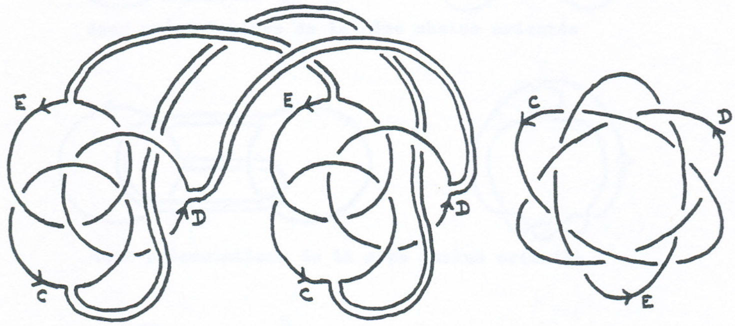


deux présentations de la même chaine colorée orientée

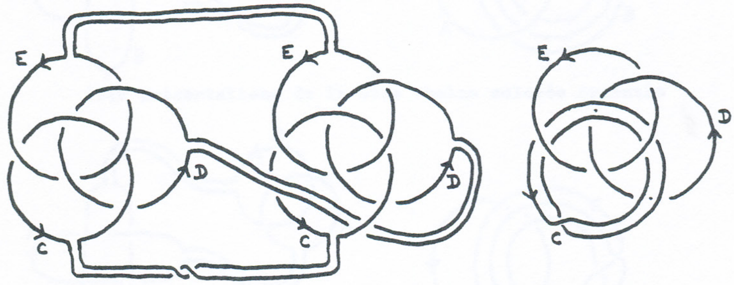
figure theta
colorer avec les couleurs A et B



deux présentations de la même chaine colorée orientée

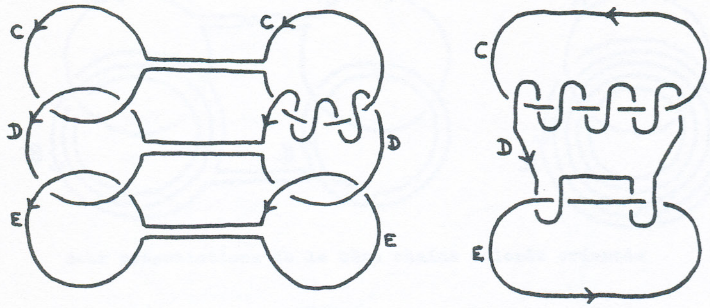


deux présentations de la même chaine colorée orientée

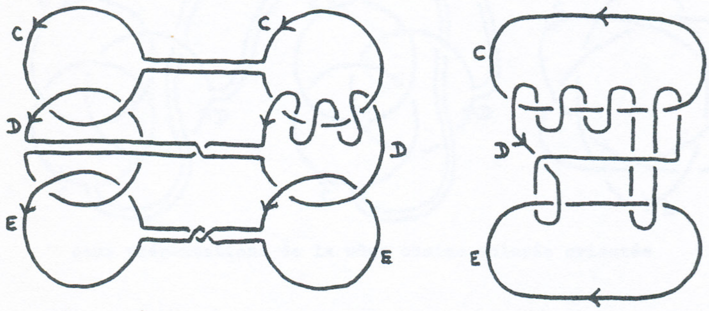


deux présentations de la même chaine colorée orientée

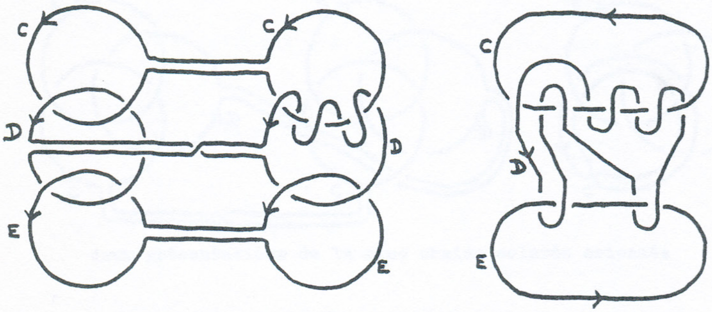
figure theta (suite)
colorer avec les couleurs A et B et C et D et E



deux présentations de la même chaine colorée orientée

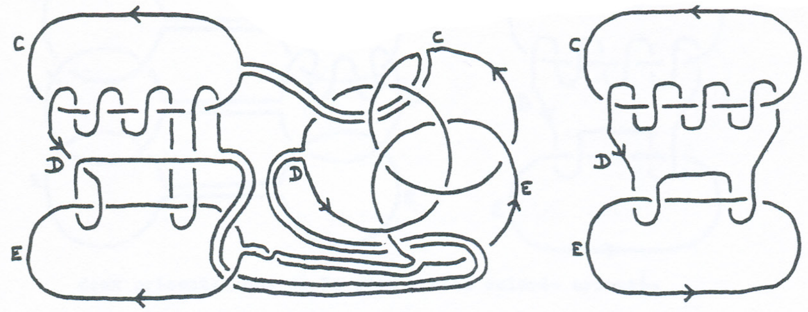


deux présentations de la même chaine colorée orientée

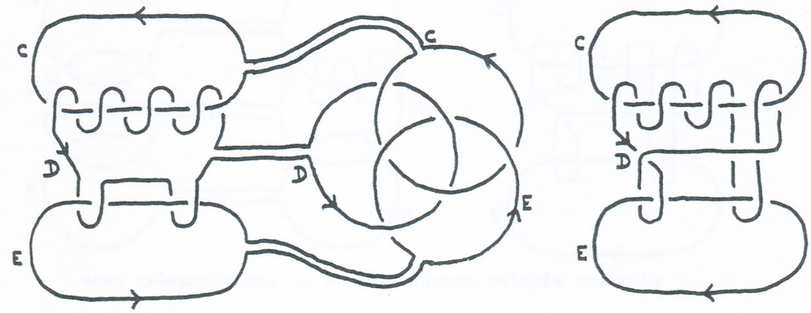


deux présentations de la même chaine colorée orientée

figure theta (suite)
colorer avec les couleurs C et D et E

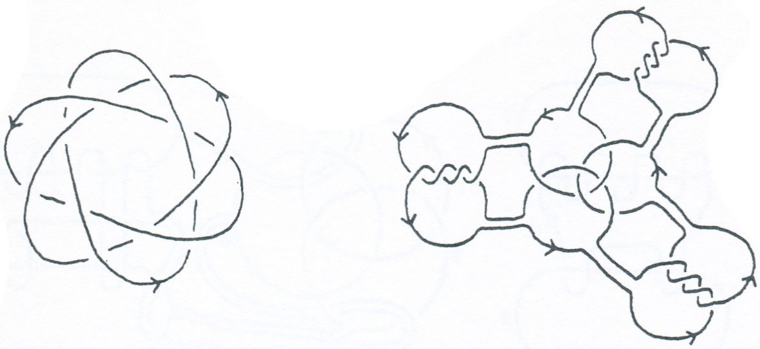


deux présentations d'une même chaine colorée orientée

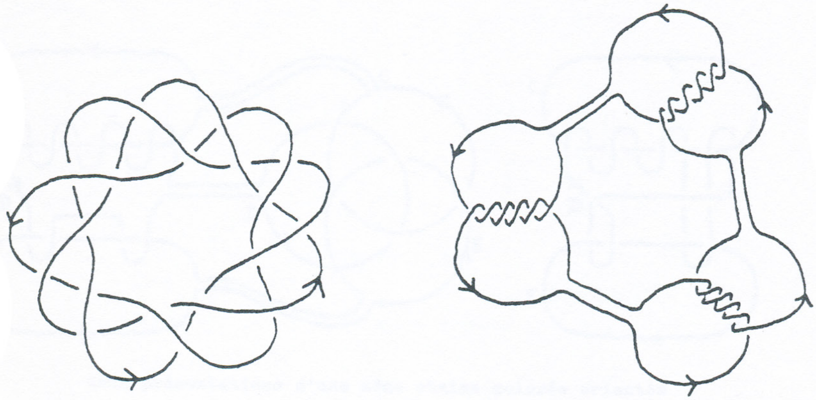


deux présentations d'une même chaine colorée orientée

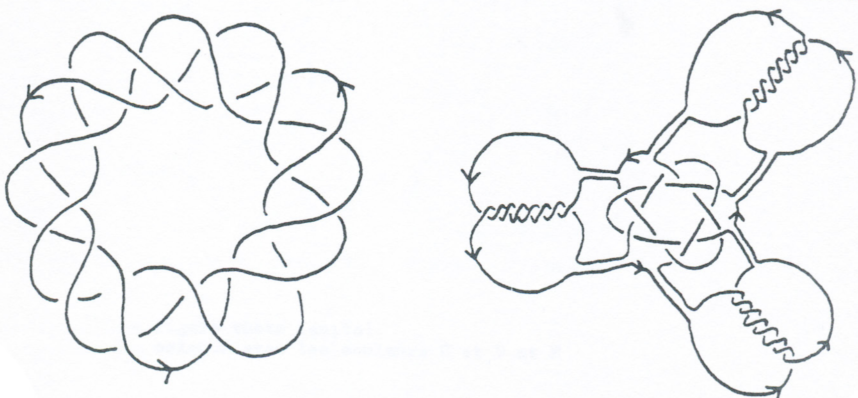
figure theta (suite)
colorer avec les couleurs C et D et E



deux présentations de la même chainette



deux présentations de la même chainette



deux présentations de la même chainette

TROISIEME
INTRODUCTION AU CALCUL DES CHAINETTES BOROMEENNES

M.Lacan se réfère aux chaines, aux chaines boroméennes, et à une certaine chaine boroméenne dont voici une présentation:

Ici, cette chaine sera appelée: "la chaine boroméenne prototypique".

A partir de là, il est ici question d'un article intitulé "Link groups", qui rencontre la notion de chaine boroméenne. Cet article, c'est: "Link groups", par J.Milnor, dans la revue "Annals of mathematics", volume 59 année 1954 pages 177-195. Voir plus spécialement la figure 7 page 190.

L'article "Link groups" tombe sur la notion de chaine boroméenne, à l'occasion de la préoccupation suivante: Dans l'état actuel de la littérature mathématique sur les chaines, les chaines sont abordées par l'intermédiaire de quelquechose qui s'appelle "groupe fondamental". Ce a quoi on s'intéresse, ce sont la chaine et les cercles d'une chaine, ce sur quoi on calcule, ce sont le "groupe fondamental" et les lacets. L'article "Link groups" tend à résorber cette séparation. Voir le théorème 3 page 181.

De l'article "Link groups", on peut tirer les choses suivantes:
- Le rôle que jouent les chaines boroméennes parmi les chaines,
- Le rôle que joue la chaine boroméenne prototypique parmi les chaines boroméennes.

Plus précisément:
- La distinction des chainettes et des chaines,
- Le rôle que jouent les chainettes boroméennes parmi les chainettes,
- Le rôle que joue la chainette boroméenne prototypique parmi les chainettes boroméennes,
- Le système des chainettes boroméennes et le calcul des chainettes boroméennes,
- La "classification" des chainettes.

Qu'est ce que c'est que la notion de chainette? C'est une modalité de la notion de chaine. La distinction des chaines et des chainettes est un préalable. Cette distinction n'est pas immédiate. La notion de chainette est une notion "quotient" et celà ne parait simple qu'à ceux qui ont l'habitude des notions de "relation d'équivalence sur un ensemble" et de "ensemble quotient". De plus, alors qu'il y a une réalisation matérielle des chaines, il n'y a pas de réalisation matérielle des chainettes. Ou alors, il faudrait en trouver une.

La notion de chainette, ça a à voir avec l'"homotopie" ou "auto-transparence". Ca a à voir avec distinguer pour les chaines, l'"auto-obstruction" (d'un cercle) et l'"obstruction mutuelle" (de plusieurs cercles).

Le rôle que joue la chainette boroméenne prototypique parmi les chainettes boroméennes, est explicité par le système des chainettes boroméennes et le calcul des chainettes boroméennes. La chainette boroméenne prototypique "engendre" toutes les autres, autrement dit, une chainette boroméenne, n'importe laquelle, peut être obtenue à partir de la chainette boroméenne prototypique.

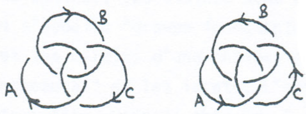
Voici les éléments premiers du système des chainettes boroméennes:

- Les chainettes correspondant à l'"enlacement":

- Les chainettes correspondant à la chaine boroméenne prototypique:

- Le couple:

- Le couple:



- L'opération appellée "raccordement".
- L'opération appellée "enlacement des tores".

Il y a les éléments premiers, et il y a les "façons d'engendrer à partir des éléments premiers". Il faut disposer de:

- Un algorithme qui décide si, deux "façons d'engendrer à partir des éléments premiers" engendrent, oui ou non, la même chose.
- Un algorithme qui, à partir d'une chainette boroméenne, n'importe laquelle, fournit une "façon de l'engendrer à partir des éléments premiers".

Le rôle que jouent les chainettes boroméennes parmi les chainettes est le suivant:

- Les chainettes boroméennes "opèrent" sur les chainettes, par l'opération de "raccordement". A une chainette est associé un groupe d'invariances, pour cette opération.
- Une chainette, n'importe laquelle, se décompose par "peignage" en composants qui sont des chainettes boroméennes. La composition de plusieurs chainettes boroméennes, pour former une chainette, peut s'appeller le "raccordement au sens large". Le "raccordement au sens large" est une "façon d'engendrer" une chainette à partir de plusieurs chainettes boroméennes. Il faut disposer de:
- Un algorithme qui décide si, deux "façons d'engendrer" à partir des chainettes boroméennes, engendrent, oui ou non, la même chose.
- Un algorithme (c'est l'algorithme de peignage) qui, à partir d'une chainette, n'importe laquelle, fournit une "façon de l'engendrer" à partir des chainettes boroméennes.
- Quel rapport y a t il entre l'opération par raccordement, et la décomposition par "peignage" ou "raccordement au sens large"?

En cours de route sont apparues trois notions de raccordement.

Toutes ces notions concernant les chaines, les chaines boroméennes, les chainettes, les chainettes boroméennes, peuvent être reprises pour les tresses, les tresses boroméennes, les tressettes, les tressettes boroméennes. Et ce sont les tressettes qui sont, algébriquement, l'abord le plus facile des chainettes.

UNICITE DU RACCORDEMENT DES CHAINETTES BOROMEENNES

Proposition: Soit une chaine, une boucle de cette chaine, et une bonne boucle de cette chaine. Soit un raccordement de la boucle et de la bonne boucle. Homotopiquement, le ruban peut traverser n'importequel fil de la chaine.

Proposition: Soit une chaine A, une chaine boroméenne B, une bonne boucle X de B appelée C. A et B ont même coloration polarisée. Soit un raccordement de A et de B. Soit D la sous chaine contenant A et B et ne contenant pas C. C est une boucle de D. C est une bonne boucle de D.

Soit p une couleur. Soit D1 la sous chaine de D contenant toutes les couleurs sauf p. C est une boucle de D1. Il s'agit de montrer que C ne tient pas à D1.

Alors, C ne tiendrait pas sans p, ceci par rapport à D1. Alors, C ne tiendrait pas sans chaque rond de D1.

C ne tient pas à A, puisque A et (B et C) sont séparables.

Soit A1 et B1 les sous chaines de A et B contenant toutes les couleurs sauf p.

C ne tient pas à A1, puisque C ne tient pas à A.

C ne tient pas à B1, puisque C est une bonne boucle de B.

B1 est neutre puisque B est boroméenne.

D1 est un raccordement de A1 et B1.

D1 = A1 puisque B1 est neutre.

C ne tient pas à D1 puisque C ne tientpas à A1.

Proposition: Soit A une chaine. Soit B une chaine séparée de A et boroméenne. Soit un raccordement de A et de B. A et B ont même coloration polarisée. Homotopiquement, chaque ruban peut traverser n'importe quel fil de D. D est le raccordement de A et de B.

Soit p et q deux couleurs distinctes. Il s'agit de montrer que le ruban p peut homotopiquement traverser n'importequel fil q de D.

Alors un ruban peut traverser n'importequel fil de couleur différente, et comme un ruban peut traverser un fil de sa couleur, alors alors un ruban peut traverser n'importequel fil.

Soit A1 B1 D1 les sous chaines de A B D contenant toutes lescouleurs sauf p. Soit A% B% D% les sous chaines de A B D contenent seulement la couleur p.

A% est une boucle de D1.

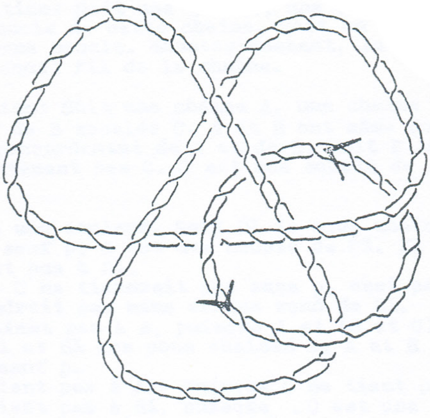
B% est une boucle de D1.

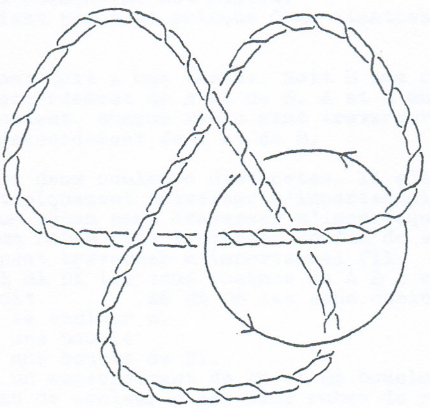
D1 est un raccordement de A% et B% boucles de la chaine D1. et le ruban de couleur p est leur ruban de raccordement. Il s'agit de montrer que le ruban peut traverser n'importequel fil homotopiquement de D1. D'après la proposition du début, il suffit de montrer que B% est une bonne boucle de D1. C'est vrai d'apès la deuxième proposition, puisque B1 est neutre et donc boroméenne.

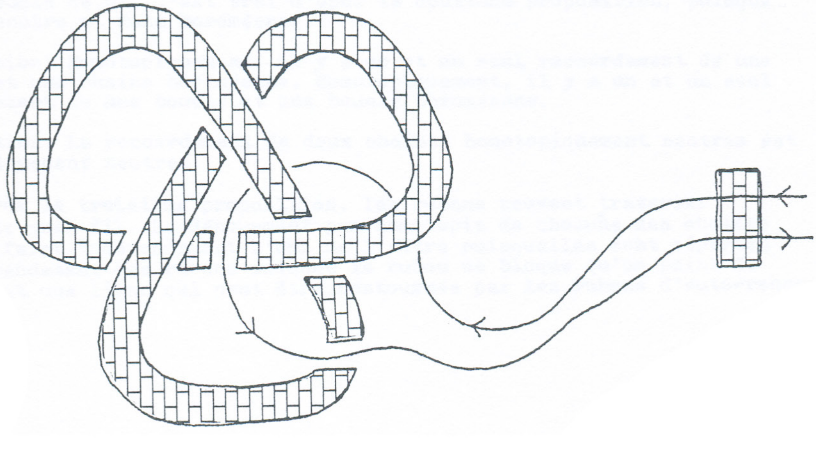
Proposition; Homotopiquement, il y a un et un seul raccordement de une chaine et une chaine boroméenne. Homotopiquement, il y a un et un seul raccordement de une boucle et une boucle boroméenne.

Proposition: Le raccordement de deux chaines homotopiquement neutres est homotopiquement neutre.

D'après la troisième proposition, les rubans peuvent traverser n'importe quel fil. Le dénouement par homotopie de chacune des chaines peut se faire indépendament l'une de l'autre puisquelles sont séparées et indépendament des rubans puisque le ruban ne bloque qu'un point de un rond et une ligne qui peut être contournée par les rubans d'auto-rencontre







Fabriqué avec l'aide de
la Maison des Sciences de l'Homme
54 Bd. Raspail 75006 Paris

Autour du cours de M. Lacan.

Correspondance avec M. Lacan.

Fait par Soury,

avec Thomé, Terrasson, Léger, Achard,

et d'autres personnes.

DOCUMENTS FAISANT CONTEXTE ET DEBUT DE PORTRAIT
(ajoutés par les éditeurs)

INVENTAIRE

PREMIERE PARTIE (volume 1)

TOPOLOGIE AUTOUR DU COURS DE M. LACAN

Correspondance "TOPOLOGIE" entre LACAN et SOURY-THOME (49 lettres de 1973 à 1979)

100 -- (Exemple de lettre de LACAN à SOURY et THOME: 23 Février 1976) 2+1 pages
101 -- (Exemple de réponse de SOURY à LACAN) 1 page

DIVERS

Linguistique (avant 1973)

102 -- C'EST PAS LA PEINE DE NORMALISER LES TEXTES 1 page
103 -- LE SUSPENSE DANS UNE PHRASE 3 pages

Logique (1972 ou 1973)

104 -- LE VRAI ET LE FAUX DE LA LOGIQUE 6 pages

Structures (1970 à 1974)

105 -- LA DECOMPOSITION DU MOUVEMENT 1 page
106 -- LA SUCCESSION ET LA COEXISTENCE ET L'ALTERNATIVE 1 page
107 -- REPRODUCTION, REPETITION, DUPLICATION, CONSERVATION 1 page
108 -- L'INTERIEUR, L'EXTERIEUR, LA VIE, LA STRUCTURE 1 page
109 -- COUPLAGES BORNES OU PAS 1 page
110 -- REPRODUCTION, CONSERVATION, REPETITION, PROPAGATION, TRANSMISSION 1 page
111 -- NARCISSISME DU TEXTE VRAI 1 page

PETITS GROUPES: GROUPES DE TRAVAIL, GROUPES DE PAROLE, GROUPES AVEC ANIMATEUR

Comptes rendus de jeux projectifs dans des petits groupes avec animateur (1978-1981)

112 -- EXTRAORDINAIRE PRINTEMPS 80 — FIN JANVIER 81 (dessins) 2 pages
113 -- ETE 1980 2 pages
114 -- NE VOUS INQUIETEZ PAS POUR MOI, C'EST POUR VOUS QUE C'EST PENIBLE
-- JE BAISE PAS
-- JE BATS DES AILES DOUCEMENT, JE MONTE, JE TOURNE, JE PLONGE 1 page
115 -- ELLE PASSAIT TOUTE DROITE SANS SE RETOURNER 1 page
116 -- CA SENT MAUVAIS, CA SENT LE CADAVRE 1 page
117 -- JE T'ATTENDS, TU M'ENTENDS, M'ENTENDS-TU 1 page

ENJEUX PERSONNELS

Compte rendu d'un rève (1980 ou 1981)

118 -- DANS LES BRAS DE MA MERE, J'AI REVE A LA FEMME QUE J'AIMAIS 1 page

Suicide (2 juillet 1981)

119 -- (Préparatifs. Traces écrites sur un chéquier: "Bon Marché", "acide", "chimie", "souris", "retrait", "SNCF") 5 pages
120 -- (Préparatifs. Traces écrites sur une enveloppe) 2 pages
121 -- (Inventaire des "LETTRES BREVES DU SUICIDE ET TESTAMENT" publiés dans "CHAINES ET NOEUDS 3ème partie") 1 page

REPERES BIOGRAPHIQUES

122 -- (Certificat d'admission à l'Ecole Polytechnique - 11 Août 1961) 1 page
123 -- (Licence de Mathématiques - Octobre 1963) 2 pages

CIRCONSTANCES DE LA PUBLICATION DE "CHAINES ET NOEUDS 1 et 2" (1987-1988)

124 -- (Les deux textes de la souscription pour "CHAINES ET NOEUDS 1 et 2") 2 pages
125 -- (Les souscripteurs de "CHAINES ET NOEUDS 1 et 2": *pour les y associer*) 2 pages

DEUXIEME PARTIE (volume 2)

TOPOLOGIE AUTOUR DU COURS DE M. LACAN

Correspondance "TOPOLOGIE" entre LACAN et SOURY (de 1976 à 1979)

200 -- (Exemple de lettre de LACAN à SOURY: 1er Septembre 1976) 1+1 pages
201 -- (Exemple de réponse de SOURY à LACAN) 2 pages

Le cours "CHAINES ET NOEUDS" (de 1976 à 1981)

202 -- (Compte rendu pour l'année 1979-1980) 5 pages

Conférences

203 -- CONFERENCES PENDANT L'ANNEE SCOLAIRE 1979-1980 1 page

DIVERS

Commentaires (avant 1973)

204 -- LA COHABITATION COMME PAROLE 1 page
205 -- CE QUI EST DEMONTRE, C'EST QUE LE DARWINISME... 1 page
206 -- (Citation d'une bande dessinée) 1 page
206 bis — (Citation d'une revue) 1 page

PETITS GROUPES: GROUPES DE TRAVAIL, GROUPES DE PAROLE, GROUPES AVEC ANIMATEUR

Fonctionnement des petits groupes (1980 et 1981)

207 -- (Dessins faits dans une réunion du groupe "MIROIR ET TEXTE" - 1980) 1 page

Comptes rendus de jeux projectifs en petit groupe avec animateur (1978 à 1981)

208 -- IL LA POURSUIVAIT DEPUIS LONGTEMPS... 1 page
209 -- SANG ROUGE REVOLTE FRATERNITE PERSECUTION MOURIR TORTURE FAMILLE... 1 page
210 -- MA MERE A VOULU DANSER AVEC MOI... 1 page
211 -- TRISTE, ACCABLE, DEFENSIF, CUIRASSE, PAS INTERESSE... 1 page
212 -- (Dessin) 1 page
213 -- (Dessin) 1 page
214 -- (Dessin) 1 page
215 -- (Dessin) 1 page
216 -- ETIOLOGIE TRAUMATIQUE, LA FACE DES PULSIONS, LES MODIFICATIONS DU MOI 1 page
217 -- LE FILS S'ANEANTISSANT 1 page

ENJEUX PERSONNELS

Compte rendu d'un rève (1976 ou 1977)

218 -- QUI A MAL A SA DELIESSE ? 1 page

Suicide (2 Juillet 1981)

219 -- (Préparatifs. Traces écrites dans le cahier-agenda du 22 Juin au 10 Juillet 1981: "chimie", "Lacan ?", "bouteilles", "confirmer jeudi soir", "plan", "gaz", "teinturerie", "chèques") 4 pages
220 -- (Croquis de montage de l'alambic) 1 page
221 -- (Notes pour la préparation du toxique) 1 page
222 -- (Inventaire des "LETTRES BREVES DU SUICIDE ET TESTAMENT" publiés dans "CHAINES ET NOEUDS 3ème partie") 1 page

REACTIONS, COMMENTAIRES, TEMOIGNAGES (après le suicide de Pierre SOURY)

Comptes rendus dans un quotidien

223 -- (Le Parisien libéré, édition des Yvelines - Samedi 4 Juillet 1981) 1 page
224 -- (Le Parisien libéré, édition des Yvelines - Lundi 6 Juillet 1981) 1 page
225 -- (Le Parisien libéré, édition des Yvelines - Jeudi 9 Juillet 1981. *Où, sur les nécessaires confidences d'un gendarme, un journaleux brode une histoire fantaisiste, plus facile à conter que la vraie* - Note des éditeurs.) 1 page

Compte rendu dans un bulletin

226 -- (La Lettre Mensuelle de L'Ecole de la Cause Freudienne, n° 2 - Septembre 1981. *Où, en 10 lignes, l'on voit l'amorce d'un témoignage, quelques projections, des inexactitudes, puis une manoeuvre d'annexion au profit d'une chapelle* - Note des éditeurs.) 1 page

Position des deux légataires universels de Pierre SOURY

227 -- (Texte de: THOME et LEGER, paru dans "Langage et Société", n° 20, *numéro dédié à Pierre SOURY*, Mai 1982) 2 pages

Témoignages (parus, eux aussi, dans "Langage et Société", n° 20, Mai 1982)

228 -- de Pierre ACHARD 1 page
229 -- de Judith BROUSTE 1 page
230 -- de Dolorès JAULIN 2 pages
231 -- de Marieluise SAUSSE (traduction d'un poème de RILKE) 1 page
232 -- de Christine THIBAULT 2 pages

REPERES BIOGRAPHIQUES

233 -- (Bulletin de paye au CNRS - Octobre 1965) 1 page
234 -- (Affectation à la VIe Section de l'Ecole Pratique des Hautes Etudes - 26 Juillet 1973) 1 page
235 -- (Mise à la disposition de l'Ecole Pratique des Hautes Etudes - 13 Mars 1974) 2 pages
236 -- "Les problèmes que considère Mr. P.SOURY sont issus des préoccupations de Mr.LACAN." 1 page
237 -- (Dernier bulletin de paye: Maison des Sciences de l'Homme - Juin 1981) 1 page

TROISIEME PARTIE (volume 3)

TOPOLOGIE AUTOUR DU COURS DE M. LACAN

La collaboration Soury-Thomé : les réunions "NOEUDS" (de 1973 à 1976)

0 -- UNE ANNEE EN COMPAGNIE DES NOEUDS. PROBLEMES. 2 pages
1 -- RAPPORT D'ACTIVITE POUR 1973 ET PLAN DE TRAVAIL POUR 1974 1 page
2 -- RAPPORT D'ACTIVITE POUR 74 ET PROJET DE TRAVAIL 1 page
3 -- (Liste des exposés faits au séminaire de M. Jaulin et de M. Lachaud en 1975-1976) 1 page
4 -- RAPPORT D'ACTIVITE POUR 75 ET PROJET DE TRAVAIL 1 page
5 -- UN EXPOSE AU SUJET DES CHAINES ET DES NOEUDS. 1 page

Le cours "CHAINES ET NOEUDS" (de 1976 à 1981)

6 -- (Projet de cours) 1 page
7 -- (Annonce du premier cours dans la liste des enseignements organisés par l'UER de Didactique des Disciplines, Université de PARIS VII) 1 page
8 -- (Tract-affiche pour annoncer le premier cours) 1 page
9 -- RAPPORT D'ACTIVITE POUR 76 ET PROJET DE TRAVAIL 1 page
10 -- COURS "CHAINES ET NOEUDS" PENDANT l'ANNEE SCOLAIRE 76-77 1 page
11 -- (Demande d'un crédit annuel de photocopie) 1 page
12 -- (Annonce du cours pour 1980-1981) 1 page
13 -- RAPPORT D'ACTIVITE POUR 1979 (1ère version provisoire) 1 page

Le recueil "CHAINES ET NOEUDS" 1ère partie et 2ème partie (octobre 1980)

14 -- (Demande de multiplication en une vingtaine d'exemplaires) 2 pages
15 -- COMMENT CONSULTER LES DEUX RECUEILS "CHAINES ET NOEUDS" ? 1 page
16 -- (Recensement des exemplaires) 1 page

Correspondance "TOPOLOGIE" adressée à LACAN (de 1973 à 1981)

17 -- (Exemple d'envoi en 1979-1980) 2 pages
18 -- LES OBJETS TOPOLOGIQUES ET L'ETAT ACTUEL DES MATHEMATIQUES 4 pages

Questionnement (1980-1981)

19 -- QUE FAIRE AVEC LA TOPOLOGIE 3 pages

DIVERS

Commentaires (avant 1973)

20 -- L'ALTERNATIVE "TOPOLOGIE OU ORDRE" 3 pages
21 -- LA LOI ET LE SAVOIR 1 page
22 -- AU SUJET DE L'OBSCURITE PROPRE AUX MATHEMATIQUES ET A LA PROGRAMMATION 1 page

Programmation (avant 1974, exemple de compte rendu)

23 -- REDACTION SUR LA PROGRAMMATION 1 page

Tracts "RECHERCHE" (avant 1975)

24 -- LE PROBLEME DE LA RECHERCHE C'EST LA RECHERCHE DE PROBLEMES 1 page
25 -- LES MATHEMATIQUES SERVENT DE CAUTION A L'OBSCURANTISME 1 page
26 -- FICHE OU PIQUE 1 page
27 -- A L'INTENTION DU CMAC 1 page
28 -- DES SPECIALISTES SE RENCONTRENT. 1 page

Tracts (avant 1973)

29 -- L'ENTREVUE SYNDICATS-CNRS 1 page
30 -- VOITURE = GADGET PHALLIQUE 1 page
31 -- PUTASSER AU TRIBUNAL, C'EST PENIBLE PERSONNELLEMENT 1 page
32 -- LA POLICE SE VENGE 2 pages
33 -- CRITIQUE DE "LA MORALE DE L'AUTONOMIE" ET ACTUALITE DE CETTE CRITIQUE 1 page

Logique (exemple de texte de 1972 ou 1973)

34 -- LA LOGIQUE PROPOSITIONNELLE 2 pages

Linguistique (avant 1973)

35 -- PARADIGME D'UN ENONCE, LE PARADIGME D'UNE THESE. 3 pages
36 -- LES TICS DE DETERMINATION-INDETERMINATION DANS LES DISCOURS 3 pages

Lecture (1980 ou 1981)

37 -- CONTRE LA LECTURE SOLITAIRE 1 page

PETITS GROUPES : GROUPES DE TRAVAIL, GROUPES DE PAROLE, GROUPES AVEC ANIMATEUR

Exégèse (1980)

38 -- "TRAVAIL" 1 page
39 -- DE LA PART DE SOURY, POUR LES CONCLUSIONS DE LA COMMISSION. 1 page

Questions adressées à LACAN (1980)

40 -- DE LA PART DE SOURY, 5 RUE DU DAHOMEY 75011 PARIS, APRES VOTRE SEMINAIRE DU 11 MARS 2 pages
41 -- QUESTIONS AU SUJET DES CARTELS 1 page

Cartels (1980)

42 -- (A l'invitation de SOURY et de VAPPEREAU, réunion en vue de constituer des cartels : feuille récapitulative des noms, adresses et intérêts de chacun) 1 page

Fonctionnement de la parole (1980-1981)

43 -- L'UNISSON ET LE CONTREPOINT 3 pages
44 -- LES CONTRAINTES PRIMAIRES ET LES CONTRAINTES SECONDAIRES DE LA PAROLE. 1 page
45 -- LA PAROLE NORMALE, L'ECHEC INTELLECTUEL, ET QUAND "CA NE VA PAS TOUT SEUL". 3 pages

Fonctionnement des petits groupes (1980 et 1981)

46 -- LES PETITS GROUPES ET LE GRAND GROUPE 3 pages
47 -- MES EXPERIENCES ANTERIEURES, DE COLLABORATION ET DE TRAVAIL INTELLECTUEL, ETAIENT DU GENRE "ANIMATION DE GROUPE". 2 pages
48 -- UNE PROPOSITION DE FONCTIONNEMENT 1 page
49 -- DIMANCHE 22 JUIN DE 14H. A 19H. MIROIR ET TEXTE. CHEZ SOURY, 5 RUE DU DAHOMEY. 1 page

Groupes de parole, "le groupe bonhommes" (document de 1977 ou 1978)

50 -- (JE CHERCHE UN GROUPE SUR LA CONDITION MASCULINE POUR PARLER) 8 pages

Sexualité (témoignage écrit pour la revue "Pas rôles d'hommes" en 1979-1980)

51 -- D'APRES CE QUE JE ME RAPPELLE 2 pages

Compte rendus de jeux projectifs dans des petis groupes avec animateur (1978-1981)

52 -- JOUR NUIT SOIR SOLITUDE MERE PERE LIT GRAND MERE ARGENT 1 page
53 -- LES CHIENS, UNE FEMME, UN GRAND PERE, THEO, DESCENDRE 2 pages
54 -- J'AI PROJETE MA GRAND MERE, CA N'ARRIVE PAS SOUVENT, J'AI REVECU UNE DEFAITE. 2 pages

ENJEUX PERSONNELS

Cohabitation (1972-1980)

55 -- J'AIME ECRIRE SUR LES CAHIERS 1 page
56 -- PAS DE COUPS POUR LES VISITEURS 1 page
57 -- DE PIERRE, AU SUJET DE CHRISTIAN 4 pages

Collaboration SOURY-THOME (suite de 1977 ou 1978)

58 -- "LE NOMME SOURY, AURAIT REPROCHE, FAIT LE REPROCHE, D'AVOIR FAIT UN NOEUD DE TRAVERS, A QUELQU'UN ICI PRESENT". Séminaire du 15 novembre 77. 2 pages

Demandes adressées à LACAN (1980-1981)

59 -- A L'INTENTION DE MONSIEUR LACAN, CANDIDATURE DE PIERRE SOURY. 2 pages
60 -- POUR M. LACAN, POUR LE FORUM DE LA CAUSE FREUDIENNE. DE LA PART DE SOURY PIERRE. 1 page
61 -- "Monsieur, J'aimerais faire une psychanalyse avec vous." 1 page

Dernier papier signé, se trouvant sur le bureau de Pierre SOURY (1er juillet 1981)

62 -- (Demande de formation continue pour 1982) 1 page

Suicide (2 juillet 1981)

63 -- (Toxique) 1 page

64 -- INVENTAIRE (fait par les éditeurs) 5 pages

5, RUE DE LILLE, VIIe
260-72-93

Bonjour, chers Soury et Thomé.

M'en croyez-vous ? Je me suis préoccupé de combien il y a de noeuds différents dans le cas d'une chaîne à 4 ? (alors que 2 dans chaîne à 3)

Six à mon avis

Et au vôtre ?

Votre

L

le 23-II-76.

5, RUE DE LILLE, VIIe
260-72-93

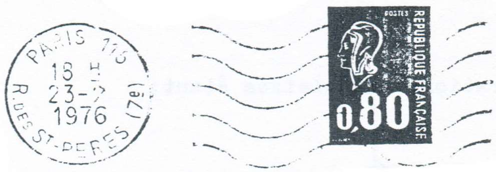
Deuxième lettre.

Il n'y a pas besoin pour la chaîne à 3 qu'elles soient, les 3, coloriées "et orientées"

Il suffit qu'elles soient coloriées

J.

(Donc (!) même affaire pour la 4



à Messieurs SOURY et THOME

5 rue du Dahomey

750II PARIS

C'est pas la peine de normaliser les textes.

Un texte est un objet formel. Il a sa régularité. Mais ça ne veut pas dire qu'il existe d'autres textes ayant la même régularité. Un formulaire au contraire est astreint à une régularité beaucoup plus stricte: c'est une régularité qui est commune à plusieurs formulaires. Les différents formulaires semblables étant éventuellement rassemblés et constituants alors un fichier.

Un texte n'est pas un formulaire.

Et pourtant certains s'escriment à transformer des textes en formulaires. Ou bien à extraire des textes des formulaires, par exemple a extraire des textes des formulaires de description.

Il n'y a pas de description normalisée des textes.

Autrement dit: Un texte a une régularité propre, il n'a pas de régularité extérieure, il n'a pas de régularité de référence. Au contraire d'un formulaire qui a comme régularité de référence la régularité du fichier auquel il appartient. Il faut situer fichier et formulaire l'un par rapport à l'autre: Fichier/Formulaire : le fichier a une régularité propre, le formulaire a une régularité extérieure ou de référence. Le fichier est assimilable à un texte, le texte n'est pas assimilable à un formulaire.
Un corpus est assimilable à un texte. Il n'y a pas de corpus ouvert.
Un fichier ne peut pas être dit ouvert, on peut y ajouter des formulaires.
Le fait qu'un texte n'a pas de régularité de référence peut encore être dit:

Il n'y a pas de classification universelle des textes.

Il n'y a pas de description universelle des textes.

Et pourtant un texte est un objet formel. Sa régularité peut servir de point de départ à une procédure, à un classement d'éléments de ce texte, à des opérations formelles sur les éléments de ce texte. Conclusion:

Un texte peut susciter une procédure.

Il n'y a pas de procédure portant sur les textes.

- LES
-- les quoi?
- LES INDICATIONS
-- bon, et alors?
- LES INDICATIONS CONTENUES
-- non pas les indications, mais les indications contenues. bon, et alors?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS
-- non pas les indications contenues, mais les indications contenues dans quelquechose. dans quoi?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE
-- ce quoi?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE
-- bon, bon, bon, et alors?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT
-- ouf.
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE
-- c'est pas qu'elles tiennent, mais elles tiennent compte. ouf.
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES
-- c'est pas qu'elles tiennent compte, mais elles tiennent compte de certaines choses. des quoi?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES
-- bon, ouf.
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES
-- c'est pas des réponses, mais des réponses reçues. bon, ouf.
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES ET
-- c'était pas tout. attente grammaticalement incertaine. et quoi?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES ET D'
-- c'est pas des réponses reçues, mais des réponses reçues et de quelquechose. de quoi?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES ET D'UN
-- un quoi?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES ET D'UN CERTAIN
-- c'est pas une chose, mais une certaine chose. un certain quoi?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES ET D'UN CERTAIN NOMBRE
-- bon, bon, bon, ouf.
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES ET D'UN CERTAIN NOMBRE D'
-- c'est pas un certain nombre, mais un certain nombre de quelquechose. de quoi?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES ET D'UN CERTAIN NOMBRE D'ENTRETIENS
-- bon, bon, bon, bon, ouf.
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES ET D'UN CERTAIN NOMBRE D'ENTRETIENS.

- LES
-- les quoi?
- LES INDICATIONS
-- bon, et alors?
- LES INDICATIONS CONTENUES
-- non pas les indications, mais les indications contenues. bon, et alors?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS
-- non pas les indications contenues, mais les indications contenues dans quelquechose. dans quoi?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE
-- ce quoi?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE
-- bon, bon, bon, et alors?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT
-- ouf.
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE
-- c'est pas qu'elles tiennent, mais elles tiennent compte. ouf.
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES
-- c'est pas qu'elles tiennent compte, mais elles tiennent compte de certaines choses. des quoi?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES
-- bon, ouf.
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES
-- c'est pas des réponses, mais des réponses reçues. bon, ouf.
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES ET
-- c'était pas tout. attente grammaticalement incertaine. et quoi?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES ET D'
-- c'est pas des réponses reçues, mais des réponses reçues et de quelquechose. de quoi?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES ET D'UN
-- un quoi?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES ET D'UN CERTAIN
-- c'est pas une chose, mais une certaine chose. un certain quoi?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES ET D'UN CERTAIN NOMBRE
-- bon, bon, bon, ouf.
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES ET D'UN CERTAIN NOMBRE D'
-- c'est pas un certain nombre, mais un certain nombre de quelquechose. de quoi?
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES ET D'UN CERTAIN NOMBRE D'ENTRETIENS
-- bon, bon, bon, bon, ouf.
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES ET D'UN CERTAIN NOMBRE D'ENTRETIENS.

Le suspense dans une phrase

La phrase analysée est:
LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES ET D'UN CERTAIN NOMBRE D'ENTRETIENS.

A cette phrase, j'associe un "parenthésage":
LES (INDICATIONS CONTENUES DANS (CE (TEXTE)))(TIENNENT COMPTE DES (REPONSES RECUES) ET (D' (UN (CERTAIN NOMBRE D' (ENTRETIENS)))))

Il y a neuf couples ouverture-fermeture:
- (INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE)
dépend de "LES" .
- (CE TEXTE)
dépend de "DANS" .
- (TEXTE)
dépend de "CE" .
- (TIENNENT COMPTE DES REPONSES RECUES ET D'UN CERTAIN NOMBRE D'ENTRETIENS)
dépend de "LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE" .
- (REPONSES RECUES)
dépend de "DES" .
- (D'UN CERTAIN NOMBRE D'ENTRETIENS)
dépend de "ET" .
- (UN CERTAIN NOMBRE D'ENTRETIENS)
dépend de "D'" .
- (CERTAIN NOMBRE D'ENTRETIENS)
dépend de "UN" .
- (ENTRETIENS)
dépend de "D'" .

Ce parenthésage n'est pas discuté. C'est la solution du suspense. Le suspense, c'est au cours du déroulement de la phrase, quand il y a des ouvertures qui n'ont pas encore trouvé leur fermeture.

Le_suspense

A cette phrase, j'associe un "parenthésage complet":
LES (INDICATIONS)(CONTENUES)(DANS (CE (TEXTE)))(TIENNENT) COMPTE) DES (REPONSES)) RECUES)) ET (D' (UN (CERTAIN NOMBRE)))) D' (ENTRETIENS)))))

Le parenthésage complet est différent du parenthésage précédent. Le parenthésage précédent, qui était appellé "parenthésage", sera maintenant appellé "parenthésage définitif".

Dans le parenthésage définitif, il y a seulement les ouvertures et fermetures définitives. Dans le parenthésage complet, il y a toutes les ouvertures et fermetures qui ont pu être supposées au cours du déroulement de la phrase. Il y a les définitives et les prématurées.

Le parenthésage définitif respecte l'usage établi des parenthèses. Le parenthésage complet ne le respecte pas.

Voici maintenant le parenthésage complet pour les neuf couples ouverture-fermeture.

- (INDICATIONS) CONTENUES) DANS CE TEXTE)
a été fermé prématurément deux fois.
-
-
- (((TIENNENT) COMPTE) DES REPONSES) RECUES) ET D'UN CERTAIN NOMBRE) D'ENTRETIENS)
a été ouvert prématurément deux fois, et a été fermé prématurément cinq fois.
- (REPONSES) RECUES)
a été fermé prématurément une fois.
- (D'UN CERTAIN NOMBRE) D'ENTRETIENS)
a été fermé prématurément une fois.
- (UN CERTAIN NOMBRE) D'ENTRETIENS)
a été fermé prématurément une fois.
- (CERTAIN NOMBRE) D'ENTRETIENS)
a été fermé prématurément une fois.

Au total, il y a neuf ouvertures définitives, neuf fermetures définitives, et il y a eu deux ouvertures prématurées, onze fermetures prématurées.

Dans la présentation du suspense par un dialogue, j'ai utilisé des "substituts". Voici les "substituts affirmatifs" utilisés accompagnés des "substituts interrogatifs" qui leur correspondent et des ouvertures qui leur correspondent.

SUBSTITUTS AFFIRMATIFS	SUBSTITUTS INTERROGATIFS	OUVERTURE
- dans quelquechose	- dans quoi?	- dans (
- de certaines choses	- des quoi?	- des (
- de quelquechose	- de quoi?	- d' (
- une chose	- un quoi?	- un (
- une certaine chose	- un certain quoi?	- un (certain
- de quelquechose	- de quoi?	- d' (

Attention: "certain" est une fois une partie du substitut affirmatif "certaines choses", et une autre fois c'est un mot de la phrase analysée.

Difficultés

Comment décomposer grammaticalement "X tient compte de Y". Est ce que "X tient compte" est une phrase correcte?

Le substitut affirmatif "certaines choses" est le pluriel du substitut affirmatif "quelquechose". Ce n'est pas satisfaisant. "quelquechose" manque d'un pluriel.

Emboitement et juxtaposition. Les différents couples ouverture-fermeture ne jouent pas le même rôle.
- LES INDICATIONS CONTENUES DANS CE TEXTE est construit par trois couples.
- DES REPONSES RECUES est construit par un couple.
- D'UN CERTAIN NOMBRE D'ENTRETIENS est construit par trois couples.
- X FAIT Y ET Z est construit par deux couples.

Le parenthésage définitif de la quatrième ligne est: X (FAIT Y ET (Z))
Je trouve le parenthésage de la quatrième ligne moins satisfaisant que ceux des trois premières lignes.

[redacted]

Le vrai et le faux de la logique

* Calcul propositionnel

L'existence d'une affirmation est abandonnée au profit de

Son insertion dans une affirmation plus grande.

P ne tient pas tout seul

au profit de

PV qui ferait tenir P.

C'est la possibilité d'en rajouter, Qui fait garant.

(et affirmation
et énonciation)

Le commentaire fait père symbolique.

Cette possibilité d'en rajouter, fait aussi condamnation

refus censure refoulement.

P est refoulé par

PF

(et pouvoir)

Le commentaire fait refoulement

Il y a la logique prédicative qui institue le rapport de l'individu au couple, de l'objet au prédicat, de la proposition à la vérité*,

Il y a la logique récursive qui institue le rapport de la chaîne au (1 maillon en plus).

Le vrai et le faux de la logique page 2

L'insertion d'un énoncé dans le réel, est remplacée par
l'insertion d'un énoncé dans un énoncé plus grand.
Le refoulement est remplacé par la dénégation,
L'affirmation est remplacée par le commentaire,

Dire plus pour mieux dire !

* Un énoncé est soumis à l'alternative binaire, quesqueça signifie ?

c'est que l'énoncé est

bon ou mauvais
coupable ou non coupable
acceptable ou innacceptable
accepté ou refusé
miam-miam ou poison
le bon grain ou l'ivraie

Ce qui fait de l'énoncé un cadeau, une offre

Ce n'est ni le sens, ni la marque, ni le spectacle, ni la séduction
Un spectacle est une entreprise de séduction qui suscite l'attirance ou l'indifférence
qui suscite la présence de certains plutot que d'autres
mais qui ne suscite pas l'~~alternative~~ de l'acceptation ou du refus.
Le calcul propositionnel gère un ensemble, un stock,
gère non pas de refiler un stock, mais de sélectionner dans ce stock ou
simplement de faire le partage de ce qui est utilisable et de ce qui ne l'est pas.

[redacted]

l'accumulation d'énergies-cadeaux , ensemble de propositions
séparer le bon grain de l'ivraie , le vrai et le faux
faire cela dans le commentaire , dans le un maillon en plus à la chaîne

Un stock de chaînes, et un maillon en plus à chacune
réglera son sort

P voit son sort réglé par PV c'était du bon grain
PF c'était de l'ivraie

Un stock d'objets, et une étiquette accrochée à chacun
réglera son sort

La séparation du bon et du mauvais
au lieu d'être faite,
est représentée dans l'opération de
Rajouter à chacun quelque chose

Le jugement est représenté par la marque

Quelqu'un n'est ni [redacted] intégré ni exclu, mais on ajoute quelque chose
à son dossier —

Si cette opération se renouvelle,
Quelqu'un
Plusieurs alternatives non réglées mais représentées, ça fait
Une chaîne de marques

La programmation est au déterminisme ce que le calcul ~~propositionnel~~ des prédicats est au calcul propositionnel

Le calcul propositionnel c'est
il y a un ensemble d'énoncés, il y a le vrai et le faux, il y a un test un partage qui définit si chaque énoncé est ou bien vrai ou bien faux.

× un énoncé est accepté ou refusé, au même titre qu'un accusé est jugé coupable ou non coupable.
ce qui implique que l'énoncé présumé innocent n'est plus en état de s'imposer de se faire accepter
mais seulement de se soumettre à une juridiction qui l'acceptera ou le refusera.
Comme un homme à la porte d'une forteresse qui sollicite d'entrer.

dedans/dehors
accepté/refusé

× il n'y a pas qu'un énoncé, il y en a une foule. Il y a une foule d'accusés ou une foule de solliciteurs à la porte de la forteresse, ou une forêt qui va être décimée.

Les signifiants ont tendance à l'accumulation, c'est la chaîne signifiante et tendance à la répétition chacun pour son compte, mais ils ne forment pas foule.

La foule d'énoncés paraît étrange foule sans pour cela être une foule de solliciteurs ou une foule d'accusés.
Ça pourrait être une bibliothèque un cimetière un musée, ceci comme foule de signifiants.
Comme foule d'individus ça pourrait être un troupeau une forêt une armée

Tous
Ceux qui en sont

Une foule de solliciteurs, chacun est solliciteur, il y en a une foule.
et ensuite il y aurait partage
En sens inverse : Il y aurait au préalable une foule
ça peut être une armée qui se sépare parce que deux généraux rivaux se séparent.

Le partage d'une foule c'est la description formelle
Mais en général une foule est constituée d'être un tout : tous les citoyens, toutes les œuvres d'art.
Mais en général un partage est une alternative : ceux qui ne sont pas avec moi sont contre moi, on est dedans ou dehors.

Dire foule c'est dire que c'est pas tout, que c'est une partie.
Dire partage c'est dire qu'il n'y a pas alternative mais (choix ?)
comme voter oui ou non comme être catholique ou protestant
Exemple de partage de foule : la scission d'un parti politique, la constitution de deux équipes parmi des gens qui veulent jouer, la scission d'un pays en deux, d'un héritage entre héritiers,

le partage d'une foule implique
le rassemblement d'une foule
l'opération de partage avec ses hésitations.

en termes ensemblistes
E ⟶ 2
tout énoncé est ou bien vrai ou bien faux
élite E
scission 2
choix individuel, vote secret ⟶

Il n'y a pas rassemblement si la foule est un tout
Il n'y a pas partage si c'est chaque élément de l'ensemble indépendamment des autres qui est pris dans une alternative

Le vote à bulletin secrets est un partage qui s'organise pour être une alternative

Au contraire, les hésitations du partage :

- Si Paul est dans un camp, Pierre sera dans l'autre camp
- Pierre sera de toute façon dans le camp de Jacques.
- Si tu est avec quelqu'un qui est contre moi, tu ~~es contre moi~~
- Ces deux là ils sont inséparables.

foule, c'est un rassemblement de hasard
tandis que
parti élite, c'est un rassemblement qui n'est pas un tout

L'alternative Vrai Faux implique

- qu'un énoncé peut exister sans être vrai, alors qu'on aurait pu attendre qu'un énoncé ayant la honte d'être faux disparaisse.

[redacted]

Le partage Vrai Faux implique

- qu'un énoncé [redacted] se trouve d'un coté ou de l'autre pas seulement en fonction de lui même, mais aussi en fonction de la situation des autres énoncés

Une foule d'énoncés implique

- qu'on a rassemblé certains énoncés comme dignes d'intérêt c'est une élite, ou une aristocratie, ou un camp de concentration

alternative dans un tout

alternative dans une foule
familles séparées par les événements
ceux qui ont dû partir ou pas dans une prison

partage dans un tout
Cadastre, la division du monde

partage d'une foule

les grands ensembles

origines des grands ensembles
et maintien de l'uniformité dans les grands ensembles

la répétition
l'accumulation et la conquête
les grands ensembles

← adjudant

les grands ensembles naturels : la forêt
les grains de sable du désert
le corail
les organismes cellulaires et l'arbre
les bancs de poissons

les grands ensembles ne sont pas naturels :
uniformisation
rendre indiscernable
maintien de l'uniformité

uniforme — la chair et l'os — en caserne
couverture — les textes — bibliothèques
fenêtre

les grands ensembles domestiqués cultivés contrôlés
troupeaux
ceps de vignes
les plantations

La décomposition du mouvement

Quel mouvement y a t il dans une voiture ses passagers son conducteur ?

La voiture est en mouvement sur un espace aménagé: le bitume, qui est un sous espace normalisé de l'espace terrestre.
Le passager est une masse assemblable, déassemblable à la masse de la voiture. Il est en conservation au même titre que la masse de la voiture pendant le mouvement. Le mouvement d'assemblage conservation déassemblage est spécialement net si le passager est une marchandise transportée. En plus le passager dispose de petits mouvements compatibles avec le mouvement de la voiture. Ce sont des petits mouvements des membres, le corps principal étant immobile dans son siège. En plus le passager dispose de la vue à travers les fenêtres.

Le conducteur est un passager aussi. Mais alors que pour le passager les petits mouvements et la vue sont indépendants du mouvement général, pour le conducteur, les petits mouvements et la vue assurent la conduite.

Cette description était faite pour introduire ce que c'est que la décomposition du mouvement et pour montrer que nous vivons dans le mouvement décomposé.

Voici plus précisément des décompositions:

<u>mouvement aveugle/vision immobile</u>
Le passager est en mouvement aveugle, ne serait ce que parcequ'il s'en remet au conducteur. Dans le train ou dans le métro, le mouvement est aveugle pour le passager. Dans une voiture, certaines personnes ne supportent pas le mouvement aveugle et consacrent (se) à s'identifier au mouvement, ou refusent d'être passager non conducteur. La vision immobile est valorisée dans le tourisme. Dans le métro, il ne reste que le mouvement aveugle, il n'y a pas de vision. La publicité vient occuper le vide laissé par cet aveuglement.

<u>assemblage, déassemblage de masses/mouvement global d'une masse rigide inerte</u>
Les passagers sont de la masse qui s'assemble à la masse de la voiture, les wagons sont de la masse qui s'assemble à la masse de la locomotive; les mêmes masses s'assemblent et aussi se déassemblent. Par rapport au mouvement général les masses assemblées sont accolées les unes aux autres, chacune étant en conservation inerte. Dans le métro, l'assemblage de chaque passager à la masse du train implique l'assemblage des passagers entre eux.

<u>petits mouvements internes/mouvement global</u>
Il y a des petits mouvements indépendants et compatibles avec le mouvement global. Dans une voiture les corps sont immobiles, les membres ont de petits mouvements. Dans le train et le métro les corps peuvent bouger. Dans une fusée le corps est immobilisé.

<u>petites perceptions internes/perception globale</u>
Dans un sous marin, dans une fusée la perception ne dispose que de cadrans et de compteurs; dans un train, dans une voiture la perception est limitée, cadrée par des fenêtres.

<u>espace aménagé/espace de référence</u>
La voiture, le train ne fonctionnent que dans des espaces aménagés, sous espaces de l'espace de référence.

Le mouvement décomposé a une logique: la décomposition du mouvement communique avec la décomposition du mouvement dans le corps: mal d'estomac, nausée.
La décomposition du mouvement détermine les rapports: dans le métro assemblage de masses, mains baladeuses et regards figés. La décomposition du mouvement détermine des divisions correspondantes: conducteur-passager le conducteur est le passager dont la vue et les petits mouvements sont liés au mouvement général.

La succession et la coexistence et l'alternative

Il existe une structure qui est la coexistence engendrée par la succession: c'est N, l'ordre des entiers naturels.
La trajectoire c'est la coexistence des positions qui se sont succédées.

L'ensemble c'est la coexistence, tandis que la suite c'est la coexistence imaginée d'éléments qui se sont succédés.

La concurrence, le pouvoir, la lutte à mort, c'est la réduction du nombre, c'est pas la coexistence pacifique. Une file d'attente c'est la coexistence forcée en succession, attendez votre tour et au suivant.

L'alternative et la coexistence: quand c'est l'un ou l'autre, il y a alternative
On peut imaginer la coexistence de ce qui ne coexiste pas, c'est le paradigme.
Le choix c'est la coexistence forcée en alternative.

Quelles sont les subjectivités qui ont affaire dans leur vie à l'alternative, à la succession, à la coexistence ? Le client de restaurant, le guichetier et l'homme d'affaire, l'adjudant.
En tous cas en laissant tomber les opérations réductrices comme le choix et le classement, on peut toujours très pacifiquement imaginer et décrire l'alternative et la succession sur fond de coexistence.

L'espace, l'ensemble, c'est la coexistence.
Le mouvement c'est la succession des positions. La trajectoire est la coexistence imaginée, dessinée de ces positions. Le temps discret ou le temps continu sont la trajectoire du temps lui-même, ou plutôt de l'instant lui-même.
Pour que la trajectoire abstraite, formelle, universelle qu'est le temps ait été imaginée, il a fallu qu'il y ait plusieurs trajectoires simultanées, autrement dit une coexistence de successions, interprétée comme la succession d'une coexistence.

La logique a, pour l'objet "proposition", systématisé l'alternative (avec la négation), la coexistence (avec la définition de la proposition), la succession (avec l'implication). La succession en question n'est pas réductrice de la coexistence, c'est une succession d'engendrement, d'accumulation.

La succession prise entre l'alternative et la coexistence.
La succession des pouvoirs est une succession réductrice où chaque élément remplace, abolit le précédent, c'est la révolution. La succession des gains est au contraire accumulatrice. La succession des conquètes, des positions acquises, des points établis, des questions réglées,...

La négation et le complémentaire.
Le complémentaire, c'est tout sauf ça. Comment une proposition peut-elle être la négation d'une autre? Comment deux propositions peuvent-elles être en alternative? C'est lui ou c'est moi! Une offre s'accepte ou se refuse et encore si on ne l'ignore pas. C'est moi ou le déluge.

Deux propositions en alternative c'est comme les élections entre plusieurs partis. Mais la négation logique c'est pire puisque c'est l'alternative formelle universelle. Si tu ne m'aimes pas c'est que tu en aimes un autre! Tu ne peux pas te passer de quelqu'un comme moi! Il y a des meneurs, une organisation secrète, où est mon concurrent? Ma présence te déplaît, tu veux me remplacer, tu m'as choisi et tu aurais pu en choisir un autre, il n'y a qu'une place chez toi et il y en a plusieurs qui pourraient la remplir, qui me remplacerait ? Qui ai-je remplacé chez toi? Paranoïa du pouvoir, du concurrent brimé.

La négation vise à circonscrire, à prévenir toute concurrence possible.

Reproduction, répétition, duplication, conservation

Un animal se reproduit, l'individu est un exemplaire de l'espèce et cela fait partie de son mouvement propre de produire un ou plusieurs individus semblables à lui-même. Quand l'individu se reproduit, l'espèce se conserve ou se multiplie.

Un fichier est dupliqué, on le duplique. Il y a des machines à dupliquer, des photocopieuses, des machines à copier, des services reproduction.

Une signature, un billet de banque existent en plusieurs exemplaires mais ne sont pas reproductibles.

Dans le premier cas, l'individu produit l'espèce. Dans le deuxième cas, des moyens de reproduction étrangers à l'individu fournissent l'espèce à partir de l'individu. Dans le troisième cas, l'individu ne fournit pas l'espèce, au contraire c'est l'espèce qui fournit l'individu.

Historiquement ça change. Les billets de banque d'aujourd'hui pourraient être copiables demain. La production de voitures ou de livres fournit des objets non copiables par les clients. Les gros moyens de production produisent des objets qui ne peuvent pas produire les propriétaires de petits moyens de production: à la machine à écrire on ne peut pas avoir la qualité typographique du livre.

Dans le troisième cas, il y a production de masse. Dans les deux premiers cas il y a reproduction et filiation.
Autrement dit: dans les deux premiers cas un individu est engendré par un autre, la reproduction lie les deux individus tandis que dans le troisième cas il y a d'emblée une production répétitive, l'espèce produisant un nombre d'individus sans lien les uns avec les autres, une masse, un nombre.

La reproduction est répétable, la production est répétitive.

En vrac: la division cellulaire, le feu, l'épidémie et la contagion, le sceau, la marque de fabrique, le détail inimitable et le secret de fabrication.

Traitement et duplication
Il y a traitement quand il y a instructions et tests. Il y a des degrés dans le traitement: dans un sous-marin, il y a traitement de l'état du sous-marin. Dans un bloc opératoire, il y a traitement d'un objet qu'on a chargé et qu'on déchargera: le corps. Dans un ordinateur, il y a traitement d'un objet duplicable: l'information.
Objets duplicables: les textes, la musique, les photos, l'audiovisuel.
Structure de l'objet duplicable et srtucture de l'objet traitable ?
Débit d'information, bruit et perte d'information, robinet à information.

document 108

<u>L'intérieur, l'extérieur, la vie, la structure</u>   février 1970

La boule de billard simple se déplace comme un point matériel, la boule de billard structurée par son volume se déplace avec effet.
La richesse de structure permet une complexité du mouvement.

D'un côté il y a richesse, complexité de la structure, de l'autre côté il y a vie plus complexe, survie plus efficace, "vie intérieure plus riche".

Par rapport à l'activité simple de manger, il y a l'activité structurée consistant à accumuler des réserves et utiliser des réserves.

Par rapport à l'énergie simple de translation, il y a l'énergie structurée en énergie de rotation propre et énergie de translation.

Par rapport à la passion simple engendrant un mouvement, il y a la structuration intention et savoir engendrant un mouvement plus compliqué.

Souvent la complexité de structure est assimilée à une richesse de moyens. Cela n'a de sens que au-delà de la passion qui n'a pas de moyens, au-delà de l'intention qui n'a pas d'intérieur, que pour le plaisir qui étant intention intérieure est séparé des moyens d'action extérieurs permettant la satisfaction.

Dans un sous-marin où il y a alerte, c'est ça le déplaisir, les moyens d'action apparaissent comme plus ou moins nombreux. La structure du sous-marin apparait comme une richesse plus ou moins grande de moyens.

Pour un joueur de football jouant, ça c'est une intention, il y a des problèmes de choix mais pas de problèmes de richesse en moyens; à moins qu'il pense "ah, si j'avais des ailes".

Néanmoins il y a richesse pour certaines passions et pour certaines intentions: plus ou moins d'énergie pour une passion, plus ou moins de savoir pour une intention, plus ou moins de capital pour un jeu à mises. Ces richesses-là ne sont pas richesse de structure.

con Dans la programmation il y a richesse de moyens. Elle est reliée à la vie intérieure, le programme, de la façon suivante: pour une même intention, c'est-à-dire pour une même tache, plus il y a de moyens plus le programme peut être simple. Le plaisir c'est ainsi la simplicité, le déplaisir c'est la complication, les moyens d'action c'est les instructions et les tests. Il n'y a pas intention instantanée mais une intention permanente dépendant de l'état de départ, cette intention n'étant pas reliée à un plaisir. Il y a en plus un plaisir ni instantané ni même permanent mais universel.

Cet exemple est mauvais parce que le programme a une vie intérieure et pas de plaisir et le programmeur a une richesse de moyens qui n'est pas une richesse de moyens d'action extérieurs mais une richesse de transitions immédiates, une intention absolue du type jugement dernier, une intention quantitative de type jugement dernier, et pas de plaisir régulateur.
La confusion provenait de ce que les moyens d'action extérieurs du programme sont des transitions immédiates du programmeur.
"Moyens d'action extérieurs" comprend les instructions et parmi les tests ceux qui sont des perceptions, pas ceux qui sont des influences. Ce qui prouve que la richesse de la structure n'est pas la aptitude au plaisir: la tortue assure son plaisir par une pauvreté d'influences.

C'est à influences et plaisir une fois établi que la richesse en instructions et en perceptions a un intérêt.

La structure: espace intérieur programme tests instructions est le cas déterministe de la structure espace intérieur sensible influences espaces intérieurs sensoriels perceptions instructions.

<u>Couplages bornés ou pas</u> dimanche 8 février 1970

Il y a couplage quand un truc d'une première sorte et un truc d'une deuxième sorte peuvent être associés, couplés pour constituer un truc d'une troisième sorte.

exemple: un chirurgien avec ses instruments
le contenu de la table d'opération
une opération

exemple: un objet
un prédicat
une proposition

exemple: un élément
un ensemble
l'appartenance de cet élément à cet ensemble

exemple: un passager sac de peau et son ticket
un autobus un chauffeur et un poinçonneur
un transport

exemple: pomme
désir
désir de pomme

exemple: un point d'un espace
un endomorphisme de cet espace
la transition résultante dans cet espace

Un couplage est <u>borné</u> si et seulement si:
être dans la première position du couplage implique satisfaire à une condition, appartenir à un ensemble, bref ne pas être tout ou n'importe quoi
et
être dans la deuxième position du couplage implique satisfaire à une condition.

Le premier exemple de couplage est borné:
à cause de l'ordre des médecins, le chirurgien ne peut pas être n'importe quoi,
à cause des anesthésistes et infirmières le contenu de la table d'opération ne peut pas être n'importe quoi.

Le troisième exemple n'est pas borné.
Supposons que:
il existe a et b tels que, quels que soient x et y , x appartient à y implique x appartient à a et y appartient à b .

document 110

<u>Reproduction, conservation, répétition, propagation, transmission</u> 8 mai 70

Une planète, une particule, un animal, une pièce aux échecs se déplacent.
Trajectoire, déplacement.

Paradigme, changement de l'état d'un système, c'est le déplacement d'une marque de la marque.

Un point matériel est plus qu'une marque, il trimbale une caractéristique: sa masse.

Un solide se déplaçant, c'est plus qu'une position, c'est une mesure qui évolue, c'est une houle, une marée, une vague, l'évolution d'un remplissage de l'espace.

La mer, la physique des milieux continus c'est l'évolution d'un remplissage, remplissage d'un espace continu par l'alphabet continu numérique positif.

Pour la mer, la hauteur de l'eau fonction de la position, pour une mesure la densité matérielle fonction de la position.

L'espace des mesures, l'espace des remplissages, l'espace des parties.

Propagation de la chaleur avec forçage de l'état aux limites.
Propagation d'une onde avec phénomènes ondulatoires.
Propagation du feu, onde de choc, trainée, échappement, sources, puits, tourbillons, et encore <u>séquence, itération, duplication.</u>

Une perturbation se propage.
Oscillation de la pression dans un tuyau, de la vibration sur une corde vibrante.
Diffusion d'une pression gazeuse et mélanges gazeux.

Dynamique des réactions chimiques.
Ce qui fait germe: un cristal, une perturbation, le feu.
Ce qui fait information: dans un certain milieu, ça se duplique, ça se multiplie.

Pendant longtemps le feu, ça se transmettait, ça s'entretenait, ça se conservait, mais ça ne se fabriquait pas.
Dans l'état actuel c'est comme ça pour la vie et il y a des espèces qui disparaissent.

Ce qui se transmet: un héritage, un billet de banque, le successeur.

En "reperfoun" le message s'altère et capitalise les mutations.

L'héritier de Saint Pierre.

Le contenu de "gauche" se transmet, se diffuse, se communique mais ne se fabrique pas.

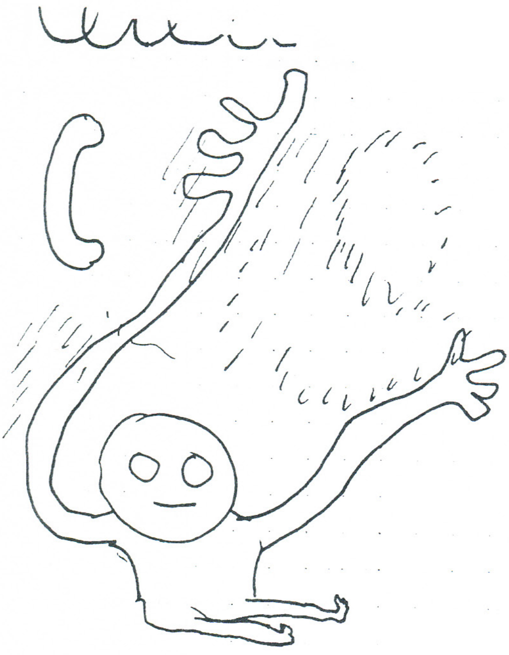
Répétition, accumulation.
Le déterminisme, c'est la répétition éternelle d'une même loi dont le contenu est à préciser.

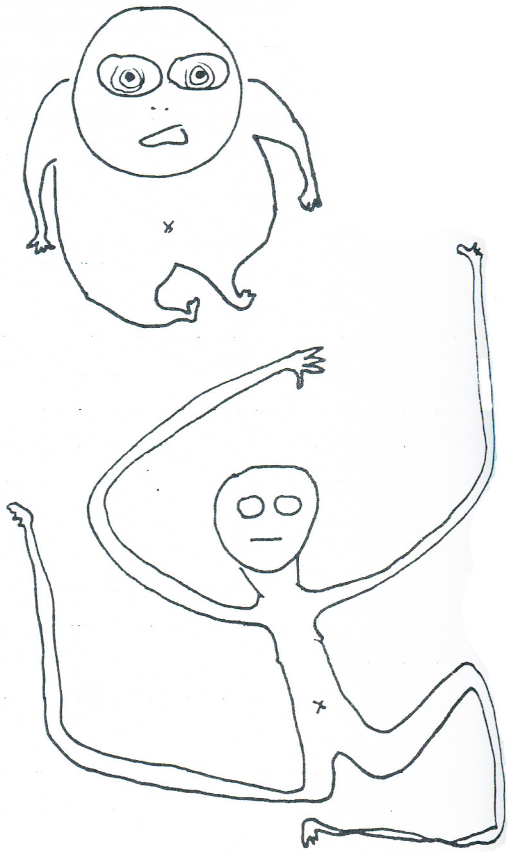
<u>Narcissisme du texte vrai</u>

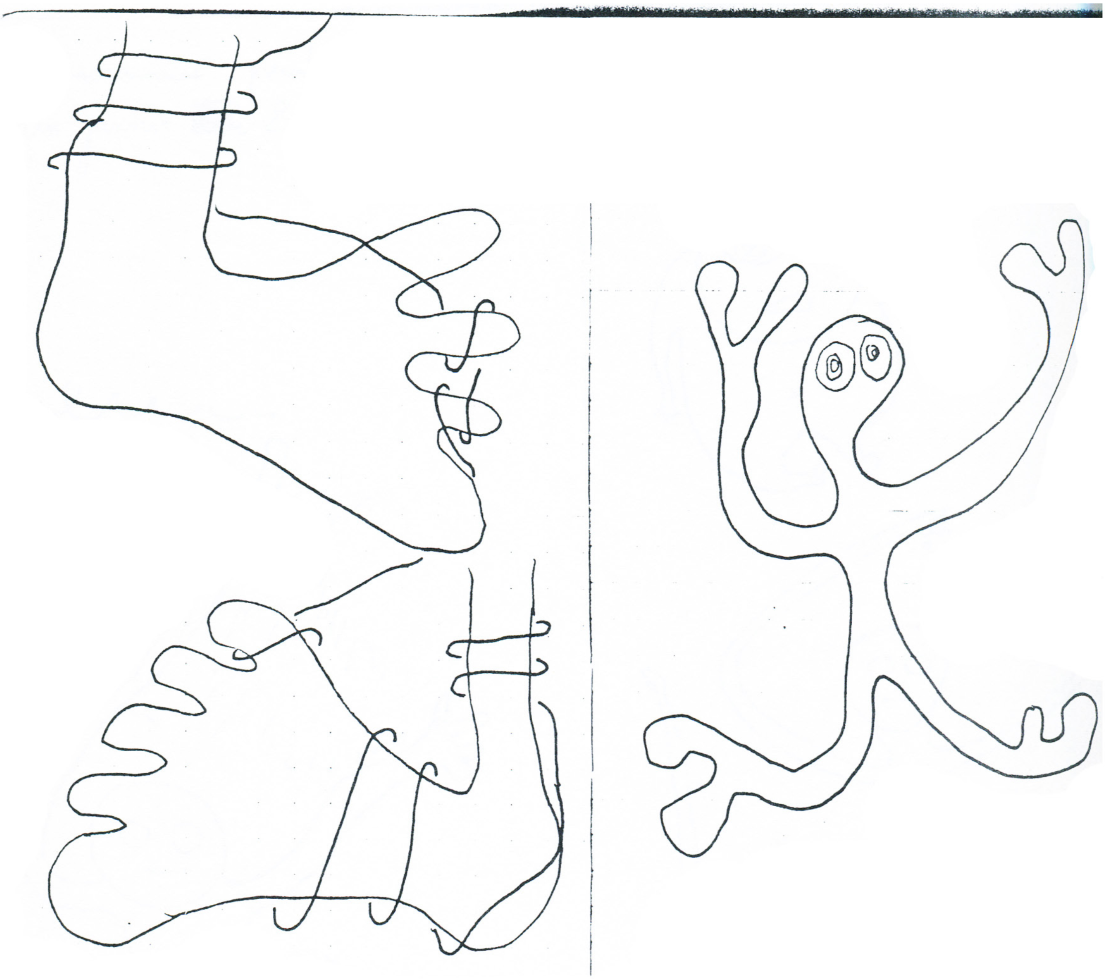
Le <u>pavé</u> est un acte.
La <u>théorie</u> est le même acte, mais s'autonomisant, s'affirmant, se divisant: (un ensemble de thèses). Domaines. Cancéreux.
La <u>théorie cohérente</u> se retourne contre sa division. C'est le système.
La <u>théorie déductive</u> s'assume comme développement. Recherche. Explications, preuve.
La <u>théorie avec axiomes</u> se retourne contre ce développement et pose ses axiomes. Bases.
La théorie avec propositions et négation, se situe comme partie, se définit dans <u>un cadre</u>. Il faut faire la part du vrai et du faux.
La théorie issue d'<u>une déductibilité</u>, se donne comme produit d'un processus. Méthode.

formalisation *des propositions*
des démonstrations

extraordinaire printemps 80
fin janvier [redacted] 81







été 1980

– avec Claudia puis Eva puis Karl

Je vois une belle femme inconnue parmi d'autres gens et elle me plaît. Je m'approche et elle est en train de baiser avec un homme et elle ne me vois pas et il ne me voit pas. Je tourne autour d'eux et je suis malheureux. Avec une machette, je coupe toute une jambe. Elle souffre. Ils ne comprennent pas d'ou ca vient parceque ils ne me voient pas. L'homme part pour aller chercher du secours. Je continue de la couper en morceaux. Je ramasse les morceaux dans une valise. J'emmène ça dans un endroit tranquille. Je defais la valise. Les morceaux se recollent et elle dors. Je prends mon temps, j'ai besoin de tranquillité, de tout mon temps.

• Là, Claudia me laisse les yeux fermés pour que j'ai mon temps •

Elle se réveille, elle n'est pas surprise de me voir, elle me donne raison de l'avoir emmenée, elle ne m'en veut pas de l'avoir coupée en morceaux.

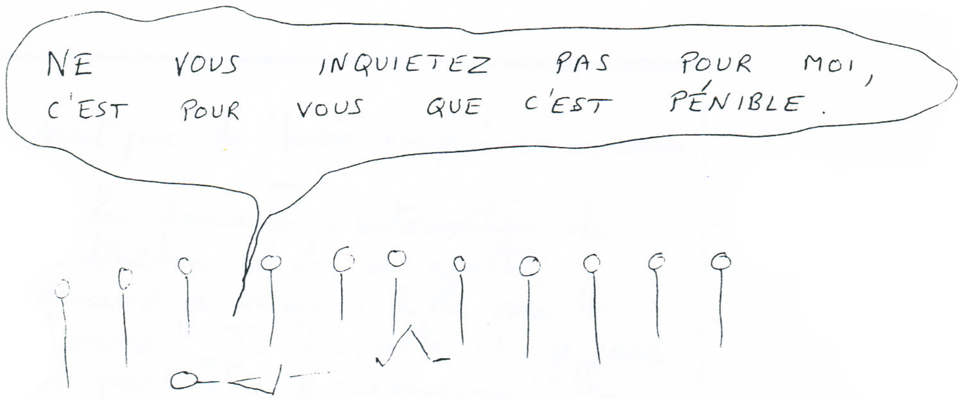
—

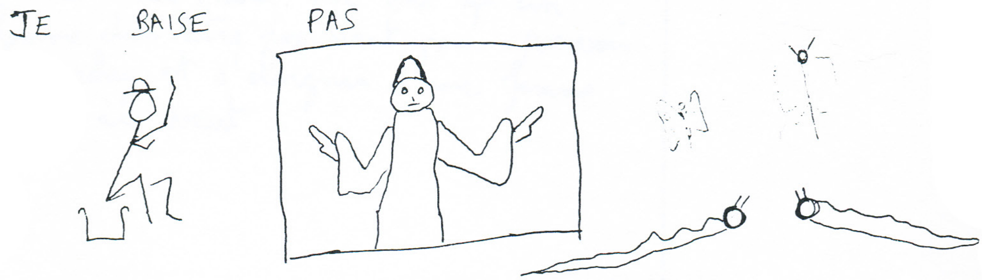
Je lui demande l'autorisation de la toucher et de la quitter quand je veux. Elle me la donne. Je la quitte et je pars et peut être je recommence la même chose avec une autre

—

Plus tard Karl me dit qu'un homme doit être dominant pour pouvoir s'approcher et s'éloigner d'une femme quand il veut.

document 114





Je bats des ailes doucement, je monte, je tourne, je plonge,
Les arbres sont sombres, je me faufile, je me pose
au dessus de la cour, dans ma cabane ils ne me voient pas,
je plonge de nouveau, je rentre dans la maison, je frôle
les plafonds, il faut que je fasse attention pour passer
les portes, je prends mon tournant, il y a du soleil dehors,
je la passe en piqué en remontant légèrement, le
chemin est poussiéreux, elle a un gros cul et elle
se dépêche mais elle est maladroite, je ne sais pas
si elle me voit, elle ne doit pas savoir que je vole,
Si elle le savait elle me coinçerait, je me cacherais dans
le trou, elle ne pourrait jamais rentrer dans les fissures –

document 115

Elle passait, toute droite, sans se retourner – Sa jupe était
fendue, on lui voyait le cul, il y en a qui bavaient – Elle avait
le regard droit, elle avait une longue chevelure flottante – Elle
rentrait chez elle car il devait lui téléphoner – Il était parti en
voyage, il ne téléphonais pas toujours à l'heure – Il était
coureur, mais il revenait toujours – Enfin, il était toujours revenu –
Le téléphone sonne. Allô Paul! Non, c'était pas lui. Oui viens si tu
veux! Achète moi du vin en passant! [redacted] [redacted] Vite, il faut que
je me dépêche, elle fait le ménage du salon, elle met sa blouse fendue –
Est ce que Paul va téléphoner? J'ai le temps d'aller acheter des
cigarettes – Non, et puis il en aura surement. Qu'est ce qu'il y a
à manger? Ça ira – Je vais quand même faire une salade de fruit –

document 116

ça sent mauvais
ça sent le cadavre,
ils les ont tous tués
il en reste surement
à moi les petits enfants !
venez, venez
j'ai des bonbons,
j'ai des couteaux
j'ai des avions
où sont ils passés ?
je vais me déranger
ou sont ils ?
dans les buissons ?
dans les maisons ?

En voici un
un peu écrabouillé
Il n'en reste plus
Ils l'ont cochonné
Je vais l'enterrer
Plusieurs morceaux
Ah, c'est pas beau !
Ou est la tête ?
Il n'y en a plus
Ils l'ont emporté
A quoi ça sert ?
Misère !
Est ce qu'il en reste,
Le jour se couche,
Il faut que je rentre,
Et toujours rien,
Ah, quel travail
Où sont ils donc
Dans leurs lits, ?
ou dans les bois ?

je t'attends
tu m'entends
m'entends tu
comprends tu
ou est tu ?
je te cherche
je te touche
et tu pars
reste ici
j'ai envie
de te tuer
te bruler
te taper
te casser
te ranger
affaire classée
quelle affaire !
rien à faire
quel poison
j'étais con
enfin seul
y en a plus
j'en veux plus
ou est elle ?
qui est elle ?
qui est tu ?
je te veux
un petit peu
reviens
un peu
un peu plus près

SUITE

SUITE

près de moi
je te veux
approche toi
écrase toi
reste ici
ne bouge pas
fais pipi
que fais tu ?
oh la la
pas si vite
attends moi
reviens
ou vas tu
tu me tue
je t'en veux
si j't'attrape
tu veras
qui est le roi
c'est pas moi
c'est pas toi
c'est pour moi
t'en vas pas
ça ira

Dans les bras de
ma mère, j'ai rêvé
à la femme que
j'aimais

Soldé au 31/5/81 : 9769,26

Date	N· du chèque	Bénéf. du chèque ou libellé de l'opér.	à mon débit	à mon crédit	Disponible
	Solde au	20/5/81	271,31		
+	8989,	55 salaire			
	221,	30 bon marché			
	180,	00 Restau			
	947,	00 Impots			
	1287,	60 Musique			
	124,	00 Musique			
+	1100,	epargne			
#	1379,	10 Hercent			
#	1033,	12 Loyer			
	261,	00 PTT	4987,74		
#	1925,	00 Impots	3062,74	+1925	
	1800,	00 Clavreul	1262,74	+ 1925 + 1800	
	666,	53 électricité	596,21	+ 1925 + 1800	

à reporter

2ème chèque envoyé le 1er juillet

solde au 10/06/81 : 2.552,04 (3 à la pages précédente

Date	N° du chèque	Bénéf. du chèque ou libellé de l'opér.	à mon débit		à mon crédit		Disponible
	report		596	21	+ 1925	+	1800
	400	courant	196	21	+ 1925	+	1800
#	150	courant	246	21	+ 1925	+	1600
			246	21	+ 1925	+	1600
#	383	8 cassettes	63	21	+ 1925	+ 1600	— 200
X	206,	20 Acide	57	01	+ 1925	+ 1600	— 400
X	150,	00 Acide	7	01			— 500
X	98,	20 électricité	8	81			— 600
X +	33,	00 SNCF	41	81	+ 1925	+ 1600	— 600
X —	100,	00 courant	41	81	+ 1925	+ 1600	— 700
X —	140,	00 Restau	1	81	+ 1925	+ 1600	— 800
X +	2800,	épargne	2001	81	+ 1600		

à reporter

solde au 20/06/81 : 4343, 14

Date	N· du chèque	Bénéf. du chèque ou libellé de l'opér.	à mon débit		à mon crédit		Disponible
X	146,	50 argent belge	1855	31	+ 1600 Cla		
	1697	photo	158	31	+ 1600 Cla		
	421	60 Chimie	36	71	+ 1600 Cla		− 300
	66,	30 Restau	70	41	+ 1600 Cla		− 400
	55,	.. Souris	15,	41	+ 1600		− 400
+	1400	Epargne	1015,	41	+ 1600		//////
	299,	30 Bon Marché	1016	11			− 300
	1925	impots	1091	11	+ 1600	+ 1925	− 2300
	1500	réserve loyer	2591	11	+ 1600	+ 1925	− 3800
	300	réserve ECF FAIT	2891	11	+ 1600	+ 1925	− 4100
	2000	courant + cla	2891	11	~~1111~~	+ 1925	− 4500
	300	ECF courrier	2591	11			
	300 + 1500 + 1925 ECF loyer	1000 rencontre	1591	11	+ 1925	à reporter	− 4500

Date	N· du chèque	Bénéf. du chèque ou libellé de l'opér.	à mon débit	à mon crédit	Disponible
		Report	91,11	+ 1500 loyer + – 4500	1925 Impôts
	15123,24	Paye	15214,35	– 4500 + 1500	+ 1925
			10714,35	+ 1500 + 1925	
	10100	Retrait	614,35	+ 1500 + 1925	
	1587,16	Loyer	527,19	~~+++~~ + 1925	
	400	SNCF	127,19	+ 1925	
				à reporter	

1 Date : Lieu : Chèque n° : 5161 de F :	2 Date : Lieu : Chèque n° : de F :	3 Date : Lieu : Chèque n° : de F :	4 Date : Lieu : Chèque n° : de F :
5 Date : Lieu : Chèque n° : de F :	6 Date : Lieu : Chèque n° : de F :	7 Date : Lieu : Chèque n° : de F :	8 Date : Lieu : Chèque n° : de F :

D (1)544-16-42
2 BD. RASPAIL
75007 PARIS

CTE D 25288-51
MR PIERRE SOURY
5 RUE DU DAHOMEY
75011 PARIS

Cases à remplir exclusivement par le guichet payeur sans rature ni surcharge

vendredi 10
~~[illegible]~~ mercredi 15 juillet

matin

~~jeudi 16 juillet~~

4500

accompte
au ~~ma~~ salaire de juillet

avant le 2 juillet


Monsieur SOURY Pierre

document 121

LETTRES BREVES DU SUICIDE ET TESTAMENT

INVENTAIRE (fait par les éditeurs)

A -- (Lettre adressée à Michel Thomé, postée de Chaville :
une enveloppe,
une carte commençant par : "Pour Michel")
1 page

B -- (Lettre adressée à Christian Léger, postée de Chaville :
l'enveloppe manque,
une carte commençant par : "Pour Christian")
1 page

C -- (Lettre adressée à Michel Thomé, laissée Rue du Dahomey :
une enveloppe,
une carte commençant par : "Ci joint"
un chèque)
2 pages

D -- (Lettre "pour Mr. Michel THOME", laissée Rue du Dahomey :
une grande enveloppe,
une feuille commençant par : "de la part de Pierre",
un petit emballage)
3 pages

E -- (Lettre "Pour : Mr. Christian LEGER", laissée Rue du Dahomey :
une grande enveloppe,
une feuille commençant par : "de la part de Pierre",
un petit emballage)
3 pages

F -- ("Papiers pour : Michel Thomé et pour Christian Léger", laissés Rue du Dahomey :
une grande enveloppe,
une feuille commençant par : "Constatation de décès",
une feuille commençant par : "Testament de Pierre SOURY")
3 pages

G -- (Indications inscrites sur deux feuilles agraphées ensemble, posées dans la caisse "CHAINES ET NOEUDS" de la MSH. La dite caisse a été transmise, début juillet 1981, à ses destinataires. Des deux feuilles, nous n'avons pas de photocopie, mais nous avons pu en relever le texte, début 1982 :
première feuille commençant par : "SVP, il faudrait transmettre cette caisse à : "
deuxième feuille commençant par : "SVP, de la part de SOURY
Le contenu de cette caisse, c'est : ")
2 pages

H -- (Indications se trouvant en première page de chacun des trois exemplaires de "CHAINES ET NOEUDS" 3ème partie, exemplaires qui, eux-mêmes, se trouvaient dans la caisse "CHAINES ET NOEUDS" de la MSH. Nous avons pu faire, à la Bibliothèque de l'ECF, une photocopie des dites indications :
une feuille commençant par : "Chaines et Noeuds 3ème partie
30 petits textes dans une reliure plastique
A transmettre à : ")
1 page

I -- INVENTAIRE (fait par les éditeurs)
1 page

document 122

ECOLE POLYTECHNIQUE
17, Rue Descartes
PARIS-Vème

Art. 27 de l'Instruction permanente N° 1389 DCG/0 du 20/11/1956.

CERTIFICAT d'ADMISSION à l'ECOLE POLYTECHNIQUE

Je soussigné Général ____________________

Commandant l'Ecole Polytechnique, certifie que

M. Soury Pierre André

né le 28 Août 1942 à Bourg

département : Ain

a été admis à l'Ecole Polytechnique au Concours de 1961 avec le N° 275

(Journal Officiel du 11 AOUT 1961).

Au cas où le candidat ne se présenterait pas à l'Ecole à la date et à l'heure fixées par sa convocation, il serait considéré comme démissionnaire.

PARIS, le 11 AOUT 1961

P.O. Capitaine THEVENIN
Officier adjoint

ECOLE POLYTECHNIQUE

N° A

UNIVERSITÉ DE PARIS

N° d'enregistrement

75

FACULTÉ DES SCIENCES

LICENCE

Le secrétaire général de la Faculté des Sciences de l'Université de Paris certifie

que Monsieur SOURY Pierre, André

né à BOURG en BRESLE département de l' AIN

le 28 Aout 1942, a été **admis** par la Faculté des Sciences de l'Université

de Paris, à la session de Octobre 1963, au grade de **Licencié ès Sciences.**

Certificats obtenus (Nouveau régime):

1° Mathématiques Générales, Physique (M.G.P). Mention Bien obtenu le Juin 1960 devant la Faculté de PARIS

2° Mécanique Générale Mention A. Bien obtenu le Oct. 1962 devant la Faculté de PARIS

3° Mathématiques II Mention A Bien obtenu le Oct. 1962 devant la Faculté de PARIS

4° Mathématiques I Mention T. Bien obtenu le Oct. 1962 devant la Faculté de PARIS

5° Mécanique des Milieux continus Mention Bien obtenu le Juin 1963 devant la Faculté de PARIS

6° Electricité Mention Bien obtenu le Oct. 1963 devant la Faculté de PARIS

UNIVERSITÉ DE PARIS

FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

Paris, le

Le Secrétaire Général:

Signature du Titulaire:

P. Soury

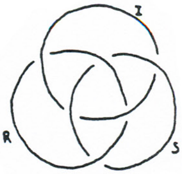
R. POULLAIN

Cette attestation tient lieu de diplôme. Elle ne doit être ni surchargée, ni grattée. La Faculté ne la délivre qu'une fois. Les Maires et les Commissaires de police français, les Agents diplomatiques ou consulaires de la France à l'étranger peuvent en délivrer des copies certifiées conformes.

ORGAPRINT - ERLÉ

MENTION ADDITIONNELLE AU VERSO.

Annonce aux personnes (environ 400) qui ont déjà le volume: "CHAINES ET NOEUDS troisième partie" de Pierre SOURY *et à ceux et celles qui s'intéressent à la topologie, et à la psychanalyse autour de LACAN.*



SOUSCRIPTION

POUR LA REEDITION

DES DEUX PREMIERS VOLUMES

DE "CHAINES ET NOEUDS"

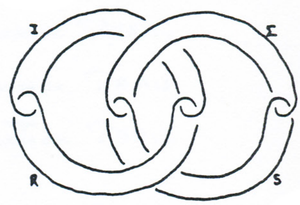
de Pierre SOURY

Pierre SOURY: c'est qui ? "CHAINES ET NOEUDS": c'est quoi ?

Pierre SOURY, c'est le mathématicien que LACAN a abondamment sollicité, nommé et fait intervenir dans son Séminaire, de 1975 à 1980, au cours de l'élaboration de sa propre topologie: celle du noeud boroméen, des noeuds et des chaines, du tore et des surfaces. Le génie de SOURY n'était pas que mathématique. C'était un sacré bonhomme. Mort en 1981.

"CHAINES ET NOEUDS", c'est un recueil en trois parties et trois volumes, de 143 petits textes de topologie avec de nombreux dessins: chaines, noeuds, surfaces, en basses dimensions. Avec le sous-titre: "Autour du cours de Mr. LACAN. Correspondance avec Mr. LACAN". C'est un commentaire fait par SOURY, des objets topologiques présentés par LACAN dans son Séminaire. LACAN faisait point de départ pour ces textes et ces textes faisaient relance pour LACAN. C'étaient les seuls. Ils font référence.

"CHAINES ET NOEUDS troisième partie" comprend les textes 112 à 143 plus des: "documents faisant contexte et début de portrait" et les: "lettres brèves du suicide et testament" (deux ensembles de documents rajoutés par nous), le tout constituant le troisième volume. Il est disponible depuis fin Février 1986, au prix de 170FF, par chèque adressé à THOME.

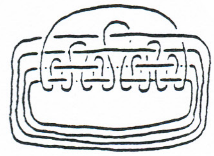


"CHAINES ET NOEUDS" première et deuxième parties (deux gros volumes au format 21x29,7) comprenant respectivement les textes 0 à 48 et 49 à 111, ont été éditées en 1980 par photocopie, par SOURY lui-même, en 19 exemplaires, qu'il a donnés aux 3 ou 4 personnes ayant joué un rôle dans leur élaboration, et à quelques bibliothèques. Beaucoup les demandent. *Nous lançons une souscription pour les rééditer en 700 exemplaires.*

Dans cette réédition ces deux volumes auront la même présentation matérielle que le troisième, à savoir: fac-similé de l'original; une partie topologie, une partie documents; à gauche le texte (ou les dessins), à droite une page blanche; un inventaire, une bibliographie; format 17x24, environ 500 pages chacun, brochés, couverture couleur et 170FF le volume. *La souscription, indivisible, est de 300FF pour les deux volumes, jusqu'au 31 Mai 1987. Au-delà, chacun des 3 volumes sera à 170FF.* Nous demandons de souscrire tôt pour faciliter cette réédition.

Versement par chèque adressé à:
Michel Thomé 141 rue Saint Denis 75002 PARIS (Tel: 42.33.03.28).

Les volumes souscrits seront envoyés en recommandé, de Mai à Juin 1987, dans l'ordre des souscriptions, à l'adresse donnée par le souscripteur.



Les éditeurs: THOME et LEGER (Tél : 42.33.03.28)
141 rue Saint Denis 75002 PARIS

A propos de: "CHAINES ET NOEUDS 1° et 2° parties" (2 volumes)
de Pierre SOURY.
La réédition est reportée en Octobre 87.
La souscription est prolongée jusqu'à fin Octobre 87.

Fin Juin 87, il y avait 115 souscriptions. Ce n'était pas suffisant (il en aurait fallu 300) pour assurer l'édition sans gros emprunt. Quoiqu'il en soit, si ce nombre n'est pas atteint en Octobre, la réédition sera tout de même réalisée. Parce que "CHAINES ET NOEUDS" est une somme unique en ce qui concerne les noeuds, les chaines boroméennes et les surfaces. C'est le seul ouvrage de référence sur la topologie de LACAN et sur l'histoire de son élaboration. Le seul qui rende compte de l'interlocution fructueuse fournie par SOURY et THOME à LACAN, tout au long de l'élaboration de sa topologie, de 1973 à 1980.

Le troisième volume (publié en 86) est disponible. Les deux premiers volumes ne sont plus disponibles et en fait ne l'ont jamais été (en dehors des reproductions sauvages et autres). SOURY n'en avait fabriqués que 19 exemplaires qu'il avait donnés aux deux ou trois personnes ayant joué un rôle dans leur élaboration (dont LACAN) et à quelques bibliothèques. Il est devenu indispensable de les rééditer.

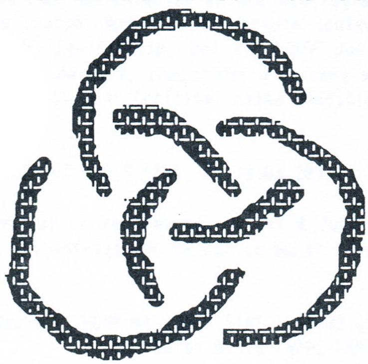
La topologie de LACAN a fait, et fera encore figure d'épouvantail, tant qu'on n'y regardera pas de plus près. Mais inutile de forcer, la topologie n'est pas tout. La deuxième moitié de chaque volume est constituée de textes et de documents non topologiques ajoutés par nous. Pour permettre d'apprécier le génie et les qualités personnelles de SOURY, en dehors des mathématiques.
C'est attachant et personnel. Inhabituel dans les sciences !

Souscription indivisible pour les deux premiers volumes: 300 FF.
Après Octobre 87: 170 FF chaque volume.
"CHAINES ET NOEUDS 3° partie" (disponible depuis début Mars 86) **: 170 FF.**

Paiement par chèque à : Michel Thomé, 141, rue St Denis, 75002 PARIS.

AUTRES PUBLICATIONS prévues ou à prévoir :

- ***Lettres de LACAN à Soury et Thomé :*** Quarante-neuf lettres, de 1973 à 1980. Une correspondance qui permet de suivre pas à pas le cheminement de LACAN, tout au long de l'élaboration de sa topologie. L'édition sera réalisée avec l'exécuteur testamentaire de LACAN.
- ***La Science est folle :*** un texte de Soury (120 pages) sur le déterminisme de la Physique. "Le déterminisme de la Physique ou ***éternelle insistance***" y est distingué du "déterminisme sur le mode antique ou ***éternel retour***". Un texte remarquable.
- ***Parole, petit groupe, groupe de parole :*** un recueil de textes de Soury. Parole vide, parole pleine, parole réussie, parole artificielle, conversation intelligente, cartels.
- ***Construction des chaines boroméennes,*** par Thomé.
- ***Commentaire sur les sciences et sur les scientifiques,*** par Thomé.



Et d'autres textes de Soury. Et d'autres textes de Thomé.

Liste des souscripteurs de "CHAINES ET NOEUDS 1 et 2"

Jacqueline	COMOY-HERICOTTE	87/01/16
Roland	LETHIER	87/01/29
Danièle	ARNOUX	87/02/12
Annie	GRAMAIN	87/02/12
Yan	PELISSIER	87/02/12
Bernard	CASANOVA	87/02/17
Jean-Pierre	DREYFUSS	87/02/19
Denise	LACHAUD	87/03/07
Alain	DEMANGE	87/03/18
Jean-Paul	LOURADOUR	87/03/21
François	DACHET	87/03/23
Marc	DARMON	87/03/23
Bernard	LECOEUR	87/03/26
Jacques	OLIVIER	87/03/26
Claude	DORGEUILLE	87/03/29
Pierre	GORGES	87/03/29
Pierre	SMET	87/03/29
Henry	FRIGNET	87/03/30
Philippe	CHRISTOPHE	87/03/31
Paul	DUQUENNE	87/03/31
Jean-Gérard	BÜRSTEIN	87/04/01
Patrick	VALAS	87/04/01
Daniel	CADIEUX	87/04/02
Christiane	DORNER	87/04/03
Jean-Hervé	PAQUOT	87/04/04
Pierre	DESROSIERES	87/04/05
Yves	GUENIFFEY	87/04/05
François	RAUX-FILIO	87/04/05
Solange	D'ALBAS	87/04/06
Marc	RUELLAN	87/04/06
Dominique-Jean	DUBARRY	87/04/07
René	PACHE	87/04/07
Pierre	BOISMENU	87/04/09
Eric	DUYCKAERTS	87/04/09
Louis	GRAMOND	87/04/09
Daniel	LEBLANC	87/04/09
Augustin	MENARD	87/04/10
Catherine	GARDET	87/04/11
Hélène	TRENTELIVRES	87/04/12
R.	LAUCOURNET	87/04/13
Jean	BIROUSTE	87/04/15
Guy	LERES	87/04/15
Mireille	BANASTIER-CHAMPREDON	87/04/16
Claude	PAGANO	87/04/17
Alain	VANBELLINGHEN	87/04/18
Jacques	ECHAVEL	87/04/20
Toshio	YOSHIDA	87/04/20
Jean-Georges	ANTONI	87/04/21
Hervé	COSTER	87/04/22
Jean-Richard	FREYMANN	87/04/22
Eliane	NICOLAI	87/04/22
Jean-Baptiste	CARRADE	87/04/23
Michel	JOLIBOIS	87/04/24
Gilbert	OUDOT	87/04/24
Peter	DYCK	87/04/25
Pierre	BOSSON	87/04/26
Janine	GERMOND	87/04/26
Jacques	CHAMPEAU	87/04/27
José	GUEY	87/04/28
Anne-Marie	RINGENBACH	87/04/29
Jean-Louis	LEPATEY	87/04/30
Marc	BERI	87/05/05
Jean-Joseph	FRANCOIS	87/05/07
Paul	SEBAN	87/05/07
Luis	SOLANO	87/05/07

Roland	TRUPHEME	87/05/09
Yves-Charles	SAID	87/05/10
Jean	SZPIRKO	87/05/10
Gisèle	CHABOUDEZ	87/05/11
Mme	LEMOINE	87/05/11
Pierre	REGIN	87/05/11
jean	ALLOUCH	87/05/12
Jean-Louis	CHASSAING	87/05/12
	CONCHOU	87/05/12
Jean-Pierre	EPSTEIN	87/05/12
Marco	FOCCHI	87/05/12
Gérard	LANSALOT	87/05/12
Patrice	SOUCIN	87/05/12
Elisabeth	VICTORY	87/05/12
Mayette	VILTARD	87/05/12
Laboratoire d'Anthropologie Sociale (Card. Lemoine)		87/05/13
Bernard	MOUREY	87/05/14
Maria Letizia	DA COL	87/05/15
Marc	DERYCKE	87/05/15
Marcelo	PASTERNAC	87/05/15
Jean-Luc	MARTIN	87/05/16
Colette	ROUY	87/05/17
Hedwige	DE LE COURT	87/05/18
Jean-Louis	MOSSINO	87/05/18
Catherine THEUX et	Michel MESCLIER	87/05/18
Odile	BERNARD	87/05/24
Bernard	BAUDRENGHIEN	87/05/25
Jean-Charles	PASTOUR	87/05/25
Michèle	LABOUREUR	87/05/26
Michel	BERTHEUX	87/05/27
Jean-Claude	RABANT	87/05/27
Jeanne	DURAND	87/05/29
Jacques	MONGE	87/05/29
Serge	REZNIK	87/05/29
Gilbert	LELIEVRE	87/05/30
Bertrand	RAT	87/05/30
Joelle	STRAUSER	87/05/30
Simone	GEBER-NODIOT	87/06/01
Marie-Claude	THOMAS	87/06/03
Henri	BONHOMME	87/06/05
Riccardo	CARRABINO	87/06/09
Association Topologie en Extension		87/06/15
Jean-Jacques	BOUQUIER	87/06/16
Alain	BERGERON	87/06/25
Norbert	BORGEL	87/06/25
Michel	DEUX	87/07/03
Alfredo Rodriguez	CHAVES	87/07/31
Jacques	RONSIN	87/08/01
Gilles	CHATENAY	87/09/02
Charles B.	ARRIGHI	87/09/09
Bibliothèque Serge	SLATINE	87/09/16
Alexandre	STEVENS	87/09/20
Jacques	SUIRE	87/10/04
Serge	SABINUS	87/10/08
Françoise	WILDER	87/10/08
Marie	BENEDITTINI	87/10/14
Bernard	HUBERT	87/10/19
Otto	PEDERSEN	87/10/23
	SOQUET	87/10/23
Patrick	VINCENT	87/10/27
Michel	ARRIVE	87/10/29
Suzanne	HOMMEL	87/11/25
Martine	PICQ	87/12/11
Robert	PEREZ	88/01/16
René	LEW	88/06/04

Présentation de "CHAINES ET NOEUDS première partie"

Avec la publication de la première et de la deuxième parties de "Chaines et Noeuds" (la troisième ayant été publiée en 1986) la trilogie des oeuvres topologiques de Pierre Soury est désormais complète.

En le comparant à ses contemporains et aux savants et penseurs qui l'ont précédé, il est aisé de voir que Pierre Soury prendra place dans l'histoire et sera considéré d'ici peu comme un géant de la culture occidentale. L'ensemble de son oeuvre scientifique et philosophique est de l'importance actuelle de celle de Wittgenstein.

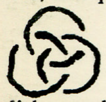
Soury est un esprit universel, comme le XXème siècle a toujours prétendu qu'il n'y en aurait plus, un génie des "Lumières" comme Lacan avait souhaité qu'il en vienne. Sa vie fut brève et étincelante. Il s'est suicidé en 1981, à l'âge de 39 ans (voir volume 3).

Soury n'est connu pour l'instant, que du millier de personnes qui assistaient au séminaire de Lacan, à Paris, de 1975 à 1980, *parce que Lacan l'y nomma une bonne trentaine de fois et le fit parler à sa place à deux ou trois reprises*, d'une centaine de mathématiciens, en France et à l'étranger, d'une cinquantaine de linguistes, d'une douzaine d'informaticiens, d'une poignée de logiciens et de quelques autres, alors que son oeuvre commence tout juste à être publiée.

Après la trilogie de "Chaines et Noeuds", viendront six ou sept volumes dans d'autres domaines qui vont de la linguistique à la logique, en passant par : la physique, la programmation, la philosophie des sciences et d'autres encore.

Les textes de "Chaines et Noeuds" correspondent à l'âge d'or de la topologie de Lacan, moment de rencontre entre ses saisissantes élaborations, au grand jour (devant l'assistance comble du grand amphithéatre de la Faculté de Droit du Panthéon à Paris), et l'intense production qu'elles suscitaient chez Soury et Thomé, dans l'ombre (devant un tableau noir de la Maison de Sciences de l'Homme).

Un maître parlait, *un* auditoire, très nombreux, écoutait. Et Lacan, ce maître, trouvait pour *une* fois, de façon régulière et prolongée, matière, relance et accompagnement de sa problématique, dans la correspondance et les rencontres avec Soury et Thomé. Nul doute que la fertilité de cette rencontre a beaucoup compté dans le long développement de sa propre topologie par Lacan, parce que le reste de l'auditoire de son séminaire, *c'est un fait,* était très embarassé par les nouveautés qu'il apportait et, bien qu'assidu, se montrait sourd à le suivre dans la pratique des noeuds.



Voici ce "noeud boroméen" qui a donné tant de fil à retordre - on peut le dire - aux lacaniens : noeud fait de trois ronds, ayant la propriété (qu'on peut étendre à un nombre quelconque de ronds) de se défaire quand on coupe n'importe lequel d'entre eux.

En l'absence d'édition des séminaires topologiques de Lacan, les textes de Soury, rassemblés dans les trois volumes de "Chaines et Noeuds" restent à l'heure actuelle, le seul corpus de référence disponible, sur la topologie de Lacan. La présentation matérielle que nous avons adoptée (voir Présentation de "Chaines et Noeuds troisième partie") et la présence d'un inventaire récapitulatif du contenu des trois volumes, en tête de chaque section, sont conçus pour faciliter la reprise pas à pas des dessins et des textes. *La première partie concerne, surtout, les tresses, les noeuds, les chaines.*

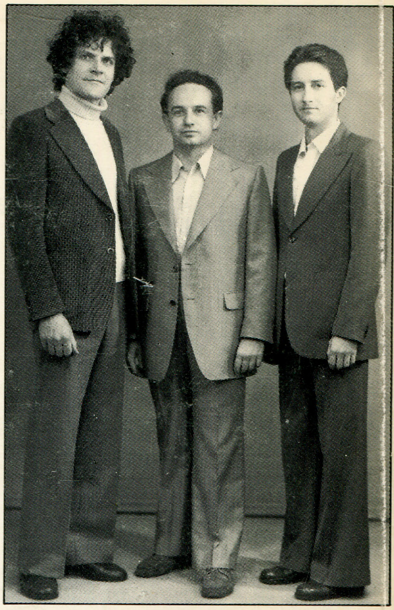
Nous avons ajouté, en abondance, à la fin de chaque volume, des documents et des textes non topologiques, pour montrer un éventail de la production de Soury dans son ensemble, pour faire contexte, et permettre que s'ébauche le portrait d'un personnage, en tous points remarquable.

(Suite au dos du 2ème volume)

Note biographique sur les 3 bonshommes:

- *collaboration* SOURY-THOME: *les chaines, les noeuds et le tore, de 1972 à 1979.*
- *"* SOURY-LEGER: *les maths, à partir de 1960, les surfaces, de 1979 à 1981.*
- *cohabitation* SOURY-THOME, *de 1972 à 1977, 5 rue du Dahomey, Paris 11ème.*
- *"* SOURY-LEGER-THOME, *de 1977 à 1980, 5 rue du Dahomey, Paris 11ème.*

Thomé, novembre 1988



Léger, Soury, Thomé
(au temps de leur collaboration et de leur cohabitation, mai 1979)

Prix: 210 FF

Pour recevoir ce livre par la poste, envoyer la somme de **210 FF** *par* **chèque** *ou* **mandat international** *à :*

Michel THOME
94 rue du Fbg du Temple
75011 PARIS (France)

ISBN 2-9500936-0-4
(édition complète)
ISBN 2-9500936-1-2
(volume 1)